

# 斜拉桥复合地震易损性分析

沈国煜, 袁万城, 庞于涛

(同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 通过引入 ANN (artificial neural network, 人工神经网络) 计算斜拉桥复合地震易损性, 显著减少在分析结构能力随机性过程中的计算量, 获得结构能力概率分布。采用 IDA (incremental dynamic analysis, 增量时程分析) 非线性时程分析法获得结构需求概率分布。通过蒙特卡洛抽样得到各 PGA (peak ground acceleration, 地面峰值加速度) 下结构失效概率, 进而获得易损性曲线。分析结果说明, 使用 ANN 模拟结构能力分布可以显著减少计算量; 在考虑结构能力随机性的前提下, 斜拉桥地震易损性有所增加。

**关键词:** 斜拉桥; 易损性; 人工神经网络; 正交设计; 蒙特卡洛抽样

中图分类号: TU 312.1

文献标志码: A

## Cable-stayed Bridge Seismic Fragility Analysis

SHEN Guoyu, YUAN Wancheng, PANG Yutao

(State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering,  
Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Computation work decreases dramatically when resorting to artificial neural network (ANN) in analyzing the randomness of structure capacity. The structure demand probability distribution is obtained by using incremental dynamic analysis (IDA) method. Based on the probability distribution of structure capacity and demand, the failure probability under each peak ground acceleration (PGA) is calculated through Monte-Carlo sampling method. And the fragility curves are drawn out. Analysis results indicate that the computation work decreases dramatically due to the employ of ANN to simulate the capacity distribution; and the seismic fragility of cable-stayed bridge increases by taking the randomness of structural capacity into consideration.

**Key words:** cable-stayed bridge; fragility; artificial neural network; orthogonal design method; Monte-Carlo sampling method

斜拉桥由桥塔、桥面系、斜拉索、边墩和支撑连接装置(支座)组成。对于斜拉桥的整体抗震性能,一般从内力和位移两个方面进行评价。在地震作用下,斜拉桥的内力和位移都是越小越好。但这两个方面往往是相互矛盾的。同时斜拉桥作为一种大跨度形式桥梁,非线性对其地震响应有较大的影响,需在动力分析中予以考虑<sup>[1]</sup>。塔、梁固结体系或塔、梁固定铰支承体系的纵桥向刚度大,周期短,因此在地震作用下位移反应最小,但是所导致的塔柱内力反应最大。

近几年来发生的地震对公路桥梁造成了重大损伤,因此对现存的公路运输系统进行地震风险评估是十分必要的。桥梁的地震易损性分析有利于抗震加固,灾后的响应计划,直接经济损失估计,以及震后公路系统的功能评估。为了评估公路桥梁结构的损伤水平(轻微破坏、中等破坏、严重破坏和倒塌),易损性曲线公认为是一种有用的工具。

桥梁地震易损性主要任务就是对桥梁在受到地震荷载作用时的损伤程度的评估。概括来讲,即为桥梁结构在不同水平的地震作用下,发生不同程度损伤的可能性,或者说是桥梁结构达到某一极限状态或性能水平的超越概率。地震易损性分析将地震动输入强度 IM(intensity measures, 强度指标)与结构的损伤指标(damage index, DI)有机地联系在一起。

参照国内外文献,一些学者对桥梁地震易损性作出了研究。Hwang 和 Huo<sup>[2]</sup>针对孟斐斯田纳西州的一座四跨简支梁桥,通过非线性时程分析获得结构的地震响应数据,采用逻辑模型来确定结构在地面运动参数下超越某一损伤状态的条件概率。Shinozuka 等<sup>[3]</sup>采用能力谱方法(capacity spectrum method, CSM)发展桥梁的易损性曲线。该方法的两

收稿日期: 2012-07-28

基金项目: 国家自然科学基金(50978194, 90915011, 51278376); 交通运输部西部交通建设科技项目(20113185191410)

第一作者: 沈国煜(1990—), 男, 博士生, 主要研究方向为桥梁抗震与振动. E-mail: sgy\_227@163.com

通讯作者: 袁万城(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为桥梁抗震. E-mail: yuan@tongji.edu.cn

