

基于弹流润滑的直齿轮动态效率模型及验证

陈辛波, 卢志坚

(同济大学 新能源汽车工程中心, 上海 201804)

摘要: 分析基于弹流润滑状态的直齿轮啮合特性及规律, 考察摩擦因子、载荷分配及油膜厚度等关键因子的计算公式, 建立基于 MATLAB/Simulink 的机械动态效率数学模型。以 1 对齿轮沿啮合线从啮入到啮出为 1 个周期, 将啮合区间划分为 4 部分分别进行平均滑动摩擦和滚动摩擦功耗的积分计算, 同时为表征实际情况中润滑油粘度变化带来的影响引入润滑油粘度变化修正因子。仿真结果与试验数据及已有数学模型的对比分析验证了所建动态效率模型的准确性。

关键词: 直齿轮; 动态效率; 数学模型; 摩擦因子; 粘度变化修正因子

中图分类号: TH117.1

文献标志码: A

Modeling of Dynamic Efficiency of Spur Gear Pairs Based on Elastohydrodynamic Lubrication and Its Validation

CHEN Xinbo, LU Zhijian

(Clean Energy Automotive Engineering Center, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: The characteristics and law of spur gears meshing were analyzed based on the elastohydrodynamic lubrication. Then a MATLAB/Simulink model was proposed for the prediction of mechanical dynamic efficiency of spur gear pairs by investigating on the computational formulas of key factors such as friction coefficients, load distribution, film thickness and so on. A period defined from the start point of meshing to the end point of meshing along line of action was divided into four parts for an easier computation of the average sliding and rolling power losses. Meanwhile, a modifying factor was rationally introduced to account for the effect of variable lubricant viscosity. The simulation results were compared with test data and the results from other prediction models. The comparative results show that the proposed prediction model is accurate.

Key words: spur gear pairs; dynamic efficiency;

mathematical model; friction coefficient; viscosity modifying factor

齿轮传动作为机械行业中应用最广泛的传动方式之一, 其效率一直是国内外研究的重要课题。由于近年来能源危机和环境污染问题的日趋严峻, 齿轮传动的能耗效率问题得到更多的投入和关注。在汽车行业, 齿轮传动广泛运用于传动系统(变速箱、主减速器等), 其效率直接影响传动系统的整体效率以及使用寿命。传动系统的动态效率在整车系统参数匹配和能量管理过程中往往被视为一个定值, 这与实际有一定的偏差。因此, 建立准确的齿轮动态传动效率数学模型不仅对齿轮本身效率性能的改善有重要的理论意义, 而且能为以此为基础的整车动力系统参数匹配优化及能量管理提供数据和参考, 对提高整车能量综合利用率极为重要。

齿轮传动系统的功率损耗可分为有载荷功耗和无载荷功耗, 其中有载荷功耗主要包括有载荷条件下的齿轮啮合功耗和轴承功耗, 无载荷功耗主要包括齿轮的搅油损失、风阻损失(齿轮在空气或空气与油雾的环境中由于流体阻力造成的功耗)以及轴承功耗。齿轮转速处于中低速时, 齿轮传动系统的功耗主要表现为齿轮啮合功耗和搅油损失, 高速时风阻损失尤为明显。本文主要研究齿轮啮合功耗。

国内外发表的关于齿轮啮合传动效率的文献很多, 按摩擦系数可将其分为三大类^[1], 第 1 类假设啮合区间上不同啮合点位置处的摩擦系数都相同, 取一个定值进行计算, 比如文献[2]中就将摩擦系数视为常值, 从驱动功率和生产阻力功率的角度推导了齿轮啮合瞬时效率及啮合区间平均效率公式; 第 2 类基于一定的试验得到的摩擦系数经验公式, 文献[1]列出了部分常用的经验公式, 这些经验公式在各

收稿日期: 2012-03-19

基金项目: 国家“八六三”高技术研究发展计划(2012AA110701); 国家“九七三”重点基础研究发展计划(2011CB711202)

第一作者: 陈辛波(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为汽车传动与控制。E-mail: austin_1@163.com

