

# 一种新型磁悬浮线路设计方案及悬浮控制方法

王 辉, 钟晓波, 沈 钢

(同济大学 铁道与城市轨道交通研究院, 上海 201804)

**摘要:** 针对磁悬浮列车系统的车轨耦合振动问题, 提出一种新型的磁悬浮轨道线路设计方案. 为研究该方案的可行性, 以单铁悬浮系统为研究对象, 搭建了单铁系统在新型轨道线路上的车轨耦合振动数学模型, 利用状态观测器, 将磁轨的振动状态引入控制系统, 采用状态反馈的方法设计出控制策略, 分析了磁悬浮线路中各主要参数对系统稳定性的影响. 结果表明, 所提出的控制方法能够在忽略水泥梁的阻尼情况下依然保持系统的稳定; 新型磁悬浮线路中电磁铁的响应与电磁铁相对于水泥梁的位置无关, 易于控制器的设计及车轨耦合问题的彻底解决; 增大磁轨的质量和减小磁轨垫板刚度有利于系统的稳定.

**关键词:** 磁悬浮线路; 车轨耦合振动; 主动控制; 状态反馈

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

## A New Maglev Line System Design and Control Strategy

WANG Hui, ZHONG Xiaobo, SHEN Gang

(Urban Mass Transit Railway Research Institute, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** For the solution of vehicle-guideway coupling vibration in the maglev system, a new structure of the maglev line system was proposed. With the aim to verify the feasibility of the scheme, the numerical model of the single magnet suspension system on the new line was founded. Using the state observer developed in this study, the magnetic track's vibration states were introduced to the control system, and a controller was proposed with the state feedback method. The impacts of the main parameters in the new maglev line were investigated in the end. The results show that the control method can maintain the stability of the maglev system even the cement beam has no damp. The response of magnet has nothing to do with the relative position between the magnet and the cement beam, which makes the design of the controller and the solution of the vehicle-guideway coupling vibration easy; in addition, increasing of

the track mass and decreasing of the pad stiffness are also conducive to the system stability.

**Key words:** maglev line; vehicle-guideway coupling vibration; active control; state feedback

磁浮列车是一种基于电磁悬浮原理, 采用无接触运行的新型轨道交通工具, 它具有高速、平稳舒适、噪音低、转弯半径小等优点, 目前已在德国、日本、中国得到了应用<sup>[1-2]</sup>. 在现有的各项磁浮交通技术中, 采用主动控制的 EMS (electromagnetic suspension) 型列车技术是比较成熟的一种. 目前该项技术需要解决的一个关键性问题就是车轨耦合振动现象<sup>[3]</sup>. 由于轨道梁的弹性, 磁悬浮车辆在其上运行时车轨之间会产生耦合作用, 如果悬浮控制系统性能稍差, 车轨之间可能产生强烈耦合振动, 影响磁浮车辆的稳定运行. 德国的 TR04 型、日本的 HSST04 型以及美国的 AMT 磁悬浮列车在特定的线路段均发生过车轨耦合振动现象<sup>[4]</sup>. 为了实现磁浮列车的稳定悬浮, 工程应用中常常采取增大轨道梁质量及桥梁刚度的方法, 这将导致磁浮线路的建设成本大幅提高, 严重限制磁浮交通的发展与推广<sup>[5-6]</sup>.

近几十年来, 国内外学者对磁悬浮系统的车轨耦合振动现象进行了大量研究, 并取得了一定进展. 早期的研究中<sup>[7-10]</sup>, 把轨道梁视为刚体, 将其弹性振动作为激励, 利用控制系统的鲁棒性来保持车辆在轨道梁上的稳定性, 这种方法不仅提高了控制器的设计难度, 也无法从根本上解决车轨耦合振动问题. 随着研究的深入, 学者们对车轨耦合振动逐渐给予应有的重视, 把轨道梁简化为 Bernoulli-Euler 梁, 从而将其作为车轨耦合系统模型中的一部分, 以进行相关控制算法的研究. 邹东升等<sup>[11]</sup>以单磁铁静悬浮