个关键因素是需求和能力。能力谱方法中需要确定的3个要素是:能力谱、需求谱与性能点。能力谱基于材料特性和结构属性的不确定性,通过非线性静力(推倒)分析获得。需求谱通过考虑震源、场地条件和路径衰减来建立。需求谱和能力谱叠加在一起,即获得性能点。冯清海<sup>[4]</sup>提出了基于可靠度的ANN-ODM (artificial neural network, 人工神经网络; orthogonal design method, 正交设计法) 桥梁易损性分析方法,并且引入了考虑结构能力与结构地震响应随机性的思想,冯清海在进行全桥易损性分析过程中采用线弹性模型,未考虑结构材料非线性以及能力的随机性。Neilson Bryant G<sup>[5]</sup>在研究公路桥梁地震易损性的过程中,考虑了桥梁主要构件(桥墩、支座、桥台等)对桥梁整体易损性的影响。Azadeh Alipour 等<sup>[6]</sup>分析了材料腐蚀对桥梁地震易损性的影响。Fabio Casciati 等<sup>[7]</sup>研究了加装滞回装置的斜拉桥地震易损性,在考虑结构不确定性时采取的方法是将结构性能阈值直接定义为随机变量,没有分别考虑材料、结构参数、计算模式的随机性。Eunsoo Choi 等<sup>[8]</sup>研究了几种典型形式桥梁在中度地震场地条件下的地震易损性。

在上述地震易损性分析中,大多都没有考虑能力与需求的随机性,或者只是考虑其中之一。因此,分析同时考虑能力与需求随机性对结构地震易损性的影响,以及对桥梁结构地震易损性起决定作用的随机因素需要进行深入研究。本文借助 OpenSees<sup>[9]</sup> (open system for earthquake engineering simulation, 地震工程模拟开放体系) 软件,使用弹塑性纤维单元建立全桥非线性模型,并引入 ANN-ODM-MC(Monte Carlo, 蒙特卡洛) 方法同时考虑结构自身的随机性与地震的随机性,发展了基于 ANN-ODM-MC 的复合随机桥梁地震易损性分析方法,从而比较全面而又真实地从全概率的角度反映出桥梁结构在地震作用下的损伤概率。

## 1 基于 ANN-ODM-MC 的斜拉桥地震易损性分析基本原理

### 1.1 易损性曲线的形成方法

随着桥梁地震易损性的发展,桥梁易损性先后形成了多种分析方法,归纳起来主要有以下几种:专家易损性曲线、经验易损性曲线和理论易损性曲线等。本文采用理论易损性曲线。理论易损性曲线分析方法的基本步骤为:首先通过建立桥梁结构有限元

模型,进行结构能力分析,得到桥梁结构的能力  $C$ ,再以不同的地震动强度作为输入,对桥梁结构进行动力或拟动力分析,得到桥梁结构的需求  $D$ 。桥梁结构的地震易损性或失效概率可以表述如下:

$$P_f = P\{D \geq C\} \quad (1)$$

由于地震动的随机性和桥梁结构本身的随机性,使得能力  $C$  与需求  $D$  也是随机的,通常认为它们都服从对数正态分布<sup>[10]</sup>,其分布函数可表示为

$$P_f = \Phi\left(\frac{\ln(S_d/S_c)}{\sqrt{\beta_d^2 + \beta_c^2}}\right) \quad (2)$$

式中: $S_c$  为结构能力的平均值; $\beta_c$  为结构能力的标准差或对数标准差; $S_d$  为所选取地震动输入参数所代表强度的均值; $\beta_d$  为所选取地震动输入参数所代表强度的标准差或对数标准差; $\Phi(\cdot)$  为标准正态分布函数。

从其基本步骤中可以看出,要得到结构的理论易损性曲线,有两个主要部分:以随机地震动作为输入,获得桥梁结构地震响应的概率统计特性;考虑桥梁自身的不确定性,对桥梁结构的抗力进行分析,获得其抗力概率统计特性。在得到上述两部分的基础上,即可通过一次二阶矩、二次二阶矩、渐进积分、蒙特卡洛模拟<sup>[11]</sup>等方法,得到结构的失效概率或者可靠度指标。

### 1.2 基于 ANN-ODM-MC 方法基本原理

为了充分考虑结构自身的随机性和地震作用的随机性,本文在蒙特卡洛抽样方法的基础上,引入与 ANN-ODM<sup>[4]</sup> 方法相结合的技术,发展基于 ANN-ODM-MC 的桥梁复合随机地震易损性分析方法,充分发挥各种分析方法的优点。其基本原理分析如下。