通讯作者: 卢志坚(1988—), 男, 硕士生, 主要研究方向为汽车传动与控制。E-mail: luzhijianhao@126.com

自的适用范围里都比较准确;第 3 类基于弹流润滑的摩擦系数计算公式^[1],从流体动力学、接触力学及摩擦学出发推导较为普遍适用的公式,但涉及因素太多,计算复杂.总的来说,国外对齿轮传动效率的研究比较系统,早在 1978 年文献[3]就系统地综述了典型的齿轮啮合传动摩擦因子的计算模型,1980 年文献[4]就齿轮传动各部分功耗进行详细分析和计算,同时给出计算结果并与试验数据对比分析,为学者进一步研究提供重要的参考和数据.近几年俄亥俄州立大学机械工程系致力于齿轮传动效率计算方法的深入研究^[5-6],针对齿轮传动的机械效率、搅油损失、风阻损失等开展了一系列理论与试验研究^[7],为齿轮传动效率作出了重要的贡献.但齿轮传动系统工作过程及环境复杂,影响因子繁多,数学模型不甚统一,因此仍有必要进行进一步深入研究和建立更加准确通用的理论数学模型.相比之下,国内相关文献较少,周哲波^[8]基于平均摩擦因子的假设和简化分析计算了弹流润滑状态下的啮合效率,重庆大学秦大同等^[9]基于简化的齿轮传动效率模型搭建了车用变速器传动效率的数学模型,这些文献反映了对于动态摩擦因子的传统处理,要么求解平均值,要么取一个定值,一定程度上造成了数学模型与实际的偏差.

本文主要针对外啮合直齿轮啮合功耗的 2 个方面即滑动摩擦功耗和滚动摩擦功耗进行理论研究分析,推导出较为准确的计算公式,同时引入润滑油粘度变化修正因子,并与试验数据进行对比分析.

1 齿轮啮合功耗数学模型

齿轮啮合功耗可分为滑动摩擦功耗和滚动摩擦功耗,在弹流润滑状态下,一般认为数学模型的准确性与摩擦因子、载荷分配、啮合点位置以及润滑油油膜厚度等密切相关.图 1 为外啮合直齿轮啮合关系示意图.图中, O 为啮合点位置; O_1, O_2 分别为主、从动齿轮的转动中心; N_1, N_2 分别为理论啮入点、啮出点, $l_{N_1 N_2}$ 为理论啮合线长度, mm; $l_{O N_1}, l_{O N_2}$ 分别为主、从动齿轮在啮合点 O 处的曲率半径, mm; B_1, B_2 分别为实际啮入点、啮出点, $l_{B_1 B_2}$ 为实际啮合线长度, mm; C, D 分别为单对齿轮啮合起始点、结束点位置; P 为节点位置; ω_1, ω_2 分别为主、从动齿轮角速度, $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$; α' 为节圆压力角,即啮合角; α_{a1}, α_{a2} 分别为主、从动齿轮顶圆压力角. 设 e_1 为 $B_1 P$ 的长度, mm; e_2 为 $B_2 P$ 的长度, mm; e_3 为 $B_1 B_2$ 的长度,

mm; s 为啮合点 O 到节点 P 的距离, mm.

1.1 滑动摩擦功率损耗

由图 1 可知,以 1 对啮合齿轮从啮入到啮出为 1 个啮合周期,啮合线可划分为 4 部分进行计算,即 PC, CB_1, PD, DB_2 ,以啮合节点 P 为原点,先计算啮合点瞬时啮合功耗,然后分别向啮入、啮出方向积分,最后得到整个啮合区间上的平均功耗.

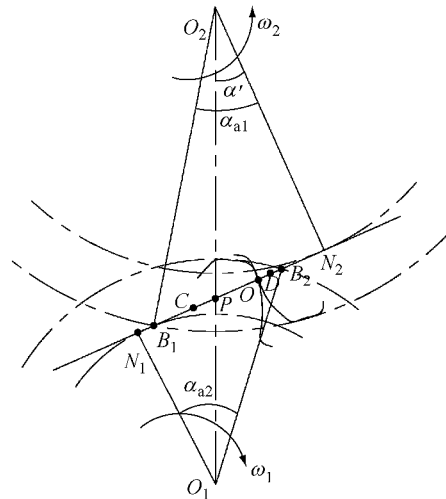


图 1 外啮合直齿轮关系示意

Fig. 1 External meshing gear pairs schematic

1.1.1 摩擦因子

考虑到 Benedict 和 Kelley 提出的经验公式^[3]涉及因素较全、实际运用效果较好且被国内外学者广泛采用,故本文摩擦因子采用该经验公式.

