

一种基于低秩描述的图像集分类方法

吕 焯^{1,2,3}, 王志成^{1,2}, 赵卫东^{1,2}, 刘玉淑⁴

(1. 同济大学 CAD 研究中心, 上海 200092; 2. 同济大学 企业数字化技术教育部工程研究中心, 上海 200092;
3. 重庆市国土资源和房屋勘测规划院, 重庆 400020; 4. 山东大学 信息科学与工程学院, 山东 济南 250100)

摘要: 保持局部图嵌入的流形鉴别分析方法将图像集所属子空间看作流形上的点, 并使流形变换前后局部结构关系不变。然而在构造局部区域相似图矩阵时, 用于描述节点局部区域范围的近邻节点个数会极大地影响算法的准确率, 并会出现变换后流形的可分辨性相比变换前提升很小甚至更低的情况。针对该问题, 提出了一种低秩描述下的 Grassmannian 流形鉴别分析方法。通过对图像集的低秩描述, 流形变换中局部嵌入时仅保持同类别节点的最近邻局部结构以及所有节点间的相异类别信息, 从而避免了对近邻节点个数的选择, 并增强了变换后流形的可分辨性。由 15 类复杂自然场景和 Caltech101 图像数据集的实验结果表明, 该方法是可行的, 并且极大地提高了图像集分类的准确率。

关键词: 流形鉴别分析; 低秩分解; 图像集; 局部图嵌入
中图分类号: TP391 **文献标志码:** A

Image Set Classification Based on Low-rank Representation

LÜ Xuam^{1,2,3}, WANG Zhicheng^{1,2}, ZHAO Weidong^{1,2},
LIU Yushu⁴

(1. CAD Research Center of Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Engineering Research Center for Enterprise Digital Technology of the Ministry of Education, Shanghai 200092, China; 3. Chongqing Institute of Surveying and Planning for Land Resources and Housing, Chongqing 400020, China; 4. School of Information Science and Engineering, Shandong University, Ji'nan 250100, China)

Abstract: Graph embedding discriminant analysis on manifold approach represents each image set as a subspace on manifold. It maps the manifold to a more discriminative one with geometrical structure and local information preserved. However, its accuracy critically depends on the number of local neighbours when constructing similarity graph. This paper presents a novel approach with fixed neighbour numbers to implement graph embedding Grassmannian discriminant

analysis based on low-rank representation (LRR) for each image set. After the low-rank components of each set being recovered, to preserve the nearest neighbour structure of nodes with the same label and all the different label information during the manifold mapping can always achieve the best performance. Experiments on two image datasets (15-scenes categories and Caltech101) show that the proposed method greatly improves the classification accuracy of image sets.

Key words: manifold discriminant analysis; low-rank representation; image set; graph embedding

图像分类是信息处理的重要内容之一, 快速、精确的图像分类方法是实现许多实际应用的前提。然而复杂场景图像的分类是十分困难的, 同一类场景的图像(如卧室)也会因为光照、角度以及自身类内变化而表现不同(图 1), 即使是同一类图像之间仍存在较大的差异。这种情况下, 传统的基于单幅图像的分类方法很难达到较高的准确度。虽然在很多情况下同一类图像间的变化较大, 而图像集可以更全面地刻画同一类图像中存在的各种变化, 较单幅图像的分类方法能有效实现更为鲁棒、准确的分类, 因此基于图像集的分类方法引起了国内外学者的广泛关注^[1-5]。例如, 对于一个视频监控系统中由不同位置摄像头拍摄到的各种姿态、光照下的人脸图像, 很难对单个镜头拍摄到的单幅人脸图像进行准确识别, 然而如果将所有拍摄到的不同姿态、光照下的人脸图像构成一个图像集合, 用来描述该人脸, 可以极大地提高识别的准确率。此外, 基于图像集的场景分析也具有重要的研究意义, 例如一个搭载图像采集设备的机器人可以通过分析运动中采集到的多幅图像

收稿日期: 2012-05-16

基金项目: 国家自然科学基金(61103070); “十二五”国家科技支撑计划(2012BAF10B12); 上海市科委项目(12dz1125400); 中央高校基本科研业务费专项资金(0800219171)