#### 1.2.1 斜拉桥地震需求概率分布

桥梁结构是一个复杂的结构体系,为了精确地得到桥梁结构的需求,常采用的方法有:反应谱分析、非线性静力分析、非线性时程分析。本文采用由非线性时程分析发展而来的增量动力分析(incremental dynamic analysis, IDA)<sup>[12]</sup>,其基本思想是对1条或多条地震动输入的强度进行比例缩放,使其成为不同强度的地震动输入,对结构进行地震响应分析。IDA 可以看作是时程分析方法的延伸,但它通过1组不同强度的地震波将“点”分析连成了“线”分析,甚至于到“面”分析,全面揭示了结构在不同地震强度、不同地震波输入下的反应特性。通过 IDA 方法计算结构地震响应基本步骤如图1所示。

在 IDA 分析中,最重要的是地震输入 IM 和结构的 DI 的选取。本文选取 PGA (peak ground

acceleration, 地面峰值加速度)作为地震输入强度指标,选取曲率作为响应指标。本文通过若干次不同地震波的 IDA 分析,得到每个 PGA 下的若干个结构响应,通过概率统计分析,得到结构响应的概率分布。

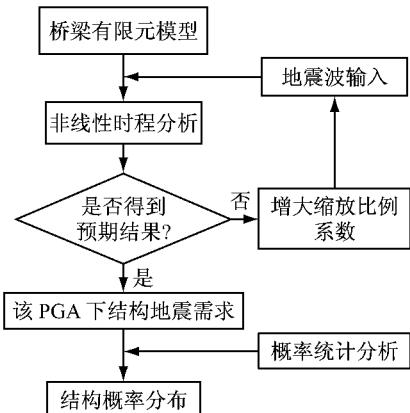


图 1 结构地震需求概率分布

Fig. 1 Probability distribution of structure demand

### 1.2.2 结构随机能力概率分布

桥梁结构各个参数(材料参数、几何尺寸)都呈一定的概率分布,由于下文采用蒙特卡洛抽样需要大量样本数,需要得到各个样本的等效屈服曲率以便计算失效概率。桥梁结构自身的能力可以用抗力函数来表示,其中  $M$ ,  $G$ ,  $C$  等分别表示结构的材料参数、几何尺寸、计算模式等随机变量。在确定各个变量的分布后,可以通过蒙特卡洛抽样的方式,从各个分布随机得到结构参数,根据公式计算此次抽样得到的结构抗力。然而,完全通过力学计算(弯矩—曲率分析、推倒分析等)来得到大量样本的等效屈服曲率是极为困难的,且计算量极为庞大。因此本文引入人工神经网络<sup>[13]</sup>来计算在结构随机参数抽样下的等效屈服曲率,通过对桥梁结构的能力进行有限次的弯矩—曲率分析,为神经网络的学习与检验提供足够的数据样本。随机产生大量的结构参数(材料参数、几何尺寸、计算模式),输入到训练好的神经网络中进行仿真,从而方便、快速地得到大量单元等效屈服曲率,为地震易损性分析提供数据。

为了充分了解在桥梁结构各个随机参数变化下的结构能力,可采用正交设计法(ODM)<sup>[14]</sup>。正交设计是一种研究多因素实验的设计方法。在多因素实验中,随着实验因素和水平数的增加,处理组合数将急剧增加。例如,3 因素 3 水平的实验,有  $3^3 = 27$  个处理组合,随着因素个数和水平数的增加,处理组合将急剧增多,要全面实施这么庞大的实验是相当困

难的。正交实验通过一套规格化的表格——正交表,挑选出部分有代表性的水平组合(处理组合)进行实验。例如进行一个 4 因素 3 水平的多因素实验,如果要全面实施就需要  $3^4 = 81$  个处理组合,如果采用一张  $L_9(3^4)$  的正交表安排实验,则只要 9 个处理组合即可达到实验要求。