$$\begin{cases} f(s) = 0.0127 \left(\frac{50}{50 - 39.37 S_f} \right) \lg \left(\frac{29.66 W}{\rho V_s(s) V_r^2(s)} \right) \\ V_s(s) = \omega_1 (l_{O N_1}) - \omega_2 (l_{O N_2}) = \\ \quad \frac{\pi}{30} n_1 (1 + 1/i) s \times 10^{-3} \\ V_r(s) = \omega_1 (l_{O N_1}) + \omega_2 (l_{O N_2}) = \\ \quad \frac{\pi}{30} n_1 [d_1 \sin \alpha' + (1 - 1/i) s] \times 10^{-3} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $f(s)$ 为啮合点瞬时摩擦因子; S_f 为齿轮表面粗糙度(均方根粗糙度), μm ; W 为单位载荷, $\text{N} \cdot \text{mm}^{-1}$; ρ 为润滑油粘度, $\text{Pa} \cdot \text{s}$; $V_s(s), V_r(s)$ 分别为啮合点瞬时滑动速度和滚动速度, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, 均是关于 s 的函数; n_1 为主动齿轮转速, $\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$; i 为齿轮传动比; d_1 为主动齿节圆直径, mm.

1.1.2 载荷分配

在不考虑齿轮变形并假设载荷均匀分布于接触线的理想情况下,齿轮间载荷均匀分配,即有 2 对齿轮同时啮合时载荷系数为 0.5, 1 对齿轮啮合时为

1.0. 对应单位载荷 W 为

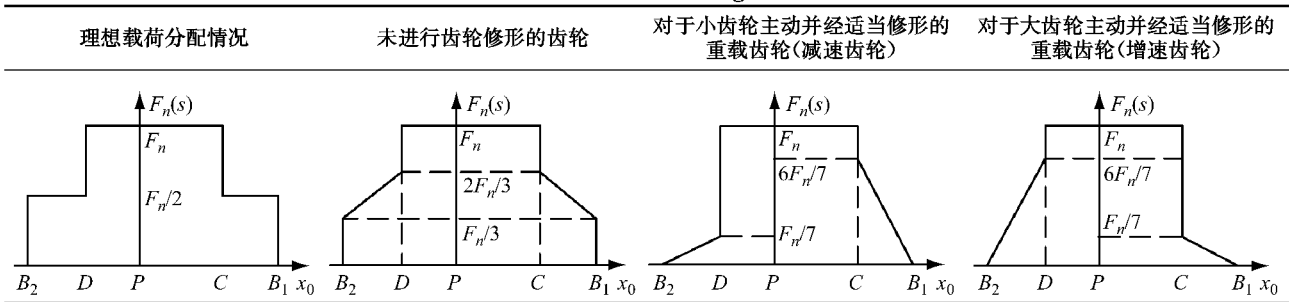
$$\begin{cases} W = F_n/(2b) & 2 \text{ 对齿啮合} \\ W = F_n/b & 1 \text{ 对齿啮合} \end{cases} \quad (2)$$

式中: F_n 为总的法向载荷, N , $F_n = 2T_1/(d_1 \cos \alpha')$, T_1 为输入转矩, $N \cdot m$; b 为直齿轮齿宽, mm .

实际齿间载荷分配系数的确定比较复杂, 弹流润滑状态下的载荷分配理论尚不成熟, 各学派不甚统一, 结合 ISO425E 提供的简化载荷分配系数^[10]可得沿啮合线的载荷分配如表 1 所示, 表中 x_0 为啮合点 O 的位置, $F_n(s)$ 为啮合点处法向载荷。

表 1 沿啮合线的载荷分配

Tab.1 Load distribution along line of action



1.1.3 滑动摩擦功耗计算

任意啮合点 O 瞬时滑动摩擦功耗为

$$P_H(s) = f(s)F_n(s)V_s(s) \times 10^{-3} \quad (3)$$

式中: $P_H(s)$ 为瞬时滑动功耗, kW ; $F_n(s)$ 为啮合点瞬时法向载荷(参考表 1), N , 是关于 s 的函数。

由于齿轮啮合传动的周期性, 可采用啮合区间上的平均功耗来表征齿轮啮合传动功耗特性, 对 4 部分啮合区域进行积分并求平均值 $\overline{P_H}$ 。

$$\overline{P_H} = \frac{\sum_{i=1}^4 \int_{x_i}^{y_i} f(s)F_n(s)V_s(s) \times 10^{-3} ds}{l_{B_1 B_2}} \quad (4)$$

式中: $\overline{P_H}$ 为平均滑动功耗, kW ; x_i, y_i 的取值如表 2 所示, $i=1, 2, 3, 4$, 表中 p_b 为基圆齿距, mm 。

