

# 纤维过滤介质在容尘阶段的非稳态过滤效率

林忠平, 吴昌甫, 陆 涛, 夏建伟

(同济大学 机械与能源工程学院, 上海 201804)

**摘要:** 基于黏性牛顿流体的 N-S 方程, 从一般控制方程的通用形式, 结合纤维过滤介质的积尘填充率与粉尘颗粒或气溶胶微粒沉积量, 推导出纤维多孔过滤介质内粒子浓度分布的非线性微分方程。分析了过滤效率经验公式中无量纲参数之间的内在联系及其对纤维滤料在容尘阶段过滤效率的影响, 利用非线性回归方法拟合出纤维过滤介质的非稳态过滤效率经验公式。结果表明: 微粒的  $Re$  数均小于 1, 即空气的流动均处于斯托克斯区域, 同时其流动状态为层流; 计算得到的拦截参数为 0.086~0.559。根据实验结果拟合的纤维滤料在容尘阶段的过滤效率经验公式适用于  $St$  小于 1 的场合。

**关键词:** 纤维介质; 非稳态过滤; 粒子浓度分布微分方程; 积尘填充率; 经验公式

中图分类号: TU834.8+3

文献标志码: A

## Dynamic Filtration Efficiency of Particle-loaded Fibrous Media During Dust Loading Period

LIN Zhongping, WU Changfu, LU Tao, XIA Jianwei

(College of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** A nonlinear differential equation for aerosol concentration distribution of the particle-loaded porous fibrous media was established based on the transport equation, N-S equation in the applications for Newton viscous fluid. The general governing equation for aerosol concentration with the packing density of the particle-loaded porous fibrous media was calculated by the mass deposition of dust or aerosol particle. In addition, laboratory experiments were carried out to study the close correlation among the classical dimensionless parameters and their influence on the filtration efficiency of particle-loaded fibers. The empirical formulas about the dynamic filtration efficiency were developed through nonlinear regression. The experimental results show that the air flow lies in the Stokes region and in the laminar flow as the Reynolds number is less than 1. The calculated interception parameter was between 0.086 and 0.559. However, the

fitted empirical formulas about the dynamic filtration efficiency can only apply to the case where Stokes number is less than 1.

**Key words:** fibrous media; dynamic filtration; differential equation for aerosol concentration distribution; particle-loaded packing density; empirical formula

空气过滤器的过滤效率、压降和容尘量是衡量其性能的主要参数, 这三个参数取决于过滤介质的结构特性(孔隙率/填充率、纤维直径及其厚度、纤维排列的空间结构等)、一定的运行工况(滤速和环境温湿度、大气压力、黏度等)和气溶胶特性(微粒浓度、Sauter 平均直径、粒径分布等)等特征参数。由于粉尘或气溶胶微粒的不断沉积, 孔隙率/填充率、纤维间的孔隙尺寸以及粉尘层的形成等都会发生相应的变化, 因此过滤效率和压降是使用时间或容尘参数的函数。

Thomas 等<sup>[1]</sup>采用荧光素纳气溶胶对纤维过滤器在阻塞情况下捕集效率随捕集颗粒的质量变化关系进行了研究, 采用黏性胶带片将含尘滤料切片分成几个薄层, 利用扫描电镜观察粉尘颗粒在过滤器表面和深层沉积的结构, 基于 Bergman 模型和 Payet 模型<sup>[2]</sup>, 提出适合深层过滤和粉尘层之间过渡区域的效率经验公式。

Destephen 等<sup>[3]</sup>采用 Monte Carlo 方法模拟了液体流通无纺布纤维材料的过滤过程, 得到过滤效率随时间的变化曲线。Kasper 等<sup>[4]</sup>探讨了在不同过滤条件( $St$ ,  $Pe$ ,  $R$ )下的粉尘沉积过程。Elmøe 等<sup>[5]</sup>借助于数值软件模拟了毛细管沉积、阻塞和粉尘层形成等三个阶段的微粒沉积过滤形态。Stöcklmayer 等<sup>[6]</sup>结合数值模型模拟分析了纤维滤料积尘之后的粉尘层结构及其可压缩性应力特性。