系统为研究对象,考虑了轨道梁的1阶振动模态,利用双环PID算法控制,研究了车轨耦合振动现象产生的根源;田宇<sup>[12]</sup>分别以基于砗梁的双点车轨耦合系统模型和基于片梁的单点多跨车轨耦合系统模型为对象,研究了车轨相对位置对系统稳定性的影响;Eunho Kong等<sup>[13]</sup>建立5自由度的EMS车辆模型,将轨道梁等效为Bernoulli-Euler梁,研究了不同车速及质量下的车轨耦合系统的动力学响应特性。

国内外近年来的大量研究使得人们对磁悬浮系统的车轨耦合振动现象有了进一步的认识,然而由于传统磁浮线路上车轨耦合振动的复杂性,至目前为止,尚未有一种方法可以使该问题得到彻底解决。究其原因可归纳为以下几点:车辆在轨道梁上运行时,轨道梁承受的是时变的移动载荷,若将其视为控制模型的一部分,则控制系统相应地也应为时变系统,传统的控制方法较难实现;传统的磁悬浮线路中,轨道梁属于大跨距连续梁,其振动特性是多模态振动的综合表现,若控制系统中考虑多阶次轨道梁模态,就会大大增加模型的复杂程度,提高控制器计算能力的要求,使得控制成本显著增加;利用状态反馈方法设计控制器时,车载系统无法对轨道梁的振动状态进行全面的实时监测,而目前采用的间隙传感器不能完全反映轨道梁的全部振动信息;各悬浮点之间通过连续的轨道梁会产生较强的耦合作用,使得同一个轨道上的每个悬浮点都成为其他悬浮点的激励源,控制难度加大。为此,文章提出一种新型的磁悬浮轨道线路设计方案,并针对该新型线路特点,利用状态观测器,采用了状态反馈的方法设计出控制器。

## 1 新型的磁悬浮轨道线路设计方案

图1为一种新型的磁悬浮轨道线路设计方案。与传统线路相比,新型线路中的磁轨被离散成小段,相邻的磁轨首尾间通过一定刚度和阻尼的垫板相连,架设在水泥梁上。磁轨被分成足够短的小段,相邻的磁轨上不会同时出现2个悬浮点。

新型磁浮轨道线路中,可以将磁轨视为单自由度的质量块,其振动形式单一,不存在传统线路中弹性轨道梁多阶模态叠加的复杂振动特性。因此在控制器设计时,即使将磁轨完整的振动状态引入控制系统也不会显著增加系统的复杂性,且系统依然是时不变的。磁轨被离散成小段,各分段之间仅通过弹性元件相连,因此各悬浮点间几乎不会通过磁轨耦合,控制难度大大降低。

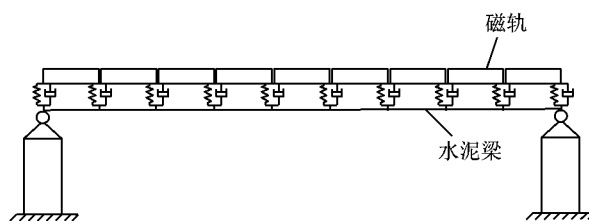


图1 新型磁悬浮轨道线路设计方案

Fig.1 New structure of the maglev line system

## 2 系统数学模型的建立

静浮条件下的单点稳定悬浮是磁浮列车实现稳定运行的基础<sup>[14-15]</sup>,因此对静浮条件下新型磁浮轨道线路上的车轨耦合振动特性展开分析十分必要。如上所述,新型的磁浮轨道线路中磁轨可以被视为单自由度的质量块,且各悬浮点之间通过磁轨的耦合较弱,为此可将车轨耦合系统简化为如图2所示的单磁铁悬浮模型。其中, $m_0, k_b, c_b$ 分别为磁轨所在位置处水泥梁的等效质量、刚度和阻尼; $m_1, k_r, c_r$ 分别为磁轨的质量及垫板的刚度和阻尼; $m_2$ 为电磁铁的质量。

