

# 耦合效应下联络通道解冻规律

赵 飞<sup>1,2</sup>, 胡向东<sup>1,2</sup>

(1. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092)

**摘要:** 结合上海长江隧道一号联络通道工程,在温度应力耦合控制方程的基础上,分别考虑自然解冻和人工强制解冻条件下对流散热、混凝土初衬、二衬水化热等影响因素,分析了土体内部温度场、冻土厚度的发展变化以及由于冻土的解冻产生的融沉效应.通过分析发现自然解冻条件下经过大约44 d冻土完全融化,衬砌混凝土的水化热对冻土的解冻影响较大;不考虑混凝土水化热的作用,至50 d冻土仅能解冻23%;由于冻土的融沉效应,联络通道区域整体沉降,通道中心竖向位移为-2 cm;采用强制解冻冻土解冻较快,仅需4.3 d就可完全解冻,与冻结过程相反,双排管之间最先解冻,然后是内侧冻土,最后是外侧冻土.

**关键词:** 联络通道; 冻结法; 耦合; 温度; 融沉; 位移

**中图分类号:** U453.4

**文献标志码:** A

## Coupling Effect-based Thawing of Cross Passages

ZHAO Fei<sup>1,2</sup>, HU Xiangdong<sup>1,2</sup>

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Coupling the governing equations of temperature and stress, this study investigates the issues of temperature field, development of frozen wall thickness, and thaw settlement by taking into consideration the effects of convection and hydration heat from preliminary/secondary concrete lining. Cases of both naturally and artificially thawing are studied for the scenario of Cross Passage 1 in Shanghai Yangtze River Tunnel. In naturally thawing condition, it takes 44 days for all frozen soil to melt and this process is significantly influenced by the hydration heat from preliminary concrete lining while that only 23% of the frozen soil melt without regard to the hydration heat in 50 days. Soil mass in the cross passage area shows a downward

displacement of 2cm due to the thawing effect. As for the case of artificial thawing, all frozen soil melts after 4.3 days. Contrary to the process of freezing, thawing of soil first occurs within the area between the two rings of freezing pipes, then that between the preliminary lining and the inner freezing pipe ring, and last that out of the outer ring.

**Key words:** cross passage; artificial ground freezing; coupling; temperature; thaw settlement; displacement

近年来随着城市建设的不断发展,越来越多的地下工程在高水压、易液化地层中施工,常规的加固方法有注浆、旋喷等.而对于隧道联络通道的施工,人工冻结法具有其独特的封水特性而被广泛应用.近年来国内外学者对天然冻土、冻岩的冻结和解冻规律的研究较多,而对于人工冻土研究得较少.研究人工冻土的解冻规律及对周边环境的影响对于了解人工冻土解冻温度场的发展及融沉控制具有一定的指导意义.

国内外学者对冻土的融沉模型及融土的各项物理指标进行了大量研究. Jessberger H L<sup>[1]</sup>做了人工冻土工程方面的离心机模拟试验,得出了冻结温度场和位移场在开挖后随时间变化的规律; Nixon等<sup>[2]</sup>建立了1维变边界条件的融沉模型,可以用来进行1维情况下的融沉预测; Foriero等<sup>[3]</sup>用基于大应变的融沉固结模型进行有限元模拟,用有限元生成的量纲一设计表格预言融化固结沉降; Sally Shoop等<sup>[4]</sup>应用帽盖模型模拟路基荷载下的正融土的变形; Chamberlain等<sup>[5]</sup>发现细粒土经过冻融循环后渗透性都有所增大,而且土的塑性指数越大,这种效应越强烈; Simonsen<sup>[6]</sup>等发现根据土性的不同,冻融后土的模量会降低25~60 kPa,细粒越多其降低幅度越大; Shoop, Sally A和 Bigl Susan R<sup>[7-10]</sup>采取

收稿日期: 2012-01-06

基金项目: 国家自然科学基金(50578120)

第一作者: 赵飞(1982—),男,博士生,主要研究方向为隧道与地下工程. E-mail: dafei336@163.com

通讯作者: 胡向东(1961—),男,副教授,博士生导师,工学博士,主要研究方向为隧道及地下建筑工程.