上述研究均是从数理模型以外的实验模型或模

拟分析方法对过滤介质在容尘阶段的过滤效率进行探讨,通过数值求解或迭代求解以及实验解等角度进行探索而得到的数值解或近似解,并没有从数学物理模型的机理即微元模型角度去探索过滤介质的非稳态过滤效率的解析解。本文基于黏性牛顿流体的N-S方程,从一般控制方程的通用形式,结合纤维过滤介质的积尘填充率与粉尘颗粒或气溶胶微粒沉积量以及单位时间内进入微元的微粒量的关系式,利用行波变换方法简化偏导变量的个数,最终通过偏导变换推导出纤维多孔过滤介质内粒子浓度分布的非线性微分方程。另一方面,通过实验探讨分析了一些经典的无量纲参数之间的内在联系及其对纤维滤料在容尘阶段过滤效率的影响,利用非线性回归方法分析拟合出纤维过滤介质的非稳态过滤效率经验公式。

## 1 数学物理模型的建立

对于可压缩黏性牛顿流体,N-S方程的一般通用形式<sup>[7-8]</sup>为

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \operatorname{div}(\Gamma_\phi \operatorname{grad} \phi) + S_\phi \quad (1)$$

式中: $\phi$ 为一般通量,可以代表在 $x,y,z$ 方向上的速度分量 $u,v,w$ ,以及湍动能 $k$ 、湍动耗散率 $\epsilon$ 和温度 $T$ 等变量; $\rho$ 为流体的密度, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ; $t$ 为时间, $\text{s}$ ; $\mathbf{u}$ 为速度矢量; $\Gamma_\phi$ 为扩散系数; $S_\phi$ 为源项。

对于动量方程,源项 $S_\phi$ 中含有 $-\frac{\partial p}{\partial x_i}$ , $p$ 为正应力或通过过滤介质微元体的压力, $\text{Pa}$ ; $x_i$ 为 $x,y,z$ 三个坐标轴, $i=1 \sim 3$ 。对于能量方程, $S_\phi$ 中含有 $-p\operatorname{div} \mathbf{u}$ ;同理,对于过滤介质内粒子浓度分布方程, $S_\phi$ 中也相应地含有压力项和 $-\rho\beta C$ , $\beta$ 为过滤系数, $C$ 为粒子浓度。

对式(1)进行矢量和张量形式变换,根据湍流中瞬时值与时均值、脉动值之间的关系以及应用Boussinesq模型<sup>[7]</sup>,对所得式进行时均化,可得Reynolds时均N-S方程(RANS)

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\phi\mathbf{u})}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\Gamma_{x_i} + \Gamma_{t x_i}) \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right] + S_\phi \quad (2)$$

式中: $\Gamma_{x_i}$ 为扩散系数, $\Gamma_{t x_i}$ 为湍流扩散系数。

对于过滤介质内粒子浓度分布的偏微分方程,将 $-\rho\beta C$ 从式(2)中提取出来,并将 $\phi$ 改为粒子浓度变量 $C$ ,同时认为空气密度保持不变,并假设进入过滤介质的粉尘或气溶胶微粒是均匀的、稳定的悬浮

物,悬浮物进入每一部分多孔介质时,其流体的力学特性一致(即各向同性)。于是,式(2)可改写为

$$\rho \frac{\partial C}{\partial t} + \rho \frac{\partial(C\mathbf{u})}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\Gamma_{x_i} + \Gamma_{t x_i}) \frac{\partial C}{\partial x_i} \right] - \rho\beta C + S_C \quad (3)$$

式中: $S_C$ 为粒子浓度分布中的源项, $S_C = S_\phi + \beta C$ 。

一般过滤器或过滤介质中的流动属于完全发展的多孔介质流动,可以认为 $\mathbf{u}$ 中的 $u=v=0$ (若容尘实验气流方向为垂直向下)。式(3)中的 $S_C$ 主要含有静电效应、范德华力、热泳力等因素的影响,如果不考虑这些因素的影响,并将文献[9]给出的过滤系数 $\beta$ 代入式(3),可得

$$\beta = -\frac{4\alpha W}{(1-\alpha)\pi d_f} \eta \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial C}{\partial t} + \rho W \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ (\Gamma_z + \Gamma_{tz}) \frac{\partial C}{\partial z} \right] + \frac{4\rho\alpha W\eta}{(1-\alpha)\pi d_f} C \quad (5)$$