第一作者: 吕 焯(1982—), 男, 博士生, 主要研究方向为计算机视觉。E-mail: shixuanlv305@126.com

通讯作者: 王志成(1975—), 男, 副研究员, 工学博士, 主要研究方向为模式识别。E-mail: zhichengwang@tongji.edu.cn

构成的图像集来实现更加准确的场景分析。

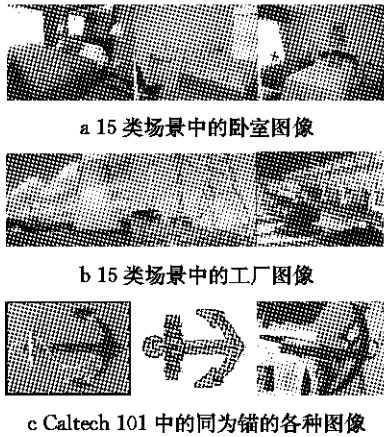


图1 类内变化大的图像

Fig.1 Images with large in-class variations

目前,基于图像集的分类方法较多,但其差异主要表现在图像集描述方法以及相似性度量方面.基于参数模型的方法通过将图像集逼近为某参数下的分布函数来描述图像集,然后计算 KLD(Kullback-Leibler Divergence)距离来度量各分布之间的相似度^[1].然而在测试集与训练集之间缺乏较强统计相关性的情况下,这类方法往往很难达到较好的效果.文献[2]将每个图像集描述为一个线性子空间,通过计算各子空间之间的主角度来度量其之间的距离.文献[3]将图像集描述为仿射腔,用仿射腔上两个最近点之间的距离来表示图像集的距离.文献[2-3]多用于内容基本一致的图像分类如人脸等,但不适合场景变化复杂的图像.文献[4]将图像集描述为流形,通过计算流形间距离来度量相似度.最近,文献[5]提出了一种保持局部结构嵌入的 Grassmannian 流形鉴别分析方法.该方法将图像集所属的子空间看作流形上的点,在保持局部结构的条件下将原流形变换到可分辨性更强的新流形上.然而,该方法对描述局部邻域结构的参数选择十分敏感,并且会出现变换后流形的分类效果降低的情况.针对以上问题,本文提出了一种图像集低秩描述下的局部结构保持的 Grassmannian 流形鉴别分析新方法.该方法通过剔除不稳定特征,减少同一类图像间的不一致特征,运用同一类图像间的共性特征来描述一个图像集,并通过同类最近邻局部结构保持来变换流形上点的分布,以增强变换后流形上点的可分辨性,从而达到更好的分类效果,解决了用于刻画局部结构参数的选择问题,并且极大地提高了基于图像集分类的准确率.

1 本文图像集描述方法

基于图像集分类的方法有两个重要方面:一是图像集的描述方法;二是如何度量两个描述之间的相似度.同一场景的图像集通常包含该场景在不同环境条件、采集方式下的各种图像.好的图像集描述模型,可以使得相同场景在该模型描述下表现相似,而不同场景在该模型描述下差异较大.对图像集的描述又分为两个部分:单幅图像的特征描述方法和整个图像集的特征描述方法.

1.1 单幅图像特征描述

有关图像特征描述的方法很多^[6],字典模型(bag of words, BOW)因其较强的图像特征描述能力,在图像检索、分类、编码、复原等领域得到了广泛的应用.字典模型是直方图式的统计特征描述方法,通过统计特征字典中的特征单词出现的频次来描述一幅图像.传统特征字典方法中忽略了图像中的空间位置信息,而图像特征之间的相对位置信息对于形成图像的准确描述非常重要,因此笔者采用 SPM(spatial pyramid matching)^[7]方法对单幅图像进行特征描述,具体步骤如下:

(1) 通过高斯差分(difference of gaussian, DOG)法检测出图像中的潜在特征点,然后用尺度不变特征变换(scale invariant feature transform, SIFT)来描述这些特征点.假设特征点的 SIFT 特征维数为 D ,将所有训练集图像中检测到的 SIFT 特征聚类(如 K-means 方法),得到大小为 K 的特征字典 $V=[v_1, \dots, v_K]^T \in \mathbb{R}^{K \times D}$.