E-mail: anton.geotech@tongji.edu.cn

耦合热流和水流的大规模模型试验研究未饱和土冻融时的水分迁移;何平<sup>[11]</sup>对冻土的融沉系数进行了研究,将融沉分为非饱和、饱和以及过饱和3种状态来分析,给出了3种状态下融沉系数的计算方法;李述训<sup>[12]</sup>对土体冻结过程及融化过程中气态水迁移与液态水迁移做了大量的试验,研究了冻融作用对系统与环境间能量交换的影响;王铁行<sup>[13]</sup>研究了路基三场耦合及路基路面温度场变化规律,揭示了融土核的存在及变化规律;赖远明、吴紫汪<sup>[14]</sup>等根据传热学、渗流理论及冻土力学提出了带相变的温度场、渗流场和应力场耦合问题的数学力学模型及其控制方程;李宁等<sup>[15-16]</sup>在多孔多相介质的基础上建立了冻土平衡方程、质量守恒方程及热能守恒方程;张远芳<sup>[17]</sup>在对冻胀系数和融沉系数进行分析的基础上,建立了灰色关联模型,能够较好地反映冻胀性和融沉性;梁波等<sup>[18]</sup>通过室内试验探讨和研究了不同土质在不同含水率、密实度和荷载条件下反复冻融过程中的融沉特性。

本文以具体工程为依托,在室内实验的基础上,得出土体在融化过程中热力学参数的变化规律,并基于热力耦合控制方程,考虑了初衬及二衬混凝土水化热的影响,分析了冻结法施工联络通道分别在自然解冻和人工解冻过程中温度场的发展变化及融沉效应。

## 1 水热力耦合方程

### 1.1 水分场与温度场耦合分析

对于人工冻土水分场和温度场的耦合分析根据Guyman和Nixon等人的研究成果研究,根据热传导学和质量迁移理论,土体冻结过程水热耦合问题的控制方程组如下:

在冻结区 $\Omega_f$ 内

$$C_f \frac{\partial T_f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T_f}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T_f}{\partial y} \right) + C_w \rho_w \left( \frac{\partial (V_x T_f)}{\partial x} + \frac{\partial (V_y T_f)}{\partial y} \right) + L \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} \quad (1)$$

在未冻结区 $\Omega_u$ 内

$$C_u \frac{\partial T_u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T_u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T_u}{\partial y} \right) + C_w \rho_w \left( \frac{\partial (V_x T_u)}{\partial x} + \frac{\partial (V_y T_u)}{\partial y} \right) \quad (2)$$

式中:下标f,u分别表示冻结、融化状态; $T$ 为土体温度; $C, \lambda$ 分别为土体等效热容量和导热系数; $\rho_w, \rho_i$ 分别为液相水和冰的密度; $L$ 为相变潜热; $\theta_i$ 为液相

冰的体积含量;在实际的冻结过程中水分迁移速度 $V$ 很小,可忽略。

同时根据质量守恒定律,饱和冻土的冻结过程的2维稳定流控制方程可表示为

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} + \frac{\rho_i}{\rho_w} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \quad (3)$$

式中: $\theta_w$ 为液相水的体积含量; $K$ 为导水系; $\psi = \varphi + Z$ 为总土水势。

采用显热容法,构造的热容表达式和导热系数的表达式为

$$C^* = \begin{cases} C_f, & T < T_m - \Delta T \\ L_s / (2\Delta T) + (C_f + C_u) / 2, & T_m - \Delta T \leq T \leq T_m + \Delta T \\ C_u, & T > T_m + \Delta T \end{cases}$$

和

$$\lambda^* = \begin{cases} \lambda_f, & T < T_m - \Delta T \\ \lambda_f + (\lambda_u - \lambda_f) [T - (T_m - \Delta T)] / 2\Delta T, & T_m - \Delta T \leq T \leq T_m + \Delta T \\ \lambda_u, & T > T_m + \Delta T \end{cases} \quad (4)$$

式中: $L_s = L \rho_i (W - W_u^*)$ ;  $\rho_i$ 为土的干重度; $W_u^*$ 为土体在 $T_m - \Delta T$ 时的未冻水含量。

于是方程(1),(2),(3)可简化为

$$C^* \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda^* \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda^* \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (5)$$

### 1.2 温度场与应力场耦合分析

土体在冻结过程中,考虑土体的弹塑性、温度升高降低引起土体的膨胀和收缩响应以及融沉效应,则总应变张量 $\epsilon_{ij}$ 应为

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{e,ij} + \epsilon_{p,ij} + \epsilon_{T,ij} - \epsilon_{\theta_i,ij} \quad (6)$$

