

文章编号: 0253-374X(2013)07-1056-05

DOI: 10.3969/j.issn.0253-374x.2013.07.016

基于路基压应变指标的沥青面层等效温度及系数

谈至明, 胡洪龙

(同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804)

摘要: 基于路基压应变指标和疲劳损伤等效原则, 提出沥青面层等效温度的概念及其计算公式; 分析沥青面层温度状况与路基疲劳寿命的关系, 总结基准状况下沥青面层等效温度的规律; 引入路基疲劳寿命修正系数, 建立基准状况下路基疲劳寿命修正系数与地区海拔、路表温度年均值及标准差之间的回归式, 据此推算得到全国738个地区的基准路基疲劳寿命修正系数值, 绘制了全国基准路基疲劳寿命修正系数等值线图。随后, 建立了简便实用的基准路基疲劳寿命修正系数与年平均气温和月平均气温年极差之间的回归关系式。最后总结了非基准各因素对路基疲劳寿命修正系数的影响规律, 给出了近似修正式。

关键词: 沥青路面; 路基压应变; 疲劳寿命; 面层等效温度; 修正系数

中图分类号: U416

文献标志码: A

Equivalent Temperature for Asphalt Surface Layer and Coefficient Based on Subgrade Compression Strain

TAN Zhiming, HU Honglong

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: Based on subgrade compression strain index and the equivalency principle of cumulative fatigue damage, conception and calculation method of equivalent temperature for asphalt surface layer were put forward. The relationship between the temperature condition of asphalt surface layer and subgrade fatigue life was analyzed. The law of equivalent temperature for asphalt surface layer was summarized. By introducing modified coefficient to subgrade fatigue life, regression formula among modified coefficient ξ , the altitude of asphalt pavement located, pavement surface average temperature and its standard deviation over the years was established. Accordingly, modified coefficients ξ at 738 areas in China were calculated and a contour map of ξ was draw. Then simple and practical regression formula between

modified coefficient ξ and two common meteorological parameters: annual average temperature and difference of the highest and lowest monthly average temperature was established. Finally, the influence rules of various factors on modified coefficient to subgrade fatigue life were summarized and approximate modified formula was given.

Key words: asphalt pavement; subgrade compression strain; fatigue life; equivalent temperature for surface layer; modified coefficient

沥青路面结构的力学响应(应力和变形)、使用性能(疲劳开裂、低温缩裂和永久变形)和使用寿命都与路面温度状况密切相关。AASHTO (the American Association of State Highway and Transportation Officials) 2002 和 Shell 等设计方法将实时的沥青路面温度场分布与轴载作用下的路面力学响应一一对应, 然后采用 Miner 叠加原理进行沥青面层疲劳寿命预估^[1-2]。SHRP (Strategic Highway Research Program) 等设计方法给出了基于疲劳损耗等效概念的沥青面层疲劳等效温度与气候参数、沥青路面结构参数等之间的关系^[3-4]。Stubstad 和 Park 等利用试验路数据, 建立沥青层温度预估模型, 然后进行轴载作用下的力学响应计算, 进而得到沥青面层疲劳寿命^[5-6]。谈至明等人在总结全国沥青路面温度场分布规律的基础上, 归纳得到了全国不同地区、不同路面结构条件下的基于沥青面层疲劳、车辙和半刚性基层疲劳的沥青面层等效温度的回归关系式^[7-8]。

柔性基层的沥青路面结构, 路基永久塑性变形是车辙和路面结构损坏的主要肇因。在世界各国设计方法中, 大多采用控制路基压应变值以防止路基过量的永久塑性变形^[9]。沥青面层温度状况的变化直接影响沥青混合料的模量, 造成沥青路面结构刚度的变化, 从而影响路基压应变大小及路基永久变

形。因此,有必要弄清沥青面层温度变化对路基压应变及路基疲劳影响规律,从而在路面结构设计中加以很好地考虑。

1 等效概念和计算方法

世界各国的柔性基层沥青路面的设计方法中,控制路基永久变形的路基顶面压应变 ϵ_z 与路面容许轴载作用次数 N_{pf} 大多采用如下关系式:

$$N_{pf} = a\epsilon_z^{-b} \quad (1)$$

式中: a, b 均为与路面使用性能要求有关的回归系数,其中 b 可称之为路基疲劳指数。

美国 Shell 和 AI, 英国、比利时、澳大利亚、新西兰和法国等路面设计方法分别给出了各自的路基疲劳指数 b 值,除新西兰和澳大利亚设计方法外, b 一般在 $3.7 \sim 5.0$ 之间^[10]. 我国《公路沥青路面设计指南》中 b 为 4.83 ^[11].