(2) 将图像构造为 L 层的空间金字塔,每层图像划分为 $P=2^{L-1}$ 个子块.用字典模型来描述每层的每个字块并串联起来,形成图像的最终描述.若图像子块 p 中检测到的特征集合 $X_p=[x_1, \dots, x_M] \in \mathbb{R}^{D \times M}$ 是 M 个 D 维特征空间下的特征点,给定特征字典 V ,则该子块在该字典下的特征描述可由下式求得:

$$\min_U \sum_{m=1}^M \|x_m - u_m V\|^2$$

$$\text{s. t. } \text{Card } u_m = 1, \|u_m\|_1 = 1, u_m \geq 0, \forall m \quad (1)$$

式中:向量 u_m 中元素表示特征点 x_m 与 K 个聚类中心的对应关系, $\text{Card } u_m = 1$ 表示 u_m 中只有一个元素非零, u_m 中元素都是非负的, $\|u_m\|_1$ 表示 l_1 范数.令 $U_p=[u_1, \dots, u_M]^T$, 根据 U_p 中各个特征单词的分布可以得到该子块在字典 V 下的直方图描述 $h_p \in \mathbb{R}^K$.

最后,将所有层中的 P 个子块串联起来形成最终的图像描述 $I=[h_1^T, \dots, h_P^T]$.

1.2 图像集的低秩描述

获得单幅图像的特征描述后,图像集可以描述为集内所有图像特征张成的子空间.由于同一图像集的图像之间虽然具有共同特性但仍差别较大,因此每个图像集内所有的特征数据可能是由多个线性子空间共同生成的,而且数据中存在较多的噪声,所以将图像集中所有特征数据描述为一个子空间结构不利于形成图像集的准确描述且容易被噪声数据干扰.虽然同一图像集内图像变化较大,但各图像间仍存在能够表示该类的共性特征.利用共性特征来描述图像集,可以排除不稳定特征的影响,从而形成更加准确、稳定的图像集描述.为此,本文采用了低秩描述(low-rank representation, LRR)的方法来抽取图像集中的共性特征,剔除不稳定特征.

低秩描述(LRR)的方法可以实现子空间的分割^[8],LRR可在获取子空间结构的同时修正噪声数据.本文采用LRR的方法来提取图像集中特征数据的子空间结构,用于描述图像集.给定图像集特征数据集集合 X ,其低秩描述构造如下:

$$\begin{aligned} \min_{Z, E} \text{rank } Z + \lambda \|E\|_l \\ \text{s. t. } X = AZ + E \end{aligned} \quad (2)$$

式中: A 是能够张成 X 的完备特征字典; $\|\cdot\|_l$ 为正则项 l 范数,例如 l_1 范数; $\lambda > 0$ 为正则项系数,用于平衡低秩部分与噪声部分,当噪声较大时, λ 应取较小值;数据 X 的低秩成分可由 AZ^* (或者 $X-E^*$)得到. (Z^*, E^*) 为式(2)的最优解.然而式(2)最优化问题中存在矩阵求秩操作,不容易求解,因此通常将其替换为核范数即矩阵奇异值之和: $\|Z\|_* = \sum_{i=1}^m \sigma_i(Z)$.若取数据 X 本身作为特征字典,式(2)可转为求解如下凸优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{Z, E} \|Z\|_* + \lambda \|E\|_{2,1} \\ \text{s. t. } X = XZ + E \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\|E\|_{2,1} = \sum_j \sqrt{\sum_i [E]_{ij}^2}$,为 l_2/l_1 范数.式(3)最优解 (Z^*, E^*) 可由增广朗格拉日乘子法求得^[8].

最终,图像集中的共性特征可由其特征数据的低秩部分表示为 $F=X-E^*$ 或 $F=XZ^*$,将 F 视为图像集中该类别信息共性特征的描述,可以更加准确地表达图像集的特性,有利于后续图像集之间相似性的准确度量.

2 基于低秩描述子空间的 Grassmannian 流形鉴别分析

为了利用图像集类别信息,实现更加准确的相似性度量,本文将图像集的低秩描述子空间视为Grassmannian流形上的点.文献[9]中通过流形鉴别分析,变换流形上点的分布,使得变换后流形上相同类别的点距离更近,而不同类别的点被分离得更远,然后通过度量流形上点之间的距离来计算图像集之间的相似度.最近的文献[5]中,引入了局部嵌入的思想,在做流形变换的同时保持局部结构不发生变化,其中局部结构由节点最近的 k 个邻居来表示.然而, k 值的选取对结果的影响较大,而且存在流形变换后分类效果降低的情况.图像集经低秩描述后,代表该类别信息的关键的、稳定的特征被提取出来,而同类图像间的不一致特征和噪声被剔除掉.本文发现在低秩描述下做Grassmannian流形鉴别分析不仅可以极大地提高准确率,而且流形变换时保持相同类别标签下的最近邻结构和所有不同类别标签信息,可达到比多近邻局部结构更高的准确率,从而避免了文献[5]中定义局部结构相似图矩阵时对 k 值的选择.