本文采用弯矩—曲率分析、人工神经网络以及正交设计法相结合的分析方法,对桥梁结构抗震能力的概率统计特征进行分析,其具体分析步骤如图 2 所示。

确定影响桥梁结构抗震能力的主要因素及各影响因素的概率分布特征。采用正交设计方法对不同的影响因素进行分析组合,采用弯矩—曲率分析方法对每个有限元模型进行分析,获取桥梁结构的抗力性能点,作为 RBF(radial basis function, 径向基函数)神经网络的训练样本。通过随机产生的样本对训练好的神经网络进行检验,若误差达到要求,该神经网络即可用于模拟结构能力的概率分布。

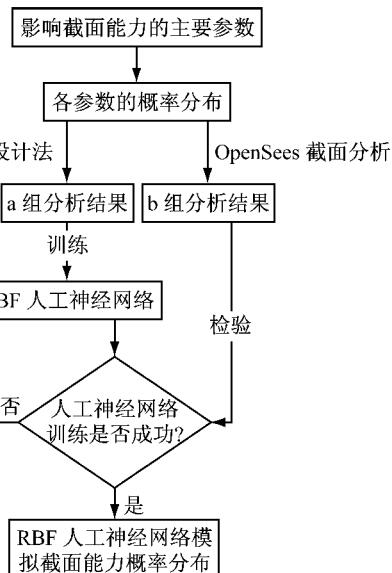


图 2 结构截面能力概率分布

Fig. 2 Probability distribution of section capacity

### 1.2.3 蒙特卡洛方法计算桥梁地震失效概率

蒙特卡洛法在目前的概率统计方法中,被认为是一种相对精确的方法,但它需要大量的样本数。上文所述的 ANN-ODM 方法,为蒙特卡洛抽样提供足够多的随机样本。在得到结构能力概率分布和结构地震响应分布的基础上,可以通过蒙特卡洛随机抽样,结合结构损伤准则,即可以得到结构在该 PGA 下的损伤概率。不同 PGA 下的损伤概率的连线,即为结构易损性曲线。

桥梁结构在随机地震作用下的损伤指标是由结构能力与结构地震响应的综合影响所决定的。可以表示为

$$D_I = f(R(M, G, C, \dots), P(I_M)) \quad (3)$$

式中: $D_I$  为一个随机性的损伤指标; $R(M, G, C, \dots)$  为结构抗力函数; $P(I_M)$  为结构响应函数。

在结构能力概率分布和结构地震响应概率分布中,随机抽取  $N$  组样本;对每一个样本计算损伤指标  $D_I$ ;根据破坏准则,对  $D_I$  进行判断。在  $N$  组样本中,如果有  $n$  个样本的损伤指标  $D_I$  大于所确定损伤值,则可以得到该破坏准则下的失效概率为

$$P_f = n/N$$

这样,桥梁结构地震损伤的计算就明确为桥梁结构能力与地震响应的分布特征分析及其复合分布的计算。桥梁结构的复合随机地震易损性分析也即

为在不同地震动输入强度下桥梁结构损伤指标的概率统计。

## 2 应用实例与分析

### 2.1 斜拉桥有限元模型与支座单元模拟

本文以一座塔梁固结斜拉桥在地震荷载作用下的易损性分析为例,结构的基本设防烈度为 7 度,设计基准期为 100 年。主梁采用工字钢和混凝土板的组合梁,主塔为 A 形混凝土塔,桥塔采用 C30 混凝土,纵向钢筋采用二级钢筋。桥梁几何参数及主塔截面形式如图 3 所示。本文没有考虑桩土相互作用,边墩和桥塔底采用固结的形式。