式中: $\epsilon_{e,ij}$ 为弹性应变张量; $\epsilon_{p,ij}$ 为塑性应变张量; $\epsilon_{T,ij}$ 为土体的热应变张量; $\epsilon_{\theta_i,ij}$ 为土体的融沉应变张量。土体的应力应变关系可由下面的增量形式表示:

$$d\sigma = D(d\epsilon_{ij} - d\epsilon_{p,ij} - d\epsilon_{T,ij} + d\epsilon_{\theta_i,ij}) \quad (7)$$

式中: $D$ 为与冻土温度相关的弹性矩阵。在本文中, $\epsilon_{T,ij} = \alpha(T - T_0)\delta_{ij}$ ;  $\alpha$ 为土体热膨胀系数; $\epsilon_{\theta_i,ij}$ 可由冻土实验的融沉率来计算。本控制方程中土体的应变受温度场的控制,体现了温度场与应力场的耦合。

## 2 工程应用

### 2.1 工程概况

上海长江隧道起自浦东新区外高桥东的五号沟,隧道工程为双层隧道,采用先进的盾构法施工方案。长江隧道拟建8个联络通道,联络通道由与隧道

钢管片相连的喇叭口、水平通道构成(图1),采用水平冻结法加固地层、矿山暗挖法施工。

联络通道1#所在范围 $-27.53 \sim -42.53$  m内,均为⑤<sub>2</sub>灰色黏质粉土。联络通道所处位置地层自上而下依次为①<sub>2</sub>江底淤泥层、④灰色淤泥质黏土层、⑤<sub>2</sub>灰色黏质粉土层、⑦<sub>1</sub>灰色黏质粉土层。本工程冻结法施工中采用直径108 mm、厚8 mm低碳钢无缝钢管作为盐水循环冻结管。冻结管布置方案为:

通道整体双排管,北线22个内排管,南线18个外排管。通道中心断面冻结管的布置如图2所示(N为内圈冻结管,W为外圈冻结管)。经过40 d的积极冻结后开始矿山法开挖,然后分别支护混凝土初衬和二衬,初衬和二衬混凝土厚度分别为200和300 mm。若采用人工解冻,冻结系统中通入的热盐水温度为 $70^{\circ}\text{C}$ 。

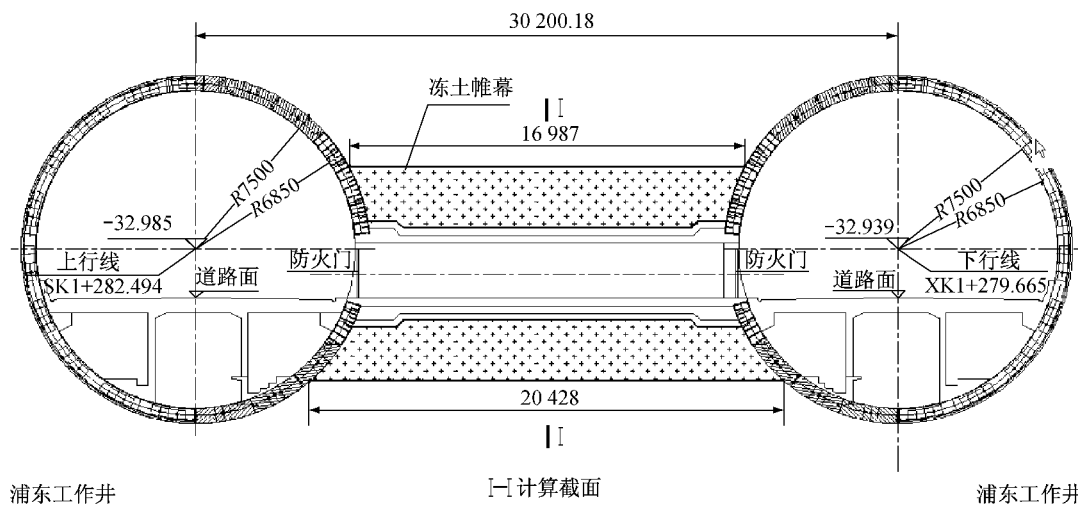
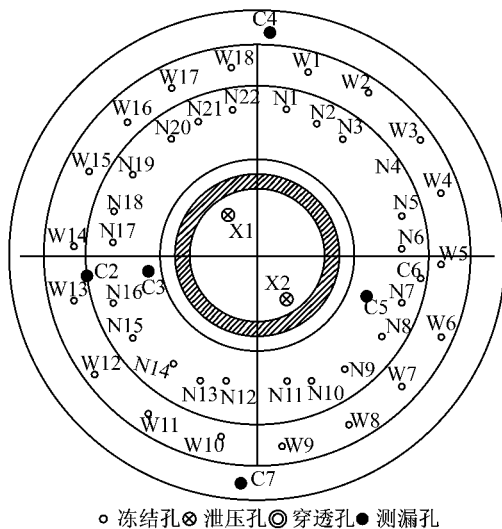