表 2 啮合各区域的 x_i, y_i 取值

Tab.2 Values of x_i, y_i in different districts

变量	$i=1$ ($P \rightarrow C$)	$i=2$ ($C \rightarrow B_1$)	$i=3$ ($P \rightarrow D$)	$i=4$ ($D \rightarrow B_2$)
x_i	0	$p_b - e_2$	0	$p_b - e_1$
y_i	$p_b - e_2$	e_1	$p_b - e_1$	e_2

在载荷均匀分布的理想情况下平均滑动摩擦功率损耗 $\overline{P_H}$ 计算公式如下:

$$\overline{P_H} = \frac{332.5F_n n_1 (1 + 1/i) \times 10^{-10}}{e_3 (50 - 39.37S_f)} \cdot \left[2 \int_0^{p_b - e_2} [\lg(25.828F_n b^{-1} \rho^{-1} (1 + 1/i)^{-1} (n_1 \times 10^{-4})^{-3} (d_1 \sin \alpha' + s(1 - 1/i))^{-2} s^{-1})] s ds + \int_{p_b - e_2}^{e_1} [\lg(12.914F_n b^{-1} \rho^{-1} (1 + 1/i)^{-1} (n_1 \times 10^{-4})^{-3} (d_1 \sin \alpha' + s(1 - 1/i))^{-2} s^{-1})] s ds + \right]$$

1.2 滚动摩擦功耗

Crook^[11] 基于弹流润滑对滚动摩擦力的试验研究成果已广泛运用于齿轮滚动摩擦功耗的计算, 任意啮合点 O 瞬时滚动摩擦功耗为

$$P_R(s) = 90h(s)V_r(s)b \quad (5)$$

式中: $P_R(s)$ 为瞬时滚动摩擦功耗, kW ; $h(s)$ 为弹性动力油膜厚度, m , 可采用文献[12]中的计算公式。

$$h(s) = \frac{3.07 \zeta^{0.57} R^{0.4} (\rho V_r(s)/2)^{0.71}}{E^{0.03} (W \times 1000)^{0.11}} \quad (6)$$

式中: ζ 为润滑油压粘系数, $m^2 \cdot N^{-1}$; R 为综合曲率半径, 随啮合点位置变化, 计算式为 $R = \frac{l_{\alpha N_1} l_{\alpha N_2}}{l_{\alpha N_1} + l_{\alpha N_2}} =$

$\frac{(r_1 \sin \alpha' + s)(ir_1 \sin \alpha' - s)}{(i+1)r_1 \sin \alpha'} \times 10^{-3}$, m , r_1 为主动齿节圆半径, mm ; E 为综合弹性模量, $E = 2 / (\frac{1 - \sigma_1^2}{E_1} + \frac{1 - \sigma_2^2}{E_2})$, σ_1, σ_2 分别为主、从动齿轮泊松比, E_1, E_2 分别为主、从动齿轮弹性模量, 如果主、从动齿轮都是钢, 那么 $E = 2.276 \times 10^{11} N \cdot m^{-2}$ 。

与平均滑动摩擦功耗的计算过程相同, 平均滚动摩擦功耗 $\overline{P_R}$ 的计算如下:

$$\overline{P_R} = \frac{\sum_{i=1}^4 \int_{x_i}^{y_i} 90h(s)V_r(s)b ds}{l_{B_1 B_2}} \quad (7)$$

式中: \overline{P}_R 为平均滚动摩擦功耗, kW; x_i, y_i 的取值如表 2 所示, $i=1, 2, 3, 4$.

在载荷均匀分布的理想情况下平均滚动摩擦功率损耗 \overline{P}_R 计算公式如下:

$$\overline{P}_R = \frac{276.3 \zeta^{0.57} (\rho/2)^{0.71} (1.047 2n_1 \times 10^{-4})^{1.71} b}{E^{0.03} e_3 [1\ 000(i+1)r_1 \sin \alpha']^{0.4}} \cdot \left[(F_n/b \times 1\ 000)^{-0.11} \int_0^{p_b-e_2} [(d_1 \sin \alpha' + s(1-1/i))^{1.71} ((r_1 \sin \alpha' + s)(ir_1 \sin \alpha' - s))^{0.4}] ds + (F_n/2b \times 1\ 000)^{-0.11} \int_{p_b-e_2}^{e_1} [(d_1 \sin \alpha' + s(1-1/i))^{1.71} ((r_1 \sin \alpha' + s)(ir_1 \sin \alpha' - s))^{0.4}] ds + (F_n/b \times 1\ 000)^{-0.11} \int_0^{p_b-e_1} [(d_1 \sin \alpha' + s(1-1/i))^{1.71} ((r_1 \sin \alpha' + s)(ir_1 \sin \alpha' - s))^{0.4}] ds + (F_n/2b \times 1\ 000)^{-0.11} \int_{p_b-e_1}^{e_2} [(d_1 \sin \alpha' + s(1-1/i))^{1.71} ((r_1 \sin \alpha' + s)(ir_1 \sin \alpha' - s))^{0.4}] ds \right]$$