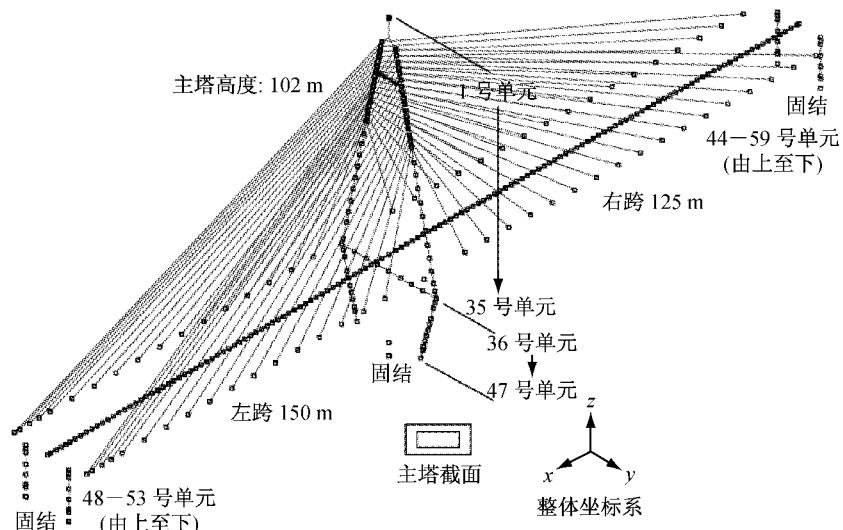


图 3 模型 3 维示意图

Fig. 3 Three-dimensional diagram of FE model

对于斜拉桥非线性行为主要考虑以下 4 个方面:①索的垂度引起的非线性;②塔、梁的弯轴效应;③结构大变形;④结构弹塑性反应。采用开源程序 OpenSees 建立斜拉桥非线性有限元模型,主梁单元采用弹性梁柱单元模拟,主塔和边墩采用非弹塑性纤维单元模拟。在纤维单元中,钢筋采用双线性滞回模型,核心混凝土与保护层混凝土都采用了 Kent-Scott-Park 模型<sup>[15]</sup>,考虑混凝土的抗拉性能。有限元模型采用集中质量矩阵。

此桥梁边墩采用铅芯橡胶支座,在有限元软件 SAP 中可以使用 Plastic-Wen 链接单元进行模拟,而 OpenSees 中没有类似的单元。因此本文在 OpenSees 中采用将非线性材料赋予零长单元的方式进行模拟,并且与 SAP 对比了同一地震波下的滞

回图形,如图 4 所示。分析结果验证了这种模拟方式的可行性。

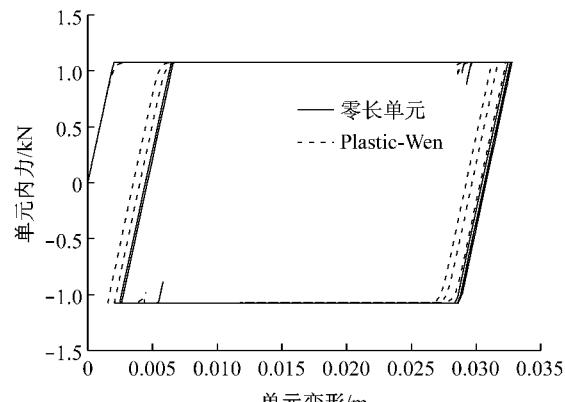


图 4 连接单元滞回图对比

Fig. 4 Hysteresis graph of link element

## 2.2 斜拉桥易损性分析计算

在计算结构地震需求概率分布时,选取的三类场地共 56 条地震波,地震持续时间 30 s. 图 5 给出了 56 条波的反应谱曲线图与反应谱概率分布图。把每条地震波的峰值加速度按比例缩放到 0.1g 到 0.8g,步长为 0.1g,对模型进行 IDA 分析,记录各单元曲率的时程响应最大值,作为损伤指标。

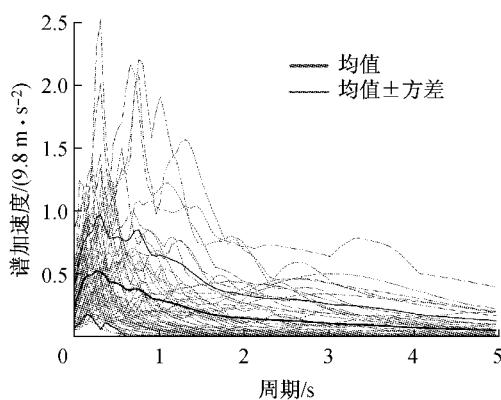


图 5 地震波反应谱概率分布图

Fig.5 Probability distribution graph of response spectra

在地震作用下,斜拉桥的易损部位为:塔身拉索锚固区(4 号单元)、下横梁与塔身相交处(36 号单元)、塔底(47 号单元)。由于本桥为塔梁固结斜拉桥,边墩所布置的铅芯橡胶支座在屈服后刚度很小,因此桥面系惯性力主要由主塔承担,边墩曲率很小。通过对 56 次 IDA 分析的曲率进行统计分析,得到各个 PGA 下响应正态分布均值和方差。