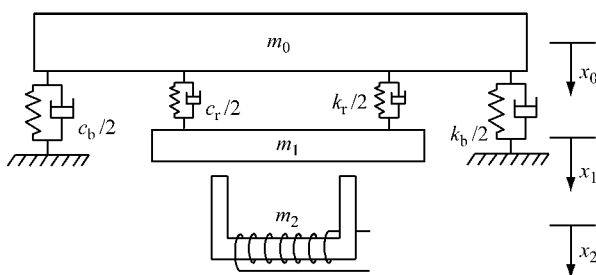


图2 车轨耦合物理模型示意图

Fig.2 Vehicle-guideway coupling model

设某一悬浮间隙 $S_N$ ,电磁铁线圈中电流为 $I_N$ 时,系统刚好处于平衡状态,将该点 $(I_N, S_N)$ 视为平衡点,分别以此时的各质量块中心为坐标原点建立坐标系,方向如图2所示。将电磁力 $F$ 在该点处线性化<sup>[16]</sup>,可得

$$F = -P_s(x_2 - x_1) + P_l I \quad (1)$$

式中: $P_s = \frac{\mu_0 N^2 A_N}{2S_N^3} I_N^2$ ,  $P_l = \frac{\mu_0 N^2 A_N}{2S_N^3} I_N$ ,分别为气隙系数和电流系数。

忽略电磁铁的漏磁,参考文献[17],得到电学方程

$$\dot{I} = -\frac{R}{L}I + \frac{P_s}{P_l}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \frac{U}{L} \quad (2)$$

式中: $R$ 为电磁铁电阻; $L = \mu_0 N^2 A_N / 2S_N$ ,为平衡点处的磁链电感; $U$ 为电磁铁两端电压。

由牛顿第二定律,系统的动力学方程可表达为

$$m_0 \ddot{x}_0 = k_r(x_1 - x_0) + c_r(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) - k_b x_0 - c_b \dot{x}_0 \quad (3)$$

$$m_1 \ddot{x}_1 = F - k_r(x_1 - x_0) - c_r(\dot{x}_1 - \dot{x}_0) \quad (4)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -F \quad (5)$$

由式(1)和式(5)可得

$$\ddot{x}_2 = \frac{P_s}{m_2}(x_2 - x_1) - \frac{P_I}{m_2}I \quad (6)$$

对式(6)两边求导可得

$$\ddot{x}_2 = \frac{P_s}{m_2}(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - \frac{P_I}{m_2}\dot{I} \quad (7)$$

式中:  $X = \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \\ x_1 \\ \dot{x}_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_2 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix}$ ,  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(k_r + k_b)/m_0 & -(c_r + c_b)/m_0 & k_r/m_0 & c_r/m_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ k_r/m_1 & c_r/m_1 & -k_r/m_1 & -c_r/m_1 & 0 & 0 & -m_2/m_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -P_s R/m_2 L & 0 & P_s R/m_2 L & 0 & -R/L \end{bmatrix}$ ,

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -P_I/m_2 L \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

### 3 控制器设计

控制系统大多采用反馈控制形式. 现代控制理论中,其反馈信息是由系统的状态变量组合而成<sup>[18]</sup>,但并非系统中所有的状态变量在物理上都能测取到. 在磁悬浮控制系统的设计中,由于速度传感器目前的技术水平还不能达到所需的测量精度,悬浮车辆及磁轨的垂向振动速度无法准确测量,因此本文利用技术上较为成熟的加速度传感器和间隙传感器,通过测量得到的磁铁加速度及磁轨与磁铁间的间隙量,利用状态观测器获取系统的其他状态变量. 设计渐近型状态观测器,如图3所示.

其中:  $A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_r}{m_1} & -\frac{c_r}{m_1} & 0 & 0 & -\frac{m_2}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{P_s R}{m_2 L} & 0 & \frac{P_s R}{m_2 L} & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$ ,

综合上述方程,选取  $x_0, \dot{x}_0, x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2$  作为状态变量,电磁铁垂向加速度及电磁铁与磁轨的间隙作为系统的输出矢量,即  $Y = [x_2 - x_1 \quad \ddot{x}_2]^T$ ,则车轨耦合模型可用如下状态空间方程描述:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX \end{cases} \quad (8)$$

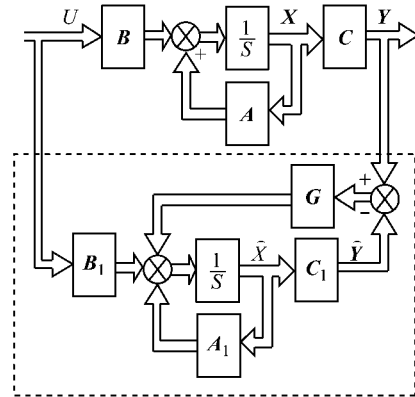


图3 渐近型状态观测器

Fig.3 State observer

$$B_1 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad -P_I/m_2 L]^T,$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$G$ 为观测器的输出误差反馈矩阵,可根据控制目标采用极点配置的方法或者线性二次型最优控制的方法计算得到.