式中: $\Gamma_z$ 为 $z$ 方向上的扩散系数; $\Gamma_{tz}$ 为 $z$ 方向上的湍流扩散系数; $\alpha$ 为过滤介质的填充率; $\eta$ 为单纤维过滤效率; $d_f$ 为纤维直径, $\mu\text{m}$ ; $W$ 为 $z$ 方向上的速度, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

当过滤速度 $W$ 较小( $W \ll 1.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ )时,空气流动状态为层流,湍流扩散项影响较小,可忽略不计;此时, $(\Gamma_z + \Gamma_{tz})$ 可看作仅表征单一方向上的分子扩散系数,由于所考虑的流场为层流,并假设过滤介质为各向同性、均质的,是一个与坐标和时间无关的常量<sup>[10-11]</sup>,则可将式(5)改写为

$$\rho \frac{\partial C}{\partial t} - (\Gamma_z + \Gamma_{tz}) \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \rho W \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{4\rho\alpha W\eta}{(1-\alpha)\pi d_f} C = 0 \quad (6)$$

其初始条件和边界条件为

$$\begin{cases} z = 0, C = C_0, \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \\ z = Z, C = C_1, \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中: $Z$ 为过滤介质在清洁状态时的厚度, $\text{m}$ ; $C_0$ 为上游微粒数量浓度,个 $\cdot \text{cm}^{-3}$ ; $C_1$ 为下游微粒数量浓度,个 $\cdot \text{cm}^{-3}$ 。

方程(6)即为过滤介质在非稳态条件下的粒子浓度分布偏微分方程(或控制方程)。

## 2 非稳态过滤模型的求解

### 2.1 纤维滤料在容尘阶段填充率的确定

为求解纤维过滤介质在容尘阶段(非稳态)的过滤效率,需要确定填充率 $\alpha$ ,借鉴一些浓度模型的求

解和数学分析方法<sup>[12]</sup>,可将方程(6)中的关键参数——纤维滤料在容尘过程中的填充率 $\alpha$ 的表达式作进一步的推导。

参照文献[13]的悬浮微粒模型以及文献[9]中对填充率 $\alpha$ 的分析,可将纤维滤料在微粒阻塞阶段的填充率看作纤维滤料在清洁状态时的填充率 $\alpha_0$ 与粉尘颗粒或气溶胶微粒的“沉积填充率” $\alpha_p$ (沉积微粒体积 $V_p$ 与总体积 $V_T$ 之比)之和,如果忽略容尘阶段形成的粉尘初层以及“树枝状”粉尘层的厚度,那么经微粒沉积之后的填充率 $\alpha$ 可根据下式计算:

$$\alpha = \frac{V_f + V_p \eta}{V_T} = \frac{m_f / \rho_f + \eta \sum \pi d_i^3 / 6}{ZS} \quad (8)$$

$$m_p = \frac{\pi}{6} \rho_p \sum d_i^3 \quad (9)$$

将式(9)代入式(8),可得

$$\alpha = \frac{m_f / \rho_f + \eta m_p / \rho_p}{ZS} \quad (10)$$

式中: $m_p$ 为过滤介质在某一阻力阶段的累计容尘量,kg; $\rho_p$ 为粉尘颗粒或气溶胶微粒的密度,kg·m<sup>-3</sup>; $d_i$ 为第*i*个微粒直径,μm,*i*为微粒数; $m_f$ 为过滤介质的质量,kg; $\rho_f$ 为过滤介质的密度,kg·m<sup>-3</sup>;S为过滤介质的面积,m<sup>2</sup>; $V_f$ 为纤维体积,m<sup>3</sup>.

不难看出,方程(6)左边的最后一项分子和分母中均含有 $\alpha$ ,而前几项均是粒子浓度 $C$ 关于时间 $t$ 和空间坐标 $z$ 的偏导数,所以有必要将 $\alpha$ 也转化为关于 $C$ 的函数或表达式。

对于累计容尘量 $m_p$ 的计算式(9),也可写作

$$m_p = \frac{\pi}{6} \rho_p N D_V^3 \quad (11)$$

$$N = C_n u S (1 - \alpha) = C_n u_0 S \quad (12)$$

式中: $N$ 为单位时间内进入微元的微粒量,个·s<sup>-1</sup>; $D_V$ 为实验粉尘的体积平均直径,μm; $C_n$ 为进入微元之前气流所含微粒浓度,个·cm<sup>-3</sup>; $u$ 为气流在过滤介质中的平均速度,m·s<sup>-1</sup>; $u_0$ 为上游气流速度,m·s<sup>-1</sup>.