图1 联络通道的断面图(单位:mm)

Fig.1 The section of cross passage(unit:mm)



○ 冻结孔 ⊗ 泄压孔 ⊙ 穿透孔 ● 测漏孔

图2 冻结孔和测温孔布置

Fig.2 The arrangement of freezing holes and temperature observation holes

## 2.2 数值计算

根据前文建立的热力耦合控制方程组,结合联络通道的设计方案及实验得到的土层热物理参数进行联络通道解冻温度场及应力场的耦合计算分析,计算模型如图3所示。

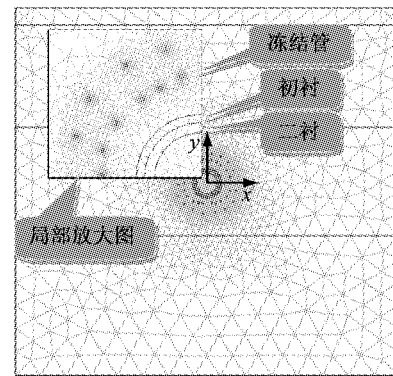


图3 计算模型

Fig.3 The calculation model

本计算采用 COMSOL Multiphysics 软件进行计算,将控制方程导入软件,模拟计算的流程为:

- ① 土体经过40 d的积极冻结(包含温度场的发展及冻胀的产生);
- ② 采用释放荷载法模拟开挖过程;
- ③ 混凝土初衬的支护;
- ④ 二衬支护前初衬混凝土水化热的产生、与冻土的热传导及初衬内表面的对流散热,对流散热系数取 $1.5 \text{ W} \cdot (\text{m}^2 \cdot \text{K})^{-1}$ ;

⑤ 混凝土二衬的支护;

⑥ 二衬混凝土水化热的产生、与冻土的热传导及初衬内表面的对流散热;

⑦ 若采用强制解冻,冻结管内通 70 °C 热盐水;

⑧ 冻土帷幕长时间热传导,直至最后完全融化。

根据同济大学冻结实验室对联络通道所处的⑤<sub>2</sub> 层的各项热物理参数进行了室内实验,得到土体参数随温度变化规律。土体的冻结主要发生在 0~ -2 °C 之间,根据等效比热,取  $T_m$  为 -1 °C,  $\Delta T$  为 1 °C,可得:

由未冻水含量

$$W_u = \begin{cases} 6.841 |T|^{-1.955}, & T \leq T_m \\ W, & T \geq T_m \end{cases}$$

可得土体体积热容  $C$  为

$$C^* = \begin{cases} 2.302 \times 10^6, & T < -2 \\ 23.600 \times 10^6, & -2 \leq T \leq 0 \\ 2.808 \times 10^6, & T > 0 \end{cases}$$

土体导热系数  $\lambda$  为

$$\lambda = \begin{cases} 1.42, & T < -2 \\ 1.74 - 0.16(T+2), & -2 \leq T \leq 0 \\ 1.74, & T > 0 \end{cases}$$

冻土的弹性模量  $E$  及泊松比  $\nu$  根据实验数据并通过参数拟合得:

$$E = \begin{cases} 23.848 \times 10^6 e^{(-0.0985T)}, & T < -2 \\ 11.125 \times 10^6 T + 6.79 \times 10^6, & -2 \leq T \leq 0 \\ 6.79 \times 10^6, & T > 0 \end{cases}$$

和

$$\nu = \begin{cases} 0.003T + 0.287, & T < -2 \\ 0.0345T + 0.35, & -2 \leq T \leq 0 \\ 0.35, & T > 0 \end{cases}$$

土体的融沉系数也由实验测得

$$\zeta = \begin{cases} 0.06, & T \geq 0 \\ 0.03(T+2), & -2 \leq T \leq 0 \\ 0, & T < -2 \end{cases}$$