给定 N 个标记好类别的低秩描述下的图像集特征集合 $\Omega_{\text{LRR}} = \{(F_i, c_i)\}_{i=1}^N$,其中 $F_i \in \mathbb{R}^{D \times M}$ 是第 i 个图像集特征的低秩描述, $c_i \in \{1, 2, \dots, C\}$, C 表示类别数.将 F_i 视为Grassmannian流形 M 上的点, M 上各点之间的相似度由典范相关核函数来度量,定义如下:

$$\text{sim}(F_i, F_j) = \max_{u_p \in \text{span}(F_i)} \max_{v_q \in \text{span}(F_j)} u_p^T u_q \quad (4)$$

式中, F_i 与 F_j 的相似度 $\text{sim}(F_i, F_j)$ 定义为两个线性子空间之间的主角度,其中 $u_p^T u_p = v_q^T v_q = 1, u_p^T u_q = v_p^T v_q = 0, p \neq q$.为了使流形变换后局部结构不发生变化,构造图 $\text{graph}(V, W)$,其中 V 为节点, W 为连接节点的边,构造拉普拉斯矩阵 $L=D-W$,其中, $D(i, i) = \sum_{j \neq i} W(i, j)$,定义局部几何结构如下:

$$W_w(i, j) = \begin{cases} 1, & F_i \text{ 为 } N(F_j) \text{ 或 } F_j \text{ 为 } N(F_i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

$$W_b(i, j) = \begin{cases} 1, & c_i \neq c_j \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

式中: W_w, W_b 分别为类内和类间相似图矩阵; $N(F_j)$ 表示与 F_j 类别相同的最近邻居.

基于低秩描述的Grassmannian流形鉴别分析

具体步骤如下:

(1) 给定 N 个图像集, 计算每个图像集中图像的特征得到特征集合 $\Omega = \{(X_i, c_i)\}_{i=1}^N$, X_i 为第 i 个图像集, X_i 的每一列表示一幅图像的 SPM 特征描述^[7].

(2) 求解最优化式(3), 得到 X_i 的低秩描述, $F_i = X_i Z^*$.

(3) 由式(5), (6)构造 $\Omega_{LRR} = \{(F_i, c_i)\}_{i=1}^N$ 上的相似图矩阵 W_w 和 W_b .

(4) 在保持局部结构 W_w 和 W_b 的约束下, 变换原 Grassmannian 流形 M 到新流形 M' , 即 $\Phi: F \rightarrow Y$.

$$f_1 = \min_{\Phi} \frac{1}{2} \sum_{i,j} (Y_i - Y_j)^2 W_w(i, j) \quad (7)$$

$$f_2 = \max_{\Phi} \frac{1}{2} \sum_{i,j} (Y_i - Y_j)^2 W_b(i, j) \quad (8)$$

(5) 求解最优化式(7), (8)得到线性变换矩阵 Φ^* , Φ^* 由下式的前 r 个最大特征值对应的特征向量构成

$$\frac{K D_w K^T}{K(L_b + \beta W_w) K^T} \quad (9)$$

其中 $K \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $K_{ij} = \text{sim}(F_i, F_j)$. F_i 在变换 Φ^* 下可表示为

$$\Phi^{*T} K_i, K_i = (\text{sim}(F_1, F_i), \text{sim}(F_2, F_i), \dots, \text{sim}(F_N, F_i))^T \quad (10)$$

$\Phi^{*T} K_i$ 是一个 r 维特征向量.

求得每一个数据集的特征向量后, 可由最近邻分类器实现图像集的分类. 对于类内变化较大的图像集数据, 该方法通过挖掘图像集中图像的的稳定特征来描述一个图像集, 实现了更加准确的图像集描述, 使得流形变换过程更有意义.