将 $N$ 的表达式(12)<sup>[14]</sup>代入式(11),为表达一致,将式(12)中的粒子浓度 $C_n$ 改为 $C$ ,可得

$$m_p = \frac{\pi}{6} \rho_p D_V^3 u S (1 - \alpha) C \quad (13)$$

令 $A = \frac{\pi}{6} \rho_p D_V^3 u S$ ,于是式(13)可简化为

$$m_p = A (1 - \alpha) C \quad (14)$$

令 $\lambda = \eta / (\rho_p Z S)$ ,则可将式(10)中的积尘填充率 $\alpha$ 写作

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_p = \alpha_0 + \lambda m_p \quad (15)$$

将式(14)代入式(15),并令 $B = \lambda A = \pi D_V^3 u \eta / (6 Z)$ ,则可推导出 $\alpha$ 以及 $\alpha/(1-\alpha)$ 的表达式为

$$\alpha = \frac{\alpha_0 + BC}{1 + BC} \quad (16)$$

$$\frac{\alpha}{1 - \alpha} = \frac{\alpha_0 + BC}{1 - \alpha_0} \quad (17)$$

## 2.2 非稳态过滤模型解的分析与探讨

式(12)~(17)中的 $u$ 是一个通用形式的主流速度,由于纤维过滤介质中的流动常被看作完全发展的多孔介质流动,故式(12)~(17)中的 $u$ 可以表示气流在纤维过滤介质中的主流平均速度。若容尘实验气流方向为垂直向下,则式(12)~(17)中的 $u$ 可改写为竖直方向的 $W$ 。将式(17)代入方程(6)左边的最后一项,并作进一步简化,可令

$$G = \frac{4\rho W \eta}{\pi d_f} \frac{B}{1 - \alpha_0} = \frac{2\rho D_V^3 W^2 \eta^2}{3(1 - \alpha_0) d_f Z}$$

$$H = \frac{4\rho W \eta}{\pi d_f} \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0}$$

式中: $\rho$ 为气流密度。代入得

$$\frac{4\rho \alpha W \eta}{(1 - \alpha) \pi d_f} C = \frac{4\rho W \eta}{\pi d_f} \frac{B}{1 - \alpha_0} C^2 +$$

$$\frac{4\rho W \eta}{\pi d_f} \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} C = GC^2 + HC \quad (18)$$

将式(18)代入式(6),可得

$$\rho \frac{\partial C}{\partial t} - (\Gamma_z + \Gamma_{tz}) \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \rho W \frac{\partial C}{\partial z} + GC^2 + HC = 0 \quad (19)$$

方程(19)即为过滤介质在非稳态条件下的粒子浓度分布非线性微分方程(或控制方程),是方程(6)的衍化式。

虽然式(19)已将纤维滤料在容尘阶段的填充率 $\alpha$ 表示成关于粒子浓度 $C$ 的函数表达式,但是,也增加了一个关于 $C$ 的二次多项式,再加上原有的 $C$ 关于时间 $t$ 和空间坐标 $z$ 的偏导数,比较复杂。为方便求解,可采用行波变换方法<sup>[15-16]</sup>,即令 $C(t, z) = C(X)$ , $X = pt + qz + r$ ,其中, $p$ 和 $q$ 为待定常数, $r$ 为任意常数,则 $X$ 同时是 $t$ 和 $z$ 的函数,并假设 $t$ 和 $z$ 是两个独立的自变量,可简化式(19)中偏导变量的个数。于是,式(19)中的 $C$ 关于 $t$ 和 $z$ 的偏导数可转化为关于 $X$ 的偏导数

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial C}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = p \frac{\partial C}{\partial x} \quad (20)$$

$$\frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial z} = q \frac{\partial C}{\partial x} \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial C}{\partial z} \right) \frac{\partial x}{\partial z} = q^2 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (22)$$

将式(20)~(22)代入式(19),可得

$$q^2(\Gamma_z + \Gamma_{xz}) \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \rho(p + qW) \frac{\partial C}{\partial x} - GC^2 - HC = 0 \quad (23)$$

另外,可将式(7)对应的初始与边界条件改写为 X 的形式

$$\begin{cases} \text{当 } X = pt + r \text{ 时, } C = C_0, \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \\ \text{当 } X = pt + qz + r \text{ 时, } C = C_1, \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (24)$$