混凝土的弹性模量  $E$  和水化热  $Q$  分别按下式计算:

$$E(t) = 3.15 \times 10^{10} (1 - e^{-0.8t^{0.46}})$$

$$Q(t) = 300 \times 330 (1 - e^{-0.69t^{0.56}})$$

混凝土水化热的热传导方程为

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial Q(t)}{\partial t} \quad (8)$$

混凝土的热物理参数如表 1 所示。

表 1 混凝土热物理参数

Tab.1 Physics parameters of concrete

参数	$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$C/(\text{J} \cdot (\text{kg} \cdot \text{K})^{-1})$	$\lambda/(\text{W} \cdot (\text{m} \cdot \text{K})^{-1})$	$\nu$	$T_0/^\circ\text{C}$
数值	2 400	963	1.824 4	0.17	22

## 2.3 计算结果分析

### 2.3.1 自然解冻

根据计算结果得出自然解冻条件下 10, 50 d 的温度场发展状况和解冻过程中的热通量等值线分别如图 4 和 5 所示。

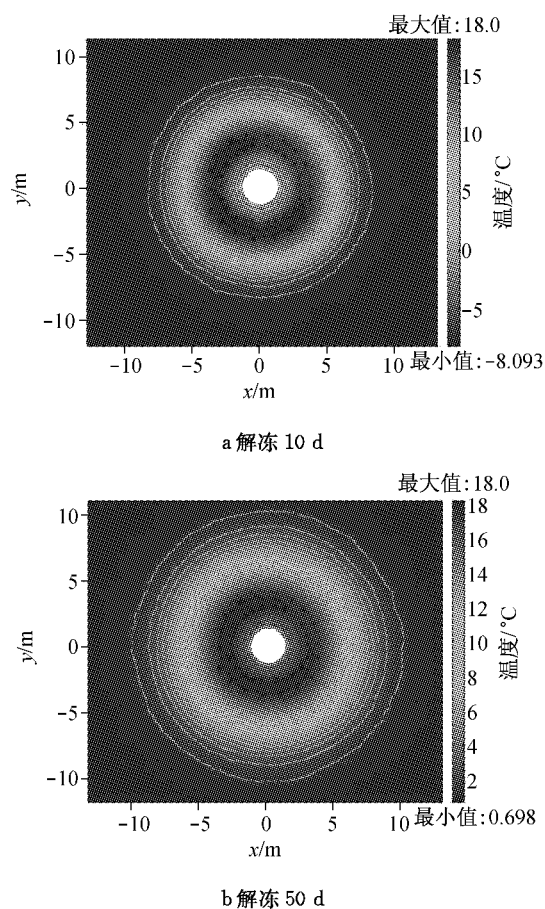


图 4 联络通道自然解冻过程中温度等值线图

Fig.4 The isolines of frozen soil temperature in the process of thawing

由图 4, 5 可知:

(1) 在自然解冻条件下,冻土帷幕由内外两个边界向内部不断解冻,由图 5 热通量图等值线图可以发现,通道内边界热通量明显大于外边界,故冻土帷幕内边界解冻较快;外边界由于土体在前期的冻结过程中冻结峰面温度梯度较小,热交换较小,解冻速度较慢;随着解冻时间的延长,冻土温度峰值不断

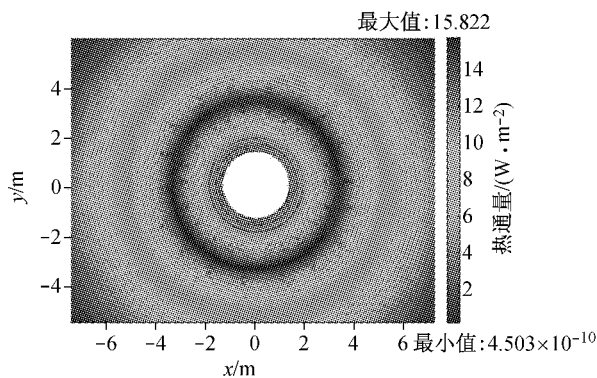


图5 解冻过程中热通量等值线图

Fig.5 The isolines of heat flux in the process of thawing

降低,温度影响区域的边界不断向外扩展,大约经过44 d左右冻土完全解冻,土体内部温度的梯度越来越小,双排管之间的冻土区域最难解冻和最后解冻,温度最低。

(2) 混凝土的水化热对冻土帷幕的解冻有着重要的作用。为了对比混凝土水化热的作用,做出考虑和不考虑混凝土水化热影响解冻44 d时土体内部温度分布对比,如图6所示,通过对比可以发现,44 d考虑水化热的影响,冻土已完全融化,而不考虑其影响时,冻土的厚度还有2 m;至本次计算终止50 d时,不考虑混凝土的水化热(图7)冻土仅解冻了23%左右。