2 润滑油粘度变化修正因子

齿轮传动系统工作时, 由于能耗引起系统的温度升高, 润滑油粘度发生一定的变化, 在弹流润滑状态下, 润滑油粘度是一个重要的参与因子, 因而需要对粘度变化进行修正. 文献[13]在高速油膜厚度公式中引入了一个热减小因子, 本文经过分析发现该热减小因子本质上是对高速下粘度的修正, 故根据油膜厚度 $h(s)$ 与粘度 ρ 的关系, 即 $h(s) \propto \rho^{0.71}$, 将热减小因子 φ_t 转换成润滑油粘度修正因子 φ_p , 两者存

在如下关系:

$$\varphi_p = \varphi_t^{1/0.71} \quad (8)$$

计算热减小因子过程中需引入热载荷因子, 根据文献[4]和[13], 热载荷因子 $Q_m^{[4]}$ 及热减小因子 $\varphi_t^{[13]}$ 可根据下式具体计算:

$$\begin{cases} Q_m = 6.8 \cdot \rho_0 \cdot (\overline{V}_r)^2 \times 10^{-5} \\ \varphi_t = \frac{1 - 13.2(p_{hz}/E)Q_m^{0.42}}{1 + 0.213(1 + 2.23S_R^{0.83})Q_m^{0.64}} \end{cases} \quad (9)$$

式中: ρ_0 为环境温度下(一般取 30 °C)的润滑油粘度, Pa · s; \overline{V}_r 为一个啮合区间上的平均滚动速度, $\overline{V}_r = \int_{B_1}^{B_2} V_r(s) ds / l_{B_1 B_2}$, m · s⁻¹; p_{hz} 为最大 Hertzian 接触力^[13]; S_R 为滑移率, $S_R = 2V_s(s)/V_r(s)$. 则修正因子 φ_p 及修正后的润滑油粘度 ρ' 可表示为

$$\begin{cases} \varphi_p = \left(\frac{1 - 13.2(p_{hz}/E)Q_m^{0.42}}{1 + 0.213(1 + 2.23S_R^{0.83})Q_m^{0.64}} \right)^{1.41} \\ \rho' = \varphi_p \rho \end{cases} \quad (10)$$

式中, ρ' 为修正后的润滑油粘度, Pa · s.

3 仿真算例与验证

根据上述推导的公式基于 MATLAB/Simulink 搭建数学模型, 其间利用 Maple 强大的符号运算功能实现部分积分运算, 辅助数学模型的快速搭建.

3.1 仿真对象及仿真相关参数

仿真对象来自文献[5], 为 2 对传动比为 1 的直齿轮(23 齿与 40 齿), 齿轮及润滑油等仿真参数如表 3 所示, 载荷分配采用理想分配.

表 3 仿真对象及相关参数

Tab.3 Simulation objects and parameters

直齿轮	模数/mm	压力角/(°)	直径/mm			齿根圆	啮入点	齿厚/mm
			节圆	基圆	齿顶圆			
23 齿	3.95	25	90.86	82.34	100.34	81.3	85.38	6.435
40 齿	2.32	28	92.74	81.89	95.95	85.8	87.73	2.925
直齿轮	齿宽/mm	中心距/mm	传动比	表面粗糙度/ μm	综合弹性模量/Pa	60 °C 润滑油粘度/(Pa · s)	润滑油压粘系数/($\text{m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$)	润滑油密度/($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$)
23 齿	19.5	91.5	1	0.32	2.276×10^{11}	0.034 7	1.68×10^{-8}	0.82
40 齿	26.7	91.5	1	0.20	2.276×10^{11}	0.034 7	1.68×10^{-8}	0.82