由于方程(23)比一般的二阶常系数齐次线性微分方程多一项  $C^2$ (致使其不能使用微分方程的特征方程来求解),它属于常系数非线性齐次常微分方程的范畴。具体的非线性偏微分方程的通解或显式解是否存在仍然是当今棘手解决的问题,目前发现的存在显式解的非线性微分方程还是非常有限的。本文尝试采用实验解的方法来获取非稳态过滤效率的近似解。

### 3 纤维滤料在容尘阶段过滤效率经验公式的分析与探讨

多孔纤维滤料的含尘过滤阶段是个动态过程,与清洁过滤阶段相比,前者的比表面积和气流在其中的流动状态均会受到粉尘颗粒或气溶胶微粒特性

的影响<sup>[9]</sup>,特别是粉尘初层和“树枝状”粉尘层形成的新过滤结构,对过滤效率和压降的影响极为显著,也使得过滤介质特性参数的确定变得尤为复杂。基于一些经典的无量纲参数和国外学者提出的过滤效率经验公式模型,结合 Welas-2000 气溶胶粒径谱仪和 HITACHI S-3400N 扫描电子显微镜等精密仪器的使用,通过纤维过滤介质的容尘实验来寻求这些无量纲参数之间的内在联系及其对纤维滤料在容尘阶段的过滤效率的影响,并利用非线性回归方法分析拟合出纤维过滤介质的非稳态过滤效率经验公式。

选取某纤维滤料(NJ-01)在容尘阶段的实验数据作为非稳态过滤效率经验公式探讨的基础。对于 NJ-01 纤维滤料(其物性参数如表 1 所示),纤维直径和实测孔径(代表 NJ-01 纤维间的孔隙尺寸所处的平均数量级大小)均是在扫描电镜下观测并计算得到(清洁状态和 135.0 Pa 压降时的电镜扫描图分别如图 1 和 2 所示);填充率  $\alpha$  和孔隙率  $\epsilon$  均是纤维在清洁状态时测得的。其终阻力值取为初始压降  $\Delta p_0$ (54.5 Pa)的 3.0 倍,然后将  $\Delta p_0 \sim 3.0 \Delta p_0$  之间均分为五个阻力阶段( $\Delta p_0 \sim \Delta p_4$ )或阻力点(每个阻力阶段通过发 ISO12103-1 A2 粉尘模拟达到),在各阻力点处通过发生 KCl 多分散相气溶胶并采用 Welas-2000 气溶胶粒径谱仪测量滤料对不同粒径微粒(0.178~10.000  $\mu\text{m}$  共 56 个粒径通道)的计数效率  $E(\Delta p_i)$ ,如图 3 所示。

表 1 NJ-01 纤维滤料的物性参数

Tab. 1 Properties of the fibrous media NJ-01

代号	名称	$Z/\text{mm}$	$d_f/\mu\text{m}$	实测孔径/ $\mu\text{m}$	$\rho_f/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	$\alpha$	$\epsilon$	面密度/ $(\text{g} \cdot \text{m}^{-2})$	出产地
NJ-01	PP 熔喷+PET 纺黏	0.460	4.571	26.015	0.994	0.171	0.829	78.094	中日合作

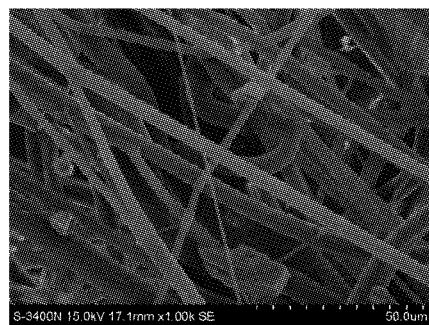


图 1 NJ-01 在清洁状态时的电镜扫描图( $\times 1000$ )

Fig.1 SEM picture for the clean fibrous media NJ-01 ( $\times 1000$ )

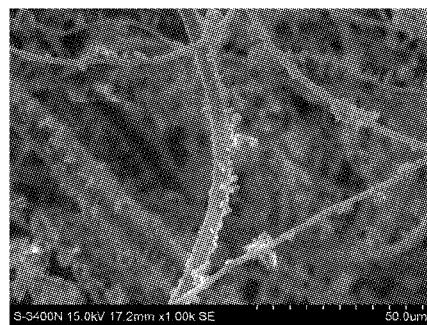


图 2 NJ-01 在 135.0 Pa 压降时的电镜扫描图( $\times 1000$ )