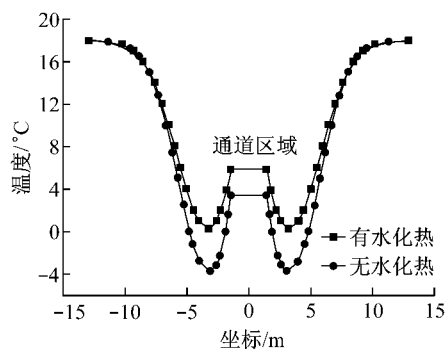


图6 解冻44 d有无考虑水化热温度场对比图

Fig.6 The comparison of temperature field with and without hydration heat on the 44th day

作出实际考虑水化热情况下联络通道径向温度场随解冻时间发展变化过程和解冻过程冻土内外边界变化过程,分别如图8和9所示。

通过分析可以发现:

(1) 冻土帷幕由于混凝土水化热的作用在前10 d温升比较快,在后期仅在热对流和传导作用下温升

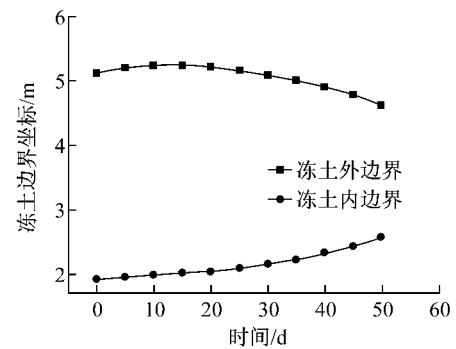


图7 解冻过程不考虑水化热冻土内外边界变化

Fig.7 The development of outer and inner boundaries of frozen soil in the process of thawing without hydration heat

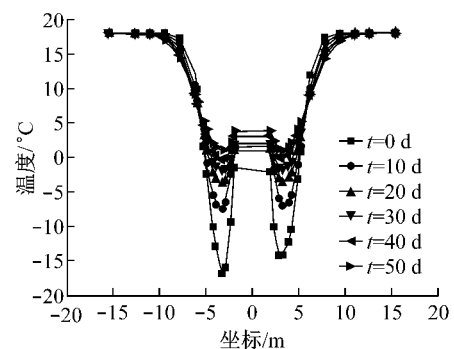


图8 联络通道径向温度场发展变化过程

Fig.8 The development of frozen soil temperature field with time along radial direction

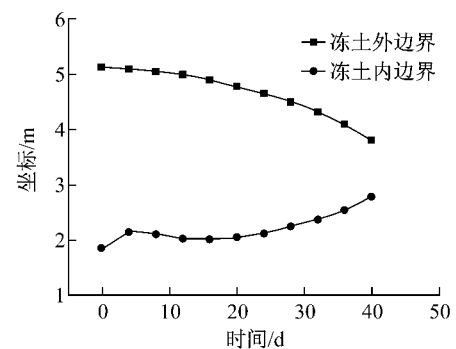


图9 解冻过程冻土内外边界时程变化

Fig.9 The development of outer and inner boundaries of frozen soil in the process of thawing

较慢,但冻土周围温度受影响土体范围越来越大;

(2) 通过图9可以发现,冻土外边界在热传导作用下逐渐萎缩,外边界冻土厚度越来越小;内边界在前5 d水化热作用下冻土融化很快,但在后10 d由于水化热量的减少有一个回冻现象,冻土厚度有少量增加,这是由于水化热后期,混凝土水化热传导的热量小于内部低温冻土对边界土体冷量的传导,因此冻土厚度有一个增加,但总体冻土的平均温度不

断降低. 过了 15 d 后, 随着水化热的耗尽, 由于通道内对流效应, 冻土厚度又开始持续地减少.

图 10 为土体最终解冻的竖向融沉, 从图上可以发现, 整个冻结区域发生融沉, 最大中心沉降为 2 cm 左右(坐标为 0 处); 和冻胀效应类似, 冻土的外边界处发生的融沉最大, 原冻土上下边界融沉分别为 8 cm 和 3.5 cm, 地表最大沉降为 4 cm 左右. 本计算结果未考虑注浆效果下的融沉, 在实际工程中采取跟踪注浆的方式能有效地减小融沉(实际监测结果联络通道中心沉降为 1 cm).