3.2 仿真结果及验证

由于试验条件所限, 选用文献[5]给出的试验数据进行仿真结果的验证. 将齿轮啮合功耗从总功耗中分离出来并不容易, 文献[5]提供了含有载荷条件下轴承功耗的机械效率曲线, 为验证齿轮啮合功耗模型, 在仿真中加入有载轴承功耗数学模型.

$$P_{b_load} = 0.5 \mu_b W_b d_{bore} \omega_b \times 10^{-3} \quad (11)$$

式中: P_{b_load} 为有载轴承功耗, kW; μ_b 为轴承摩擦系

数, 文献[5]中取 0.001 1; W_b 为轴承径向载荷, N; d_{bore} 为轴承内径, m; ω_b 为轴承角速度, rad · s⁻¹. 齿轮啮合总的功率损耗 \overline{P}_m 为

$$\overline{P}_m = \overline{P}_H + \overline{P}_R + P_{b_load} \quad (12)$$

对润滑油粘度变化修正因子引入前后分别进行仿真, 并与文献[1]和文献[8]所建立模型以及试验数据进行对比分析.

如图 2 所示, 分别为 23 齿齿轮副和 40 齿齿轮

副在恒转矩下润滑油粘度变化修正因子引入前后的仿真结果及试验数据对比. 由图 2 可知, 将润滑油粘度取为常值时, 仿真结果与试验数据存在一定误差, 但总体趋势一致. 引入润滑油粘度变化修正因子后, 机械功率损耗的仿真结果和试验数据基本吻合, 表明引入润滑油粘度变化修正因子的必要性.

图 3、图 4 分别在恒转矩和恒转速条件下将本文数学模型、文献[1]和文献[8]仿真结果与试验数据

进行全面对比. 对比可知, 本文数学模型仿真结果总体上优于文献[8]的数学模型, 主要原因是一方面增加了齿轮表面粗糙度对摩擦因子的影响, 将与啮合点位置有关的参数(摩擦因子、油膜厚度等)作为积分项进行积分, 而不是采用简化处理, 另一方面从全局角度引入润滑油粘度变化修正因子. 文献[1]相比本文数学模型, 仅对油膜厚度进行修正, 未从全局角度引入润滑油粘度变化修正因子, 但采用了基于弹

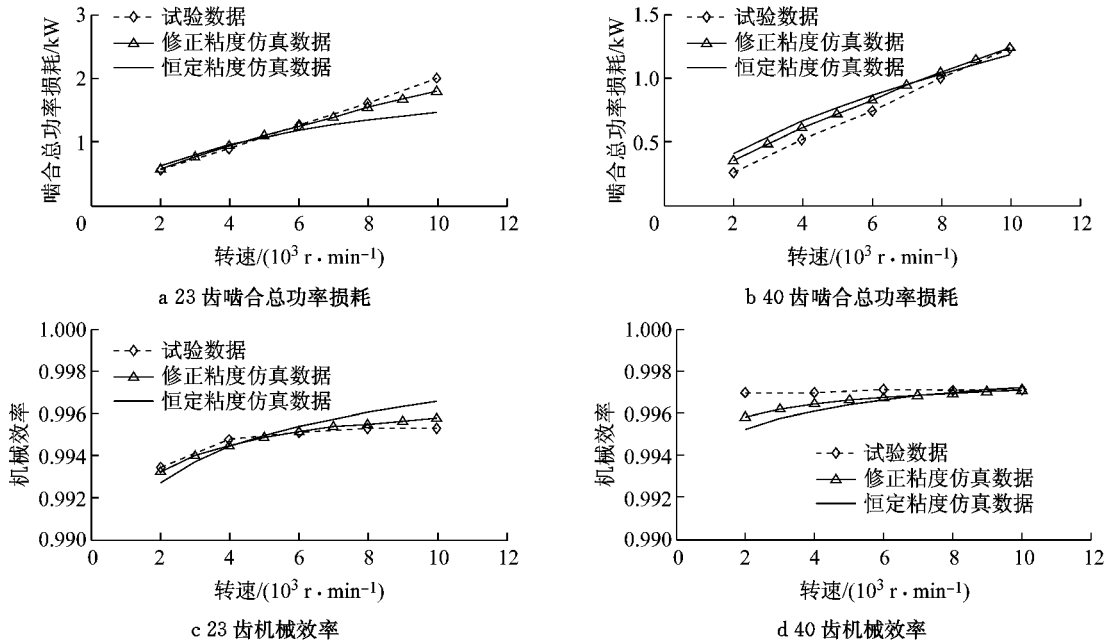


图 2 恒转矩 406 N·m 条件下引入粘度修正因子前后仿真结果与试验数据对比

Fig. 2 Comparison of the simulation data with or without the viscosity modifying factor and test data at 406 N·m