Fig.2 SEM picture for the fibrous media NJ-01 at the pressure drop of 135.0 Pa ( $\times 1000$ )

从图 3 可以看出,随着粉尘微粒在纤维滤料表面的沉积,纤维滤料对各粒径微粒的分级效率均逐渐提高,并且该纤维滤料在粉尘微粒沉积的不同阻

力阶段的最易透过粒径(MPPS)介于[0.184  $\mu\text{m}$ , 0.284  $\mu\text{m}$ ]区间内,且因其纤维直径相对较细,在  $\Delta p_1 \sim \Delta p_4$  的四个阻力点处对  $\geq 1.198 \mu\text{m}$  的各粒径

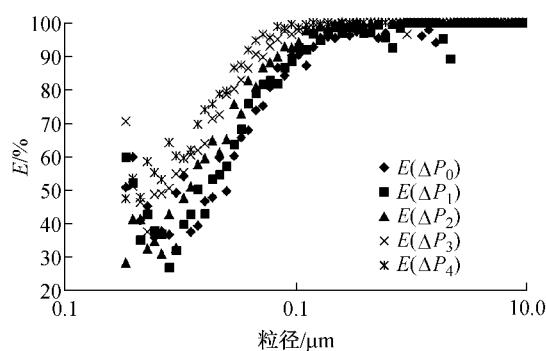


图 3 NJ-01 在各阻力阶段的分级效率随粒径分布图  
Fig.3 NJ-01 Distribution of the classification efficiency with the particle sizes at different stages of pressure drops

微粒的分级效率均高于 96.66%。

Kasper 等<sup>[17]</sup>在前人研究的基础上提出的单纤维过滤效率与沉积粉尘质量的指数关系式为

$$\frac{\eta_m}{\eta_0} = 1 + bm_p^c \quad (25)$$

式中： $\eta_m$  为粉尘沉积阶段的单纤维过滤效率； $\eta_0$  为单纤维的初始效率； $b, c$  为与  $Re$  数、拦截参数  $R$  和  $St$  数等无量纲参数有关的常数。

利用相关的实验数据（仅取  $0.178 \sim 10.000 \mu\text{m}$  有代表性的五个粒径为例）以及滤料的物性参数可计算得到如表 2 所示气溶胶微粒的  $Re$  数、 $St$  数和拦截参数  $R$  等无量纲参数。由表 2 可以看出，微粒的  $Re$  数均小于 1，即实验管段中空气的流动均处于斯托克斯区域，同时其流动状态属于层流；计算得到的拦截参数  $R=0.086 \sim 0.236$ 。

表 2 无量纲参数及拟合的系数  $b$  和  $c$

Tab.2 The dimensionless numbers and the fitted coefficient  $b$  and  $c$

$d_p/\mu\text{m}$	$Re$	$St$	$St/R$	$b$	$c$	$r^2$
0.394	0.0111	0.156	1.810	0.0121	1.161	0.9496
0.525	0.0147	0.257	2.237	0.0168	1.012	0.9973
0.606	0.0170	0.331	2.502	0.0158	0.865	1.0000
0.700	0.0196	0.430	2.810	0.0248	0.633	0.9551
1.078	0.0303	0.955	4.050	0.0131	0.633	0.9793

注： $r$  是指图 4 拟合的关系式中  $b, c$  之间的相关系数。

计算 NJ-01 滤料在各压降阶段的过滤效率  $E(\Delta p_i)$  与其初始效率  $E(\Delta p_0)$  之间的比值  $(E(\Delta p_i)/E(\Delta p_0)-1)$ ，并绘制其值随单位面积累计容尘量的变化曲线，利用非线性回归方法拟合出两者之间的关系趋势线，如图 4 所示。由图 4 可将非线性回归得到的常数  $b$  和  $c$ （列入表 2 中）与无量纲参数  $St/R$  和  $Re$  数作进一步的回归分析，从而得到如图 5 和 6 所示的关系趋势图。于是，将  $x$  和  $y$  分别换为相应的无