利用上述观测器即可得到反映磁轨和电磁铁振动状态的全部状态变量,因此设计反馈控制规律如下:

$$\begin{aligned} U = -K\hat{X} = & -K_1 \hat{x}_1 - K_2 \dot{\hat{x}}_2 - K_3 \hat{x}_2 - \\ & K_4 \dot{\hat{x}}_2 - K_5 \ddot{\hat{x}}_2 \end{aligned} \quad (9)$$

式中:  $\hat{X} = [\hat{x}_1 \quad \dot{\hat{x}}_2 \quad \hat{x}_2 \quad \dot{\hat{x}}_2 \quad \ddot{\hat{x}}_2]^T$ , 矢量中各元素

分别为利用状态观测器得到的磁轨的位移、速度以及磁铁相对于平衡点的位移、速度、加速度; $\mathbf{K}=[K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_5 \ K_5]$ ,为控制器的反馈系数矢量。

选取  $x_0, \dot{x}_0, x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2, \hat{x}_1, \dot{\hat{x}}_1, \hat{x}_2, \dot{\hat{x}}_2, \ddot{\hat{x}}_2$  作为整个闭环系统的状态变量,易知该系统的系统矩阵为

$$\mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{BK} \\ \mathbf{GC} & \mathbf{A}_1 - \mathbf{GC}_1 - \mathbf{B}_1\mathbf{K} \end{bmatrix} \quad (10)$$

## 4 仿真分析

为验证控制策略的有效性,搭建了新型磁浮轨道线路上的车轨耦合振动仿真模型,模型中各参数取值如表1所示。

表1 车轨耦合振动模型参数

Tab.1 Parameters of the vehicle-guideway coupling model

物理量	数值
水泥梁等效质量 $m_0/\text{kg}$	1 800
磁轨质量 $m_1/\text{kg}$	600
电磁铁质量 $m_2/\text{kg}$	750
磁轨垫板刚度 $k_r/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$5.33 \times 10^6$
磁轨垫板阻尼 $c_r/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	$7.5 \times 10^4$
线圈匝数 $N/\text{匝}$	356
水泥梁等效刚度 $k_b/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$1.60 \times 10^7$
水泥梁等效阻尼 $c_b/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	$1.70 \times 10^3$
线圈内阻 $R/\Omega$	1.0
空气磁导率 $\mu_0/(\text{H} \cdot \text{m}^{-1})$	$4\pi \times 10^{-7}$
电磁铁稳定间隙 $S_N/\text{m}$	$1.0 \times 10^{-2}$
铁芯极面积 $A/\text{m}^2$	0.021

采用最优控制算法得到了观测器的输出误差反馈矩阵  $\mathbf{G}$  和控制器反馈系数矩阵  $\mathbf{K}$ , 分别为

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -8.22 & 78.34 & 61.52 & 2\,511.9 & 4\,544.1 \\ -0.000\,4 & -1.20 & 0.000\,3 & 0.999 & 3\,156.3 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{K} = [1\,908.1 \quad 14.9 \quad -5\,929.8 \quad -282.5 \quad -11.0]$$

将数值代入式(10),进而求得系统矩阵  $\mathbf{A}_r$  的特征根,其分布如图4所示。由图可知,系统所有特征根实部均为负值,因而系统稳定。设定电磁铁初始位置偏离平衡点 5 mm,仿真时间为 3 s,仿真得到系统的响应曲线如图5—7所示。由图可知,水泥梁及磁轨在较短的时间内即可恢复到平衡状态;若设定稳定域为 2%,则电磁铁在 0.28 s 即可达到稳定状态,最大超调量为 4%,仿真结果证明了控制策略的有效性。