3 实验结果与分析

笔者选用了 15 类自然场景^[7]和 Caltech101^[10]两个数据集进行实验分析. 对单幅图像的特征描述由引言中介绍的基于 SIFT 特征和 SPM 的方法实现. 特征点的 SIFT 描述子, 由其周围 16×16 的像素块来描述, 像素块移动步长为 8 个像素. 对每一个数据集构造大小分别为 200, 300, 400 的特征字典. 对每幅图像构造 L_1, L_2, L_3 三层金字塔描述, 利用字典描述每一层中划分的图像子块(第 1 层为原图像, 第 2 层将图像均分为 4 块, 第 3 层将图像均分为 16 块), 将各层中子块的字典描述串联起来形成单幅图像的特征描述. 当字典大小为 300 时, 图像特征维数分别为 300, 1 500, 6 300. 以下实验均采用最近邻分类器来分类图像集. 实验中采用的两个图像数据集

中同类图像的变化较大, LRR 中规则项系数 λ 应取较小值, 当 λ 取值较大时, Z^* 近似单位矩阵, E^* 近似零矩阵, 此时 LRR 对图像集的描述变为图像集中所有图像的原始特征向量, 并未剔除掉同类图像中的不稳定特征和噪声, 导致最终准确率受图像集中选取的图像影响较大, 以下实验中均取 $\lambda = 0.2$.

15 类自然场景图像库共包含 4 485 张图像, 分属 15 类(如卧室、工厂、街道、山脉等), 其中每类中图像数目从 200 到 400 幅不等. 每一类中随机选取 100 幅图像做训练集, 其余的做测试集. 本文方法与文献[5]中方法对比实验结果如图 2 所示, 文献[5]中方法记为 GEGDA. 图 2a, b, c 所对应的图像集中图像数目分别为 5, 10, 15, 20. 特征字典大小为 $V \in \mathbb{R}^{300 \times 128}$, 字典中单词的 SIFT 特征维数为 128, 单词个数为 300. 从实验结果可以看出, 本文提出的方法准确率均高于 GEGDA, 除了图 2a, b 中层数为 3 的情况. 因为 LRR 不适合提取图像集中图像特征维数特别高而图像个数特别少时的图像集特征. 然而, 当图像集中图像数目增多时, 本文提出的方法均优于 GEGDA, 甚至提高 15% 以上, 并且最大值均取在 $k=1$ (即保持最近邻局部结构)的时候, 而 GEGDA 中取得最大值时的 k 值波动较大. 表 1 为字典大小分别为 200, 300, 400 时的实验结果, 每个图像集中有 15 幅图像, 每一类中随机选取一半作为训练集, 剩余一半为测试集, 每个测试数据集均随机选取 5 次. 从表 1 中可以看出, Grassmannian 流形变换后本文方法明显优于 GEGDA 中的方法, 而且最优值均取在 $k=1$ 时, 而 GEGDA 中最优值对应的 k 值不定. 此外, 本文方法能保证经流形变换后的准确率均高于变换之前, 而 GEGDA 方法中流形变换后的准确率有时会降低.

表 1 15 类自然场景图像集分类准确率

Tab. 1 Image set classification accuracy comparison on 15 scene image dataset %

测试数据集	流形变换前准确率		流形变换后最高准确率 (最高准确率对应的 k 值)	
	本文方法	GEGDA	本文方法	GEGDA
D_{200, L_1}	90.91	85.45	95.66 ± 1.81 (1)	83.08 ± 2.94 (5)
D_{200, L_2}	88.25	85.73	98.32 ± 0.80 (1)	88.11 ± 2.75 (6)
D_{200, L_3}	89.93	89.37	95.94 ± 2.59 (1)	91.75 ± 2.12 (5)
D_{300, L_1}	91.89	86.29	97.76 ± 1.35 (1)	85.59 ± 3.82 (6)
D_{300, L_2}	92.31	87.55	97.76 ± 1.52 (1)	88.39 ± 1.82 (4)
D_{300, L_3}	91.33	91.05	95.94 ± 1.52 (1)	92.73 ± 2.74 (4)
D_{400, L_1}	91.33	87.41	95.80 ± 1.56 (1)	83.50 ± 3.62 (5)
D_{400, L_2}	92.03	89.37	99.30 ± 0.86 (1)	89.23 ± 3.38 (6)
D_{400, L_3}	90.63	89.93	94.54 ± 1.25 (1)	89.23 ± 3.19 (6)