根据前文提出的方法,应用正交设计法来设计数值实验。本文采用的是  $L_{25}(5^6)$  正交设计表。本文考虑了 5 个随机变量<sup>[16]</sup>:钢筋屈服强度,核心混凝土抗压强度,非约束混凝土抗压强度,钢筋弹性模量,钢筋硬化比。每个随机变量的统计参数如表 1 所示。对每个随机变量考虑了 5 个水平: $\mu - 2\delta, \mu - \delta, \mu, \mu + \delta, \mu + 2\delta$ 。构造 RBF 神经网络的训练样本集,共有 25 个训练样本。正交异性设计法也可以考虑几何参数随机性,本算例主塔为空心矩形,几何参数变量较多,因此没有纳入正交设计表。

在 RBF 神经网络完成训练后,随机构造 5 组检验样本,比较弯矩曲率分析和人工神经网络所得到的截面屈服曲率。此处给出 47 号单元截面的分析误差,如表 2 所示。

从表中可以看出,训练完成的 RBF 神经网络在计算截面屈服曲率的误差在 5% 以下。通过使用人工

表 1 结构参数的统计特征

Tab.1 Statistical characteristic of structural parameters

截面参数	分布形式	均值	变异系数	方差
核心混凝土抗压强度/MPa	正态分布	29.4	0.17	4.437
保护层混凝土抗压强度/MPa	正态分布	21.2	0.05	0.92
纵向钢筋弹性模量/MPa	正态分布	200	0.04	8
钢筋屈服强度/MPa	正态分布	280	0.09	25.2
纵向钢筋硬化比	正态分布	0.0012	0.05	0.00006

神经网络结合正交设计计算结构能力概率分布,25 个样本即可代表截面能力分布,而普通设计则需要  $5^5 = 3125$  个样本。在训练与检验人工神经网络时进行了 25 次弯矩曲率分析。在蒙特卡洛抽样计算失效概率过程中,通过在能力与需求的分布中进行 3000 次抽样,利用训练成熟的人工神经网络的非线性函数功能,直接得到截面的屈服曲率。

表 2 RBF 神经网络分析误差

Tab.2 The analytical error of RBF ANN

样本	曲率/m <sup>-1</sup>		相对误差/%
	弯矩曲率分析	RBF	
样本 1	0.000400	0.000402	0.4975
样本 2	0.000397	0.000400	0.7500
样本 3	0.000424	0.000427	0.7026
样本 4	0.000396	0.000398	0.5025
样本 5	0.000378	0.000380	0.5263

目前易损性分析中破坏准则可以归纳为 4 类<sup>[17]</sup>:强度破坏准则,变形破坏准则,能量破坏准则,变形和能量双重破坏准则。本文使用变形作为破坏准则。在形成易损性曲线的过程中,需要定义结构损伤的衡量指标。

本文参照 HAZUS-MH MR3<sup>[3]</sup> 关于结构性能的划分标准,划分如下:轻微损伤,中等损伤,严重损伤,倒塌(或彻底破坏)。本文使用结构曲率延性系数来定义损伤阶段,曲率延性系数取为地震反应下的结构曲率与首次屈服曲率的比值。对于各个损伤等级,曲率延性系数的取值<sup>[8,18]</sup> 分别为 1.0, 2.0, 4.0, 9.0。在得到结构地震响应概率分布和结构能力概率分布后,通过蒙特卡洛方法随机抽样来计算在各个峰值加速度下的结构失效概率,形成单元在各个损伤阶段的易损性曲线。