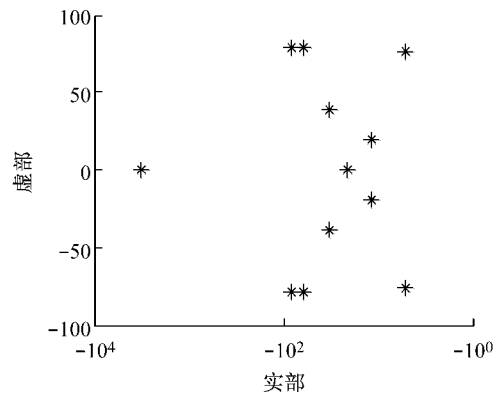


图4 系统矩阵的特征根分布

Fig.4 Distribution of the characteristic roots

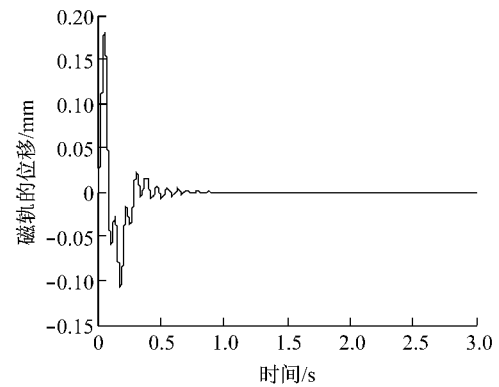


图5 水泥梁的位移响应曲线

Fig.5 Displacement of the cement beam

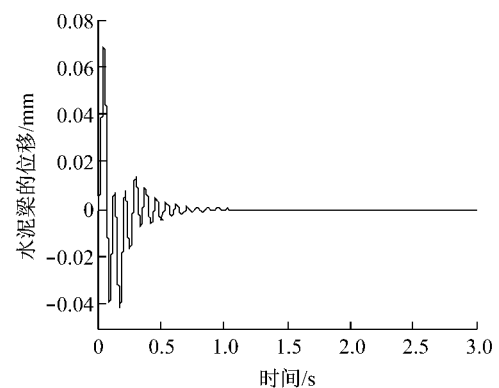


图6 磁轨的位移响应曲线

Fig.6 Displacement of the magnetic track

调节水泥梁自振阻尼  $c_b$  的大小,使其阻尼比在 0~0.01 间变化,分别计算不同阻尼比下系统矩阵  $\mathbf{A}_r$  的特征根,进而绘制出距离虚轴最近的特征根(若为共轭复根仅取其中之一,下同)的分布情况,如图8所示。由图可知,即使水泥梁阻尼比为 0 时,系统依然能够保持稳定,同时可以看出,随着水泥梁阻尼比的增加,系统矩阵特征根实部的最大值逐渐远离虚轴,增大水泥梁的阻尼有利于系统的稳定。

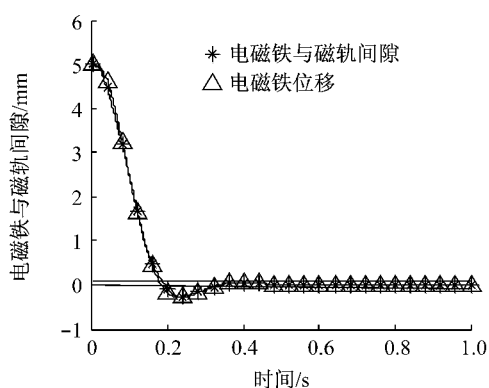


图7 悬浮间隙及电磁铁位移的响应曲线

Fig.7 Levitation gap and magnet displacement

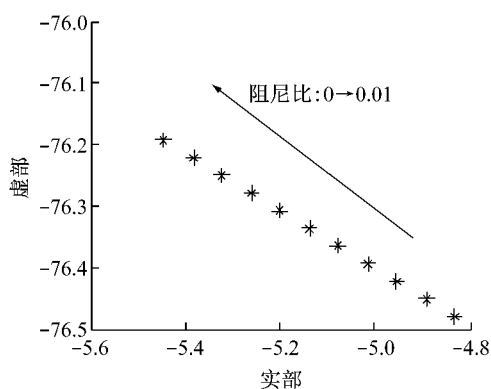


图8 水泥梁阻尼比对系统稳定性的影响

Fig.8 Impact on the system stability of the cement beam damping ratio

采用长跨结构的水泥梁在其中间位置处挠度最大,该位置处的振动主要由梁的1阶模态振动引起,因此其等效刚度最小,而越靠近两端等效刚度越大.为保证系统的稳定性,控制器设计时应保证磁悬浮系统在中间位置处能够稳定悬浮.假设表1中参数即为水泥梁中间位置处的等效刚度,逐步增大刚度 $k_b$ ,使其在区间 $1.60 \times 10^7 \sim 1.60 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ 变化,从而模拟水泥梁不同位置处的等效刚度,得到电磁铁的响应曲线,如图9和10所示.由图可知,若控