量纲参数和常数时，可得到如下  $b$  和  $c$  关于  $St/R$  和  $Re$  的关系式：

$$b = -0.00730(St/R)^2 + 0.0440(St/R) - 0.0445 \quad (26)$$

$$c = -2640.100(Re)^2 - 137.510(Re) + 2.380 \quad (27)$$

$$E(\Delta p_i) = (1 + bm_p^c)E(\Delta p_0) \quad (28)$$

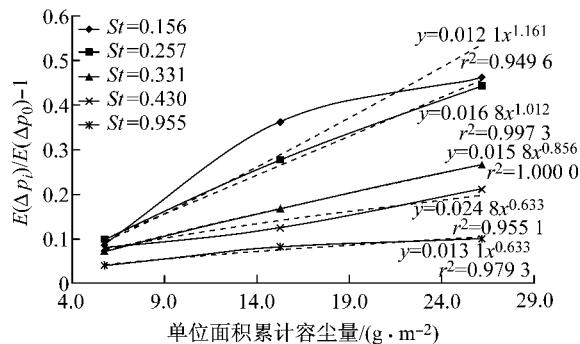


图 4 NJ-01 在各压降阶段的  $(E(\Delta p_i)/E(\Delta p_0)-1)$  与单位面积累计容尘量的关系趋势线

Fig.4 The relationship between  $(E(\Delta p_i)/E(\Delta p_0)-1)$  at different stages of pressure drop and cumulative dust holding capacity per unit area

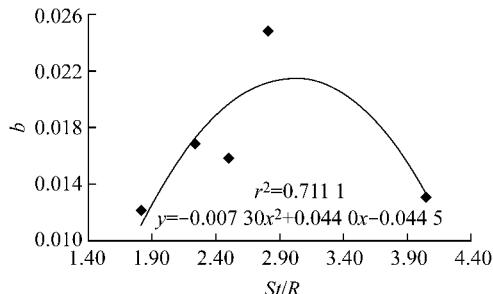


图 5 式(26)中的常数  $b$  与无量纲参数  $St/R$  的关系趋势线

Fig.5 The relationship between the constant  $b$  and dimensionless parameter  $St/R$  in the Equation (26)

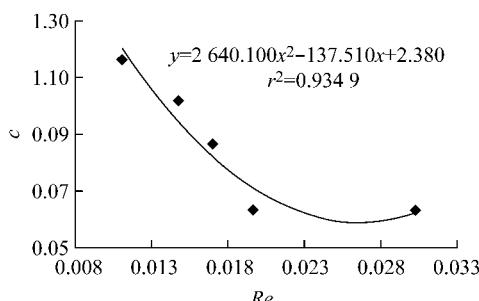


图 6 式(27)中的常数  $c$  与  $Re$  数的关系趋势线

Fig.6 The relationship between the constant  $c$  and dimensionless parameter  $Re$  in the Equation (27)

利用式(25)中的过滤效率与沉积粉尘质量的指数关系形式,将式(26)和(27)代入式(25),即可得到纤维过滤介质的非稳态过滤效率经验公式(28)。

实验发现,当  $St$  小于 1 时,经由实验测试值分析计算所得的系数  $b$  和  $c$  分别与  $St/R$  和  $Re$  之间具有较高的相关性。然而当  $St$  大于 1 时,计算得的系数  $b$  和  $c$  出现较大范围内的变动,导致无法拟合出  $b$  和  $c$  的如式(26)和(27)的高相关性表达式。故本文利用非线性回归方法拟合的纤维滤料在容尘阶段的过滤效率计算式仅适用于  $St$  小于 1 的情况。

## 4 结论

传统的基于单纤维过滤模型的过滤介质的稳态过滤效率计算式不适用于非稳态和湍流条件下的微粒过滤效率计算。本文基于黏性牛顿流体的 N-S 方程,结合纤维过滤介质的积尘填充率与粉尘颗粒或气溶胶微粒沉积量以及单位时间内进入微元的微粒量的关系式,推导出纤维多孔过滤介质内粒子浓度分布的非线性微分方程。

本文虽经数理推导得到了非稳态过滤效率的非线性微分方程,但限于数学求解的制约无法得出显式解,可供后续进一步分析研究以及探索新的方式构建  $\alpha$  与  $C$  的线性关系以寻求非稳态过滤效率的微分方程的最终求解。