图 6 列出了 4 个单元的易损性曲线。图 7 为考虑结构能力随机性对易损性的影响。表 3 列出了考虑随机性情况下失效概率相对增加值。

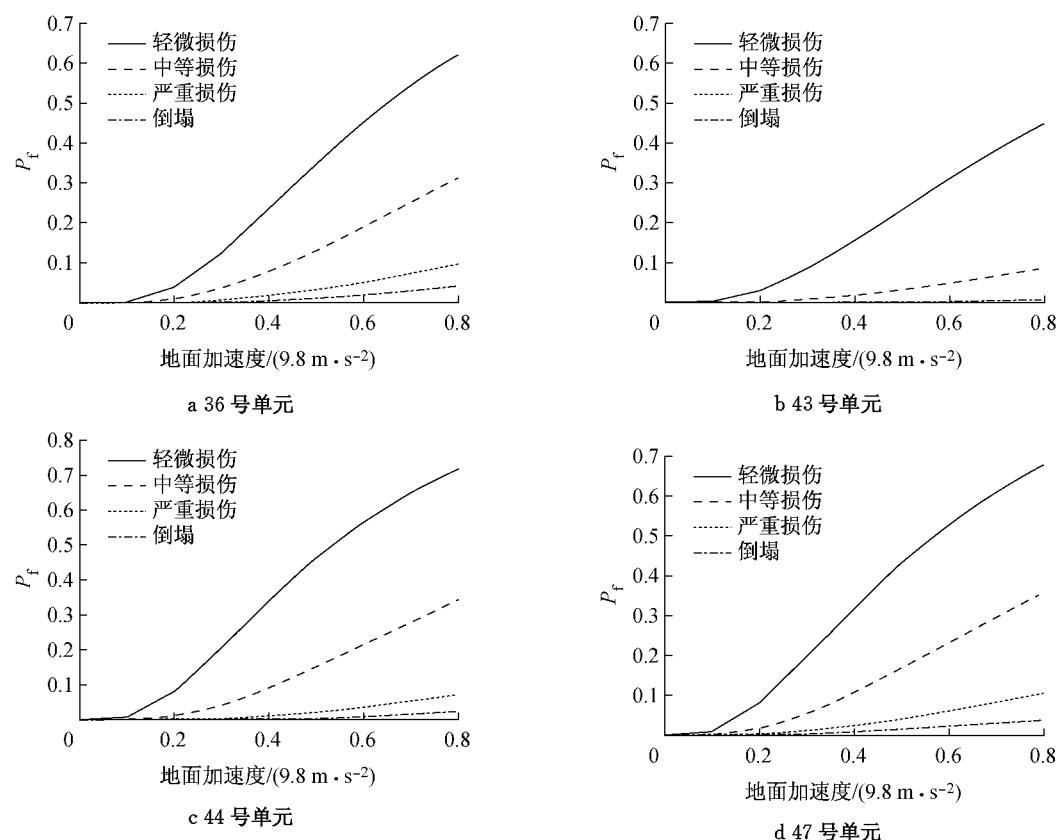


图6 单元易损性曲线

Fig. 6 Fragility curves of elements

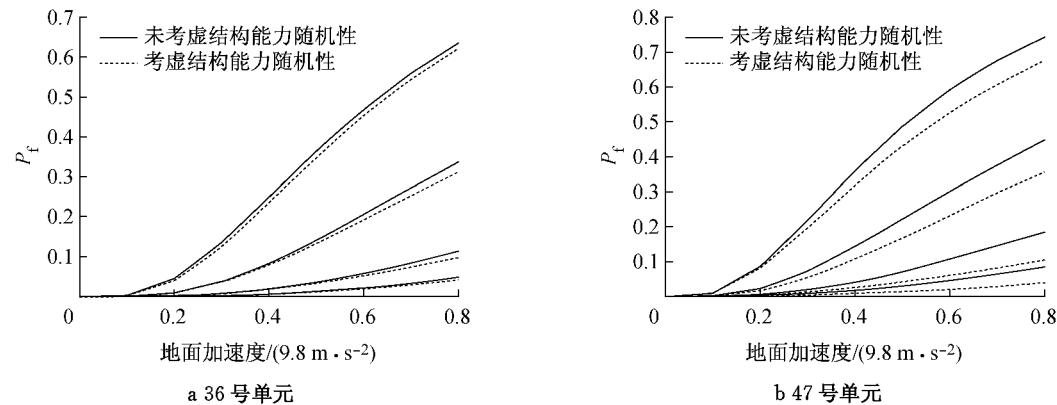


图7 考虑结构能力随机性对斜拉桥易损性的影响

Fig. 7 The influence of structural capacity randomness on bridge seismic fragility

表3 考虑随机性47号单元失效概率相对增加值

Tab. 3 The relative increment of  $P_f$  of element 47 by taking randomness into consideration

%

损伤情况	PGA							
	0.1g	0.2g	0.3g	0.4g	0.5g	0.6g	0.7g	0.8g
轻微损伤	24.592	13.534	8.866	6.258	4.608	3.487	2.69	2.105
中等损伤	16.000	2.863	2.558	5.209	6.566	7.234	7.507	7.540
严重损伤	25.621	7.141	1.918	7.156	10.425	12.545	13.940	14.853
倒塌	26.901	8.020	1.409	7.052	10.716	13.218	14.958	16.185

### 3 结论

(1) 通过使用 ANN-ODM 方法计算结构能力分布能够显著提高计算效率.