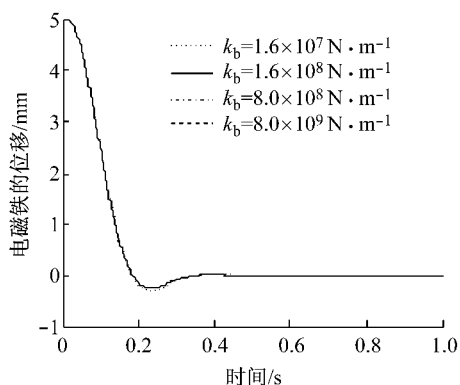


图9 电磁铁的位移响应曲线

Fig.9 Displacement of the magnet

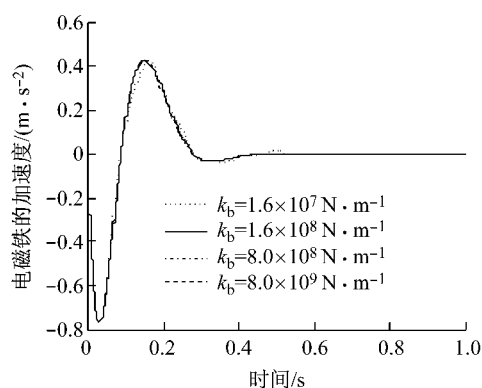


图10 电磁铁的加速度响应曲线

Fig.10 Acceleration of the magnet

制器能够使得磁浮系统在水泥梁中间位置处稳定悬浮,则电磁铁在各位置处的响应几乎一致,而与磁铁相对于水泥梁的位置无关.

磁轨及磁轨垫板是新型磁悬浮线路的重要组成部分,图11和12分别给出了磁轨质量及磁轨垫板刚度变化时系统矩阵 $A_r$ 的距离虚轴最近的特征根的分布情况.由图可知,随着磁轨质量的增加, $A_r$ 距

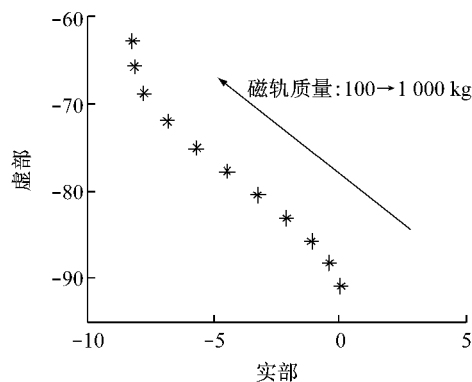


图11 磁轨质量对系统稳定性的影响

Fig.11 Impact on the system stability of the magnet mass

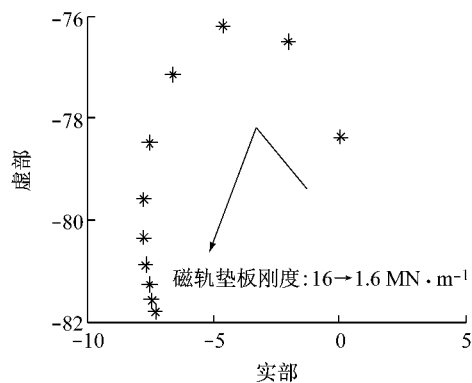


图12 垫板刚度对系统稳定性的影响

Fig.12 Impact on the system stability of the pad stiffness

离虚轴最近的特征根的实部逐渐由正值变为负值,系统趋于稳定,而较小的垫板刚度对系统稳定有利。不难分析,新型磁浮线路的车轨耦合系统中,控制系统仅对电磁铁和磁轨进行了直接的控制,而对水泥梁的控制是借助于磁轨完成的,若磁轨质量较小,则其振动对水泥梁影响较小,使得控制系统对水泥梁的“控制能力”不够,因而不利于系统的稳定;而垫板刚度的增大会增加磁轨与水泥梁的耦合程度,不利于系统对于磁轨的控制。当然,磁轨质量及磁轨垫板刚度的选择还应结合水泥梁承载能力、垫板挠度等实际工程问题综合优化选择。