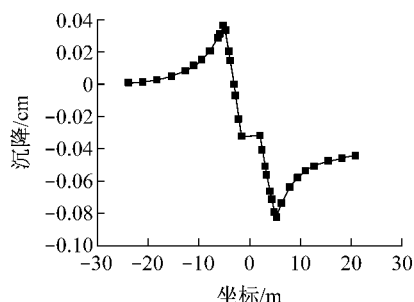


图 10 冻土最终竖向融沉曲线

Fig. 10 The final thawing settlement curve of frozen soil in vertical direction

### 2.3.2 强制解冻

在实际工程中, 为了有效缩短工期和控制融沉, 常采用强制解冻, 即在原来的冻结孔中循环 70 °C 左右的热盐水进行解冻, 同时跟踪冻土的融化不断注浆, 可有效控制融沉. 图 11, 12, 13 分别为解冻第 3 d 时温度等值线、解冻过程中径向温度场发展变化过程, 以及径向冻土厚度变化趋势图.

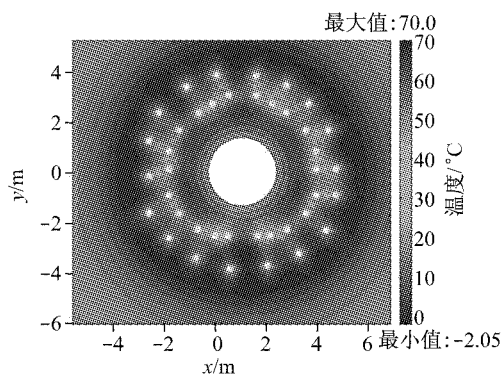


图 11 人工解冻冻土帷幕第 3 d 温度等值线

Fig. 11 The isolines of frozen soil temperature field on the third day by artificial thawing method

通过分析可以发现:

(1) 强制解冻为冻结过程的逆过程, 解冻先以冻结管为中心向周边蔓延, 然后融区逐渐贯通, 并不

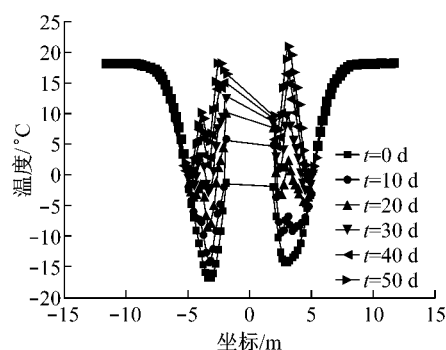


图 12 人工解冻冻土帷幕径向温度场发展变化过程

Fig. 12 The development of frozen soil temperature field by artificial thawing method

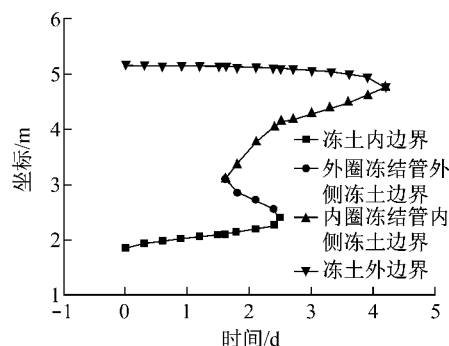


图 13 人工解冻过程中冻土内外边界变化过程

Fig. 13 The development of outer and inner boundaries of frozen soil by artificial thawing method

断向两侧扩展;

(2) 在混凝土水化热和内表面对流散热联合作用下, 冻结管和混凝土内衬之间的内圈冻土先解冻, 最后是冻结管外侧的外圈冻土, 整个解冻过程需要 4.5 d 左右, 远远小于自然解冻的 44 d, 在强制解冻的过程中跟踪注浆, 可有效节省工期, 控制融沉.

## 3 结论

(1) 自然解冻条件下, 内外边界最先解冻, 双排管之间的冻土最难解冻, 整个解冻过程大概需要 44 d; 在解冻过程中, 联络通道区域整体融沉, 通道中心最大竖向位移 2 cm, 原冻土外边界处融沉最大.

(2) 在解冻过程中, 初衬及二衬混凝土水化热对解冻的速率影响很大. 不考虑混凝土水化热的作用, 至 50 d 末冻土仅解冻总厚度的 23%.

(3) 强制解冻仅需 4.3 d 冻土即可完全融化, 远远小于自然解冻过程; 与冻结过程相反, 双排管之间最先解冻, 然后是内侧冻土, 最后是外侧冻土.