Caltech101 图像库中共有 101 类图像数据. 表 2

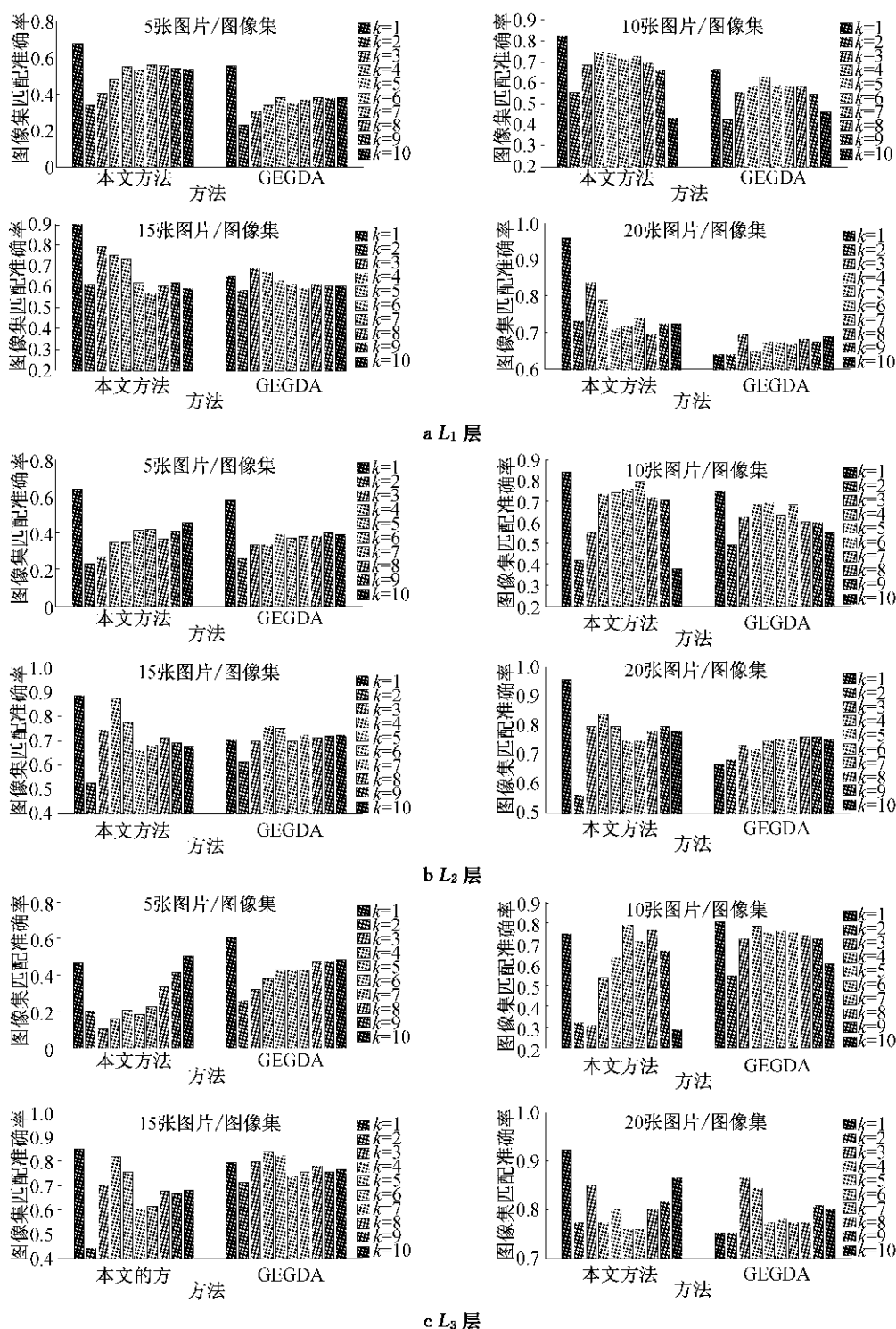


图2 本文方法与 GEGDA 方法分类准确率对比

Fig.2 Classification accuracy comparison between the proposed method and GE-GDA.

为 Caltech101 上的实验结果,每一类中随机选取一半作为训练集,剩余一半为测试集,每个测试数据集均随机选取 5 次,其中每个图像集中有 10 幅图像。从表 2 中可以看出,本文方法仍优于 GEGDA,并且最优值均取在 $k=1$ 处,低秩描述下流形变换后准确率均得到较大提升,而 GEGDA 则提升较小。

图像集的低秩描述在修正同类图像间的不一致特征的同时最大程度地保持了同类图像间的稳定特征。实验表明在图像集的低秩描述下,流形变换时保持同类别的局部最近邻结构和所有不同类别信息比保持多近邻局部结构准确率更高,从而避免了局部近邻个数的选择。通过表1和表2可以看出,本文的