## 5 结语

针对磁悬浮列车系统的车轨耦合振动问题,文章提出一种新型的磁悬浮线路设计方案,以单铁悬浮系统为研究对象,根据新型线路的特点,设计出控制器,分析了模型各主要参数对系统稳定性能的影响。结果表明,新型的磁悬浮线路中,磁轨振动特性简单,易于控制,为车轨耦合振动问题的解决提供一条新的路径;水泥梁阻尼的增大有利于系统的稳定,且利用文章提出的控制方法,即使忽略水泥梁的阻尼,系统依然可以保持稳定;新型磁悬浮线路中若控制器能够使得磁浮系统在水泥梁中间位置处稳定悬浮,则电磁铁在各位置处的响应几乎一致,而与磁铁相对于水泥梁的位置无关;增大磁轨质量,能够增加控制系统对水泥梁的控制能力,有利于系统的稳定;减小垫板刚度可以降低磁轨与水泥梁的耦合,有助于控制器对磁轨振动的控制。

## 参考文献:

- [1] 李希宁,佟来生.中低速磁浮列车技术研究进展[J]. 电力机车与城轨车辆,2011,2(34):1.  
LI Xining, TONG Laisheng. Technology research of medium and low speed maglev train [J]. Electric Locomotives & Mass Transit Vehicles, 2011, 2(34): 1.
- [2] Lee H W, Kim K C, Lee J. Review of maglev train technologies [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42(7): 1917.
- [3] 施小红.常导高速磁浮列车车轨耦合非线性动力学问题研究[D]. 长沙:国防科技大学机械与自动化学院,2005.  
SHI Xiaohong. Research on the guideway-vehicle coupling nonlinear dynamic problems of the EMS high-speed maglev [D]. Changsha: College of Mechanics Engineering and Automation of National University of Defense Technology, 2005.
- [4] 邓永权,罗世辉.单磁铁系统的稳定性与仿真分析[J]. 电力机车与城轨车辆,2005,28(5):44.  
DENG Yongquan, LUO Shihui. Stability research and simulation of a single magnetic system [J]. Electric Locomotives & Mass Transit Vehicles, 2005, 28(5): 44.
- [5] 翟婉明,赵春发.磁浮车辆/轨道系统动力学(I)——磁/轨相互作用及稳定性[J]. 机械工程学报,2005,41(7): 1.  
ZHAI Wanming, ZHAO Chunfa. Dynamics of maglev vehicle/guideway system (I)—magnet/rail interaction and system stability [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(7): 1.
- [6] 陶兴.中低速磁悬浮轨道梁关键设计参数研究[D]. 上海:同济大学土木工程学院,2008.  
TAO Xing. Research on the low-speed magnetic levitation rail beam key design parameters [D]. Shanghai: College of Civil Engineering of Tongji University, 2008.
- [7] Meisenholder S G, Wang T C. Dynamic analysis of an electromagnetic suspension system for a suspended vehicle system [R]. [S.l.]:US Federal Rail Administration, 1972.
- [8] Chu D, Francis M. Dynamic instabilities in magnetically levitated models [J]. Journal of Applied Physics, 1983,54(3): 1679.
- [9] 江浩,连三级.单磁铁悬浮系统的动态模型与控制[J]. 西南交通大学学报,1992,83(1): 59.  
JIANG Hao, LIAN Sanji. The dynamic model and control of single-magnet suspension systems [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 1992, 83(1): 59.
- [10] 鲍佳.磁浮列车悬浮控制与动力学仿真[D]. 西安:西南交通大学电气工程学院,2005.  
BAO Jia. Suspension control and dynamic simulation of maglev [D]. Xi'an: College of Electrical Engineering of Southwest Jiaotong University, 2005.
- [11] 邹东升,余龙华,张志强,等.磁浮系统车轨耦合振动分析[J]. 电子学报,2010,9(38):2071.  
ZOU Dongsheng, SHE Longhua, ZHANG Zhiqiang, et al. Maglev vehicle and guideway coupling vibration analysis [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 9(38): 2071.
- [12] 田宇.考虑车轨相对位置的车轨耦合振动控制研究[D]. 长沙:国防科技大学机械与自动化学院,2011.  
TIAN Yu. Research on the vehicle-guideway-coupled vibration control considering the relative position between the vehicle and the guideway [D]. Changsha: College of Mechanics Engineering and Automation of National University of Defense Technology, 2011.
- [13] Kong E, Song J S, Kang B B, et al. Dynamic response and robust control of coupled maglev vehicle and guideway system [J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330: 6237.
- [14] Yau J D. Vibration control of maglev vehicles traveling over a flexible guideway [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 321: 184.
- [15] 张翼,胡基士,蒋启龙.磁悬浮系统自适应控制方法研究[J].