## 参考文献:

- [1] Jessberger H L. Opening address[C]//Ground Freezing 88, Proceedings of 5th International Symposium on Ground Freezing. Rotterdam; Balkema A A, 1989: 407-411.
- [2] Nixon J F, Ladanyi B. Thaw consolidation[C]//Geotechnical Engineering for Cold Regions. New York: McGraw Hill, 1978: 526-529.
- [3] Foriero A, Ladanyi B. FEM assessment of large-strain thaw consolidation[J]. Cold Regions Science and Technology, 1995, 23(2): 121.
- [4] Sally Shoop. Cap plasticity model for thawing soil. calibration of constitutive models [J]. Journal of Cold Regions Engineering, 2005(3): 139.
- [5] Edwin J C, Anthony J G. Effect of freezing and thawing on the permeability and structure of soils[J]. Engineering Geology, 1979, 13(1/4): 73.
- [6] Simonsen, Erik, Janoo, et al. Resilient properties of unbound road materials during seasonal frost conditions[J]. Journal of Cold Regions Engineering, 2002, 16(1): 28.
- [7] Shoop A S, Bigl R S. Moisture migration during freeze and thaw of unsaturated soils: modeling and large scale experiments[J]. Cold Regions Science and Technology, 1997, 25(1): 33.
- [8] Takashi T, Yamamoto H. Effect of penetration rate of freezing and confining stress on frost heave ratio[C]//3rd International Permafrost Conference, Ottawa; National Research Council of Canada, 1978: 1479-1483.
- [9] Gilpin R R. A model for the prediction of ice tensing and frost heave in soils[J]. Water Resource Research, 1985(21): 281.
- [10] SHENG Daichao. Thermodynamics of freezing soils: theory and application[D]. Lulea; Lulea University of Technology, 1994.
- [11] 何平,程国栋,杨成松,等.冻土融沉系数的评价方法[J].冰川冻土, 2003, 25(6): 608.  
HE Ping, CHENG Guodong, YANG Chengsong. The evaluation of thawing settlement coefficient of frozen soils[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2003, 25 (6): 608.
- [12] 李述训,程国栋.冻融土中的水热输运问题[M].兰州:兰州大学出版社, 1995.  
LI Shuxun, CHENG Guodong. The moisture and heat transfer in freezing and thawing soils [M]. Lanzhou: Lanzhou University Press, 1995.
- [13] 王铁行,胡长顺,李宁.冻土路基应力应变数值模型[J].岩土工程学报, 2002, 24(2): 193.  
WANG Tiehang, HU Changshun, LI Ning. Stress strain numerical model for frozen soil subgrade[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24 (2): 193.
- [14] 赖远明,吴紫汪,朱元林,等.寒区隧道温度场、渗流场和应力场耦合问题的非线性分析[J].岩土工程学报, 1999, 21(5): 429.  
LAI Yuanming, WU Ziwan, ZHU Yuanlin, et al. Nonlinear analyses for the couple problem of temperature, seepage and stress fields in cold region tunnels[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21 (5): 429.
- [15] 李宁,陈飞熊.饱和土体固液两相介质动力耦合问题有限元解析[J].西安公路交通大学学报, 1997, 19(4): 6.  
LI Ning, CHEN Feixiong. FEM modeling of dynamic consolidation and liquefaction in the saturated soil[J]. Journal of Xi'an Highway University, 1999, 19 (4): 6.
- [16] 李宁,徐彬,陈飞熊.冻土路基温度场、变形场和应力场的耦合分析[J].中国公路学报, 2006, 19(3): 1.  
LI Ning, XU Bin, CHEN Feixiong. Coupling analysis of temperature, deformation and stress field for frozen soil roadbed[J]. China Journal of Highway and Transport, 2006, 19 (3): 1.
- [17] 张远芳,慈军,肖俊.灰色关联优势分析在冻土中的应用[J].水利与建筑工程学报, 2006, 4(1): 12.  
ZHANG Yuanfang, CI Jun, XIAO Jun. Application of grey link advantage analysis in frozen soil [J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2006, 4 (1): 12.
- [18] 梁波,张贵生,刘德仁.冻融循环条件下土的融沉性质试验研究[J].岩土工程学报, 2006, 28(10): 1213.  
LIANG Bo, ZHANG Guisheng. Experimental study on thawing subsidence characters of permafrost under frost heaving and thawing circulation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28 (10): 1213.