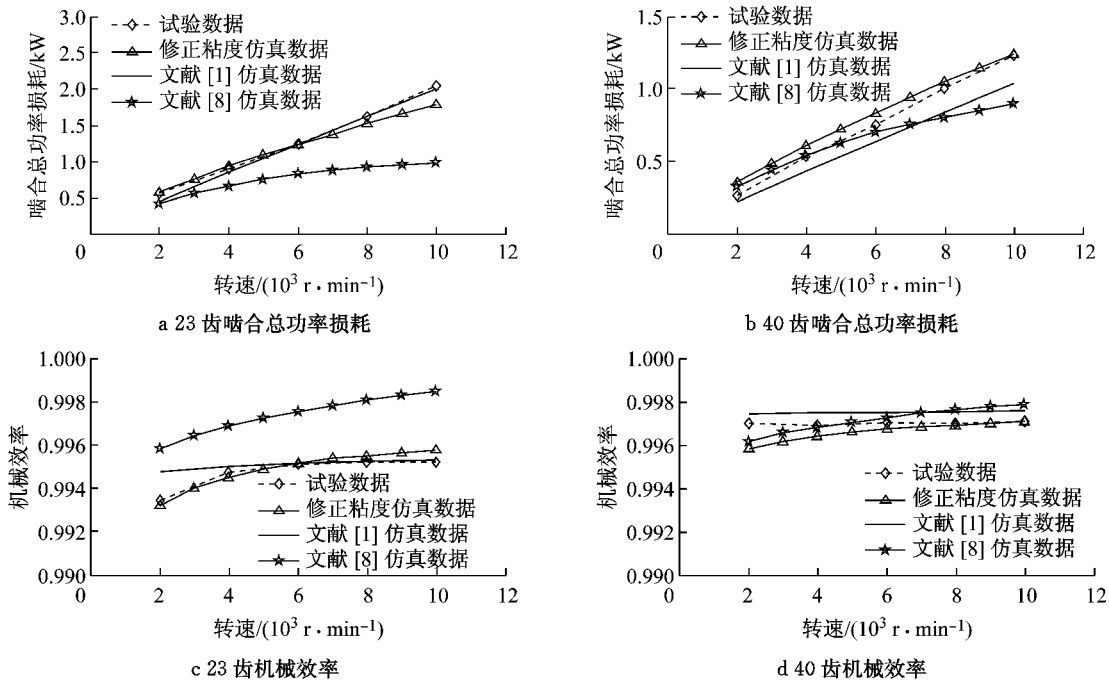


图 3 恒转矩 406 N·m 条件下仿真结果与试验数据对比

Fig. 3 Comparison of the simulation data and the test data at 406 N·m

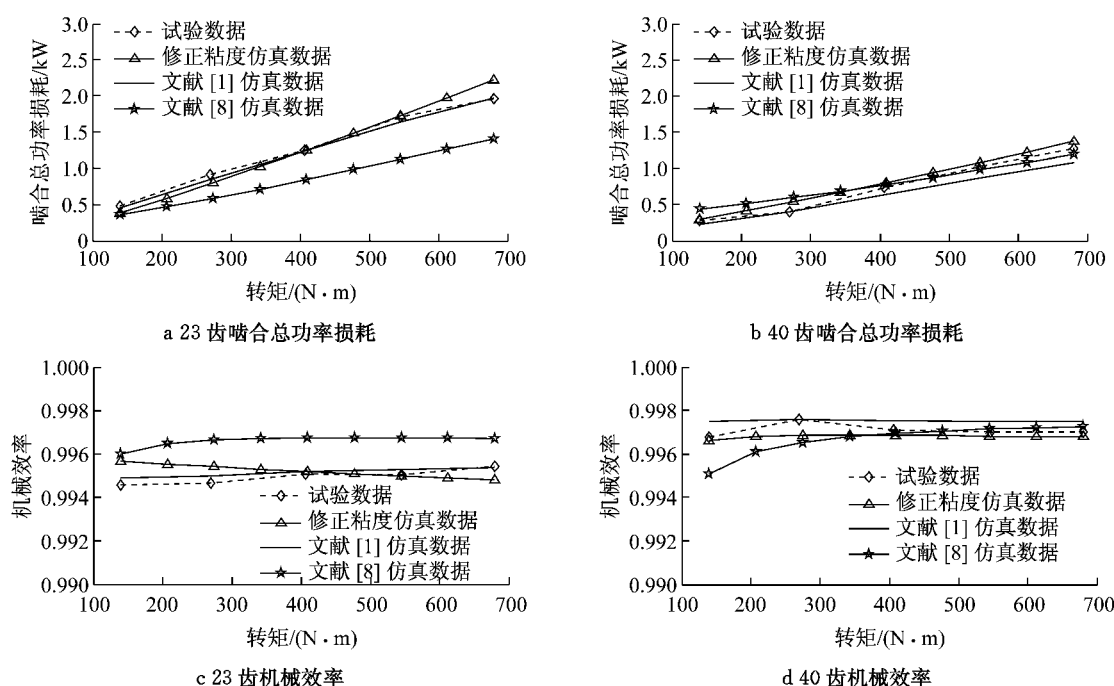


图4 恒转速 $6000 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$ 条件下仿真结果与试验数据对比

Fig.4 Comparison of the simulation data and the test data at $6000 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$

流润滑的载荷分配模型,结果显示其仿真结果与本文差异不大,都与试验数据较吻合.一定程度上说明了载荷分配模型对齿轮啮合功耗数学模型的准确建立有一定的影响,为进一步深入研究提供方向.

4 结论

(1) 提出了考虑摩擦因子、载荷分配、油膜厚度等参数动态变化的直齿轮机械动态效率数学模型,仿真分析与试验数据对比结果表明,该模型可反映动态效率的变化趋势,但尚存在一定的误差.

(2) 考虑实际中润滑油粘度的变化,引入润滑油粘度变化修正因子,得到的仿真结果与试验数据更吻合,表明引入该因子的必要性.

(3) 本文建模方法可拓展应用于斜齿轮等其他齿轮传动效率的理论分析.笔者将进一步探讨载荷分配、齿形参数等因子对机械动态效率的影响.

参考文献:

[1] XU H, Kahraman A, Anderson N E, et al. Prediction of mechanical efficiency of parallel-axis gear pairs [J]. Transactions of the ASME, 2007, 129: 58.
 [2] 姚建初,陈义保,周济,等.齿轮传动啮合效率计算方法的研究[J].机械工程学报,2001,37(11):18.
 YAO Jianchu, CHEN Yibao, ZHOU Ji, et al. Study on a method for calculating gearing meshing efficiency[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2001, 37(11):18.
 [3] Martin K F. A review of friction prediction in gear teeth[J].

Wear, 1978, 49: 201.
 [4] Anderson N E, Loewenthal S H. Spur gear system efficiency at part and full load[R]. Cleveland: NASA, 1980.
 [5] XU H. Development of a generalized mechanical efficiency prediction methodology for gear pairs[D]. Columbus: Ohio State University, 2005.