表2 Caltech101 图像集分类准确率

Tab.2 Image set classification accuracy comparison on Caltech101 image dataset

测试数据集	流形变换前准确率		流形变换后最高准确率 (最高准确率对应的 k 值)	
	本文方法	GEGDA	本文方法	GEGDA
D_{200}, L_1	45.36	44.02	69.76 ± 1.73 (1)	43.73 ± 1.00 (2)
D_{200}, L_2	47.89	47.61	73.25 ± 2.51 (1)	49.81 ± 2.81 (1)
D_{200}, L_3	52.06	54.02	76.32 ± 1.31 (1)	61.15 ± 1.14 (3)
D_{300}, L_1	44.83	43.88	68.42 ± 2.95 (1)	45.50 ± 2.35 (1)
D_{300}, L_2	47.80	46.27	71.63 ± 3.05 (1)	51.72 ± 2.48 (1)
D_{300}, L_3	52.25	52.11	71.10 ± 0.89 (1)	61.29 ± 2.81 (1)
D_{400}, L_1	44.74	43.92	69.38 ± 1.94 (1)	46.22 ± 1.74 (3)
D_{400}, L_2	47.56	47.46	69.95 ± 2.35 (1)	51.82 ± 1.76 (2)
D_{400}, L_3	52.11	52.11	67.03 ± 1.40 (1)	61.44 ± 1.38 (4)

方法相比于文献[5]中 GEGDA 方法极大地提高了图像集分类的准确率,并且流形变换后的准确率相比于变换之前均有较大提升,而 GEGDA 方法即使选择最佳 k 值,分类效果的提升仍低于本文方法,而且会出现分类效果降低的情况。

4 结论

针对局部图嵌入流形鉴别分析方法中局部结构参数选择以及变换后流形可分辨性降低的问题,本文提出了一种在低秩描述下通过 Grassmannian 流形鉴别分析解决图像集分类的方法。在作图像集分类时,首先通过低秩描述的方法提取集中代表该类图像的的稳定特征,然后在此图像集描述的基础上进行 Grassmannian 流形鉴别分析。实验结果表明,该方法极大地提高了分类的准确率,将原流形变换到了可分辨性更强的新流形上,并且最高分类准确率在保持最近邻局部结构流形变换时取得,从而避免了刻画局部结构时对节点局部邻居个数的选择。

参考文献:

[1] Arandjelovic O, Shakhmarovich G, Fisher J, et al. Face

recognition with image sets using manifold density divergence [C]// IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), San Diego: IEEE Computer Society, 2005: 581-588.

- [2] Kim T, Kittler J, Cipolla R. Discriminative learning and recognition of image set classes using canonical correlations [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (PAMI), 2007, 29 (6): 1005.
- [3] Cevikalp H, Triggs B. Face recognition based on image sets [C]// IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), San Francisco: IEEE Computer Society, 2010: 2567-2573.
- [4] Wang R P, Shan S G, Chen X L, et al. Manifold-manifold distance with application to face recognition based on image set [C]// IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), Anchorage: IEEE Computer Society, 2008: 2940-2947.
- [5] Harandi M T, Sanderson C, Shirazi S, et al. Graph Embedding Discriminant Analysis on Grassmannian Manifolds for Improved Image Set Matching [C]// IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), [S.l.]: IEEE Computer Society, 2011: 2705-2712.
- [6] Peyré G. A Review of adaptive image representations [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2011, 5 (5): 896.
- [7] Lazebnik S, Schmid C, Ponce J. Beyond bags of features: spatial pyramid matching for recognizing natural scene categories [C]// IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), New York: 2006: 2169-2176.
- [8] Liu G C, Lin Z C, Yu Y. Robust subspace segmentation by low-rank representation [C]// 27th International Conference on Machine Learning (ICML), Haifa: National Science Foundation, 2010: 663-670.
- [9] Hamm J, Lee D D. Grassmann discriminant analysis: a unifying view on subspace-based learning [C]// 25th International Conference on Machine Learning (ICML), Helsinki: Association for Computing Machinery, 2008: 376-383.
- [10] Li F F, Fergus R, Perona P. Learning generative visual models from few training examples: an incremental bayesian approach tested on 101 object categories [C]// IEEE CVPR Workshop on Generative-Model Based Vision, Washington D C: IEEE Computer Society, 2004: 178-186.