基于无量纲参数和过滤效率经验公式模型,结合实验数据探讨分析了无量纲参数之间的内在联系及其对纤维滤料在容尘阶段的过滤效率的影响,并利用非线性回归方法分析拟合出纤维过滤介质的非稳态过滤效率经验公式。实验发现,微粒的  $Re$  数均小于 1,即实验管段中空气的流动均处于斯托克斯区域,同时其流动状态也位于层流区;计算得到的拦截参数  $R=0.086\sim0.559$ 。

通过容尘实验发现,当  $St$  小于 1 时,经由实验值分析计算所得的经验公式中的系数  $b$  和  $c$  分别与  $St/R$  和  $Re$  之间具有较高的相关性。

## 参考文献:

- [1] Thomas D, Penicot P, Contal P, et al. Clogging of fibrous filters by solid aerosol particles experimental and modeling study[J]. Chemical Engineering Science, 2001, 56(11): 3549.
- [2] Payet S, Boulaud D, Madelaine G, et al. Penetration and pressure drop of a HEPA filter during loading with submicron liquid particles[J]. Journal of Aerosol Science, 1992, 23(7): 723.
- [3] Destephen J A, Choi K J. Modelling of filtration processes of fibrous filter media[J]. Separations Technology, 1996, 6(1): 55.
- [4] Kasper G, Schollmeier S, Meyer J. Structure and density of deposits formed on filter fibers by inertial particle deposition and bounce[J]. Journal of Aerosol Science, 2010, 41(12): 1167.
- [5] Elmøe T D, Tricoli A, Grunwaldt J D, et al. Filtration of nanoparticles: evolution of cake structure and pressure-drop [J]. Journal of Aerosol Science, 2009, 40(11): 965.
- [6] Stöcklmayer Ch, Höflinger W. Simulation of the filtration behaviour of dust filters[J]. Simulation Practice and Theory, 1998, 6(3): 281.
- [7] Versteeg H K, Malalasekera W. An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method[M]. 2nd ed. Beijing: World Publishing Corporation, 2010.
- [8] 陶文栓. 数值传热学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001. TAO Wenshuan. Numerical heat transfer[M]. Xi'an: Press of Xi'an Jiaotong University, 2001.
- [9] 吴昌甫. 滤清器测试用气溶胶及纤维过滤介质非稳态过滤机理探讨[D]. 上海: 同济大学机械与能源工程学院, 2012. WU Changfu. Study on the aerosol characteristics and dynamic filtering mechanism of fibrous media based on the test rig for the automotive air-filters[D]. Shanghai: College of Mechanical Engineering of Tongji University, 2012.
- [10] 付海明, 沈恒根. 纤维过滤介质捕集效率数学模型的研究[J]. 东华大学学报: 自然科学版, 2004, 30(3): 5. FU Haiming, SHEN Henggen. Mathematical model research on collection efficiency of fibrous filters[J]. Journal of Donghua University: Natural Science, 2004, 30(3): 5.
- [11] 李恩良, 王英敏. 过滤除尘器收集效率的研究[J]. 环境科学学报, 1989, 9(2): 249. LI Enliang, WANG Yingmin. Study on the collection efficiency of filters[J]. Acta Scientiae Circumstantiae, 1989, 9(2): 249.
- [12] XU Ying, ZHANG Yiping. A general model for analyzing single surface VOC emission characteristics from building materials and its application[J]. Atmospheric Environment, 2004, 38(1): 113.
- [13] Friess H, Yadigaroglu G. Modelling of the resuspension of particle clusters from multilayer aerosol deposits with variable porosity[J]. Journal of Aerosol Science, 2002, 33(6): 883.
- [14] CAI Jie. Fibrous filters with non-ideal conditions [D]. Stockholm: The Royal Institute of Technology, 1992.
- [15] 张鸿庆, 闫振亚. 获得非线性微分方程显式解析解的两种新算法[J]. 应用数学和力学, 2000, 21(12): 1285. ZHANG Hongqing, YAN Zhenya. Two types of new algorithms for finding explicit analytical solutions of nonlinear differential equations[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2000, 21(12): 1285-1292.
- [16] 宋丽娜. 非线性微分方程求解和群分析[D]. 大连: 大连理工大学数学科学学院, 2009. SONG Lina. Solutions and group analysis of nonlinear differential equation [D]. Dalian: School of Mathematical Sciences of Dalian University of Technology, 2009.
- [17] Kasper G, Schollmeier S, Meyer J, et al. The collection efficiency of a particle-loaded single filter fiber[J]. Journal of Aerosol Science, 2009, 40(12): 993-1009.