(2) 在考虑结构能力随机性的情况下, 结构失效概率有一定程度的增加. 考虑结构能力随机性对桥梁地震安全评估有一定意义.

(3) 对于本文所计算的塔梁固结斜拉桥边墩采用铅芯橡胶支座, 屈服后刚度可忽略不计, 在纵向地震作用下, 主要用主塔承担上部结构惯性力. 目前我国抗震规范要求斜拉桥主塔在地震作用下需保持弹性, 由易损性曲线可以看出, 主塔在 0.8g 地面加速度下, 其严重损伤和倒塌等级的失效概率很小.

### 参考文献:

- [1] Ren W X, Obata M. Elastic-plastic seismic behavior of long span cable-stayed bridges[J]. Journal of Bridge Engineering, 1999, 4(3): 194.
- [2] Hwang H, Jernigan J B, Lin Y W. Evaluation of seismic damage to Memphis bridges and highway systems[J]. Journal of Bridge Engineering, 2000, 5(4): 322.
- [3] Shinozuka M, Feng M Q, Kim H K, et al. Nonlinear static procedure for fragility curve development [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(12): 1287.
- [4] 冯清海. 特大桥梁地震易损性与风险概率分析[D]. 上海: 同济大学桥梁工程系, 2009.  
FENG Qinghai. Study on seismic vulnerability and risk probability analysis of super-large bridge. [D]. Shanghai: Department of Bridge Engineering of Tongji University, 2009.
- [5] Nielson B G, DesRoches R. Seismic fragility methodology for highway bridges using a component level approach [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2007, 36(6): 823.
- [6] Alipour A, Shafei B, Shinozuka M. Performance evaluation of deteriorating highway bridges located in high seismic areas[J]. Journal of Bridge Engineering, 2010, 16(5): 597.
- [7] Casciati F, Cimellaro G P, Domaneschi M. Seismic reliability of a cable-stayed bridge retrofitted with hysteretic devices[J]. Computers & Structures, 2008, 86(17): 1769.
- [8] Choi E, DesRoches R, Nielson B. Seismic fragility of typical bridges in moderate seismic zones[J]. Engineering Structures, 2004, 26(2): 187.
- [9] Mazzoni S, McKenna F, Scott M H, et al. OpenSees command language manual [M]. Berkeley: Pacific Earthquake Engineering Research (PEER) Center, 2006.
- [10] Wen Y K, Ellingwood B R, Veneziano D, et al. Uncertainty modeling in earthquake engineering[R]. [S. l.]: Mid-America Earthquake Center, 2003.
- [11] Vamvatsikos D. Seismic performance, capacity and reliability of structures as seen through incremental dynamic analysis [D]. Stanford: Stanford University, 2002.
- [12] 韩力群. 人工神经网络教程[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2006.  
HAN Liqun. Instruction book of artificial neural network[M]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press, 2006.
- [13] 肖刚, 李天祐. 系统可靠性分析中的蒙特卡罗方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003.  
XIAO Gang, LI Tiantuo. Monte Carlo Method in system reliability analysis[M]. Beijing: Science Press, 2003.
- [14] 金良超. 正交设计与多指标分析[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1988.  
JIN Liangchao. Orthogonal design and multi-index analysis [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1988.
- [15] Scott B D, Park R, Priestley M J N. Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates[J]//ACI Journal Proceedings, 1982, 79(1): 13.
- [16] Barbato M, Gu Q, Conte J P. Probabilistic push-over analysis of structural and soil-structure systems [J]. Journal of Structural Engineering, 2010, 136(11): 1330.
- [17] Stone W C, Taylor A W. Seismic performance of circular bridge columns designed in accordance with AASHTO/CALTRANS standards [M]. [S. l.]: National Institute of Standards and Technology of U S Department of Commerce, 1993.
- [18] Yang C S, DesRoches R, Padgett J E. Fragility curves for a typical California box girder bridge[C]//Proceedings of TCLEE 2009 ASCE Technical Council on Lifeline Earthquake Engineering. Reston: ASCE, 2009: 1-12.