- 电力机车与城轨车辆, 2005, 28(6): 5.
- ZHANG Yi, HU Jishi, JIANG Qilong. Self-adaptive control method for maglev system [J]. *Electric Locomotives & Mass Transit Vehicles*, 2005, 28(6): 5.
- [16] 余龙华, 柳贵东. 单铁磁悬浮控制系统的动力学特性研究[J]. 电力机车与城轨车辆, 2006, 29(3): 7.
- SHE Longhua, LIU Guidong. Research on dynamics characteristic of single magnetic levitation control system [J]. *Electric Locomotives & Mass Transit Vehicles*, 2006, 29(3): 7.
- [17] 张思远. 磁悬浮数字控制技术[D]. 上海: 同济大学汽车学院, 2009.
- ZHANG Siyuan. The Design of Digital Control Method for Maglev [D]. Shanghai: College of Automotive Engineering of Tongji University, 2009.
- [18] 刘豹, 唐万生. 现代控制理论[M]. 3版. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- LIU Bao, TANG Wansheng. Theory of modern control [M]. 3rd ed. Beijing: China Machine Press, 2011.
- 
- (上接第 1024 页)
- [7] 窦慧丽, 刘好德, 杨晓光. 基于站点上下客人数的公交客流 OD 反推方法研究 [J]. 交通与计算机, 2007, 25(135): 79.
- DOU Huili, LIU Haode, YANG Xiaoguang. OD matrix estimation method of public transportation flow based on passenger boarding and alighting [J]. *Computer and Communications*, 2007, 25(135): 79.
- [8] Tsygalnitsky S. Simplified methods for transportation planning [D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1977.
- [9] 朱从坤, 丁建霆, 陈瑜. 公交线路 OD 反推的结构化模型研究 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2005, 37(6): 851.
- ZHU Congkun, DING Jiantin, CHEN Yu. Structural model of OD matrix estimation on route public transport flow [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2005, 37(6): 851.
- [10] Li Y W, Cassidy M J. A generalized and efficient algorithm for estimating transit route ODs from passenger counts [J]. *Transportation Research Part B*, 2007, 41(1): 114.
- [11] Li B B. Markov models for Bayesian analysis about transit route origin-destination matrices [J]. *Transportation Research Part B—Methodological*, 2009, 43(3): 301.
- [12] 周雪梅, 杨熙宇, 吴晓飞. 基于 IC 卡信息的公交客流起止点反推方法 [J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2012, 40(7): 1027.
- ZHOU Xuemei, YANG Xiyu, WU Xiaofei. Origin-destination matrix estimation method of public transportation flow based on data from bus integrated-circuit cards [J]. *Journal of Tongji University: Natural Science*, 2012, 40(7): 1027.
- [13] Bacharach M. Biproportional matrices and input-output change [M]. London: Cambridge University Press, 1970.
- [14] McCord M R, Mishalani R G, Goel P G, et al. Iterative proportional fitting procedure to determine bus route passenger origin-destination flows [J]. *Transportation Research Record*, 2010, 2145: 59.
- [15] Mishalani R G, Ji Y, McCord M R. Empirical evaluation of the effect of onboard survey sample size on transit bus route passenger OD flow matrix estimation using APC data [J]. *Transportation Research Record*, 2011, 2246: 64.
- [16] Hazelton M L. Statistical inference for transit system origin-destination matrices [J]. *Technometrics*, 2010, 52(2): 221.
- [17] Meng X L, VanDyk D. The EM algorithm—an old folk-song sung to a fast new tune [J]. *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 1997, 59(3): 511.
- [18] Van zuylen H J, Willumsen L G. The most likely trip matrix estimated from traffic counts [J]. *Transportation Research Part B*, 1980, 14(3): 281.
- [19] Cascetta E, Nguyen S. A unified framework for estimating or updating origin destination matrices from traffic counts [J]. *Transportation Research Part B*, 1988, 22(6): 437.