 [6] Chase D. The development of an efficiency test methodology for high-speed gearboxes [D]. Columbus: Ohio State University, 2005.
 [7] Petry-Johnson T T, Kahraman A, Anderson N E, et al. An experimental investigation of spur gear efficiency[J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130: 062601-1.
 [8] 周哲波. 弹流润滑状态下齿轮啮合效率的研究[J].机械设计, 2004,21(12):40.
 ZHOU Zhebo. Study on gear meshing efficiency under condition of elastohydrodynamic lubrication [J]. Journal of Machine Design, 2004, 21(12): 40.
 [9] 王熙,秦大同,胡明辉,等.汽车变速器传动效率理论建模与实验测试[J].机械传动,2010,34(8):21.
 WANG Xi, QIN Datong, HU Minghui, et al. Modeling and testing of the vehicle transmission efficiency[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2010, 34(8):21.
 [10] 李庆远. 渐开线圆柱齿轮的载荷分配系数与齿间载荷分布系数[J].昆明工学院学报,1986,4:55.
 LI Qingyuan. The sharing factor and transverse load distribution factor for involute cylindrical gears[J]. Journal of Kunming University of Science and Technology, 1986, 4: 55.
 [11] Crook A W. The Lubrication of Rollers IV. Measurements of friction and effective viscosity[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society(London), Series A, 1963, 255: 281.
 [12] Hamrock B J, Jacobson B O. Elastohydrodynamic lubrication of line contacts[J]. ASLE, 1981, 27(4): 275.
 [13] WU S F, CHENG H S. A friction model of partial-EHL contacts and its application to power loss in spur gears[J]. Tribology Transactions, 1991, 34: 398.