沥青混合料的弹性模量 E 与温度 T 之间的关系采用 BELLS 模型形式表示^[5]

$$E(T) = E_{20} \times 10^{-\alpha(T-20)} \quad (2)$$

式中: E_{20} 为 20°C 时沥青混合料的模量, MPa; α 为沥青混合料的热敏系数, 与沥青混合料配合比及原材料的热力学性质有关, α 值变化范围在 $0.015 \sim 0.030$ 之间。

任一时刻的沥青面层温度状况采用层均温度 \bar{T} 和层温度梯度 T_g 两个参数表征。由于沥青面层温度分布的不均匀及沥青材料的感温性, 面层模量沿面层厚度方向是不均匀的, 此时的路基疲劳寿命计算式(1)中的路基顶面压应变 ϵ_z 值可按下列两种方法得到: 其一, 将面层细划成若干亚层, 亚层模量用其中点温度对应的模量近似, 然后应用弹性层状体系求解; 其二, 应用弯曲刚度等效原则将模量不均匀的面层换算成厚度相同、模量单一的等效均匀层^[8], 再按文献[12]中给出的路基压应变近似公式计算得到。

按照 Miner 损伤叠加原理, 在所有时刻内的当量标准轴载作用一次引起的路基平均疲劳损伤 D_{pf} 可表示为

$$D_{pf} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k \frac{n_{ij}}{N_{pf,ij}} \quad (3)$$

式中: m, k 分别为层均温度 \bar{T} 和层温度梯度 T_g 的分级数; $n_{ij}, N_{pf,ij}$ 分别为路面结构层均温度为 \bar{T}_i 、层温度梯度为 $T_{g,j}$ 的分布频谱及其所对应的路基疲劳寿命。

根据积分中值定理, 可找到一沿面层厚度均匀分布的温度 T_{pef} , 其对应的路基疲劳寿命 N_{pef} 满足下式:

$$N_{pef} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k n_{ij} / D_{pf} = 1/D_{pf} \quad (4)$$

式中隐含的沥青面层均布温度 T_{pef} 可称为沥青面层等效温度。

2 沥青层温度状况与路基疲劳寿命

不同面层层均温度 \bar{T} 和层温度梯度 T_g 对路基疲劳寿命的影响规律, 可通过不同层均温度 \bar{T} 和层温度梯度 T_g 条件下的路基疲劳寿命 $N(\bar{T}, T_g)$ 与层均温度 $\bar{T}=20^{\circ}\text{C}$ 及层温度梯度 $T_g=0^{\circ}\text{C} \cdot \text{m}^{-1}$ 时的疲劳寿命 $N_{pf}|_{\bar{T}=20, T_g=0}$ 的比值 φ 来考察, 即

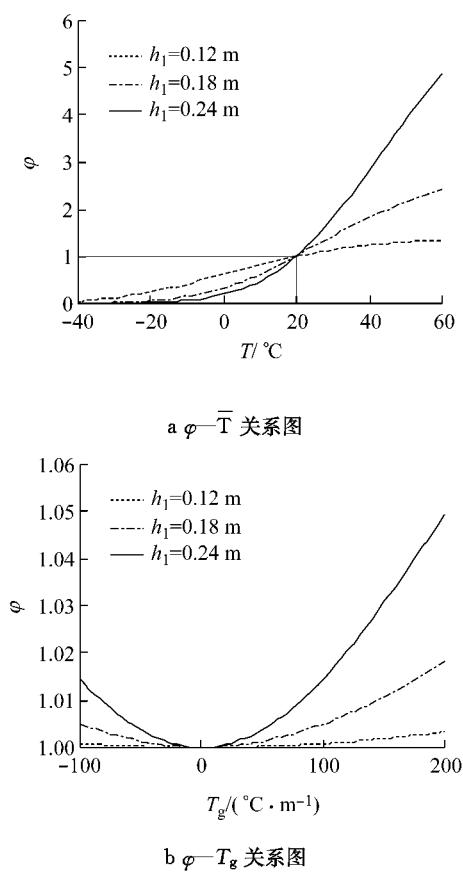
$$\varphi = \frac{N_{pf}|_{\bar{T}=20, T_g=0}}{N(\bar{T}, T_g)} \quad (5)$$

计算结果表明, 基层与路基的层间状态对 φ 几乎没有影响, 可以忽略。面、基层层间连续时的路基顶面压应变小于层间光滑时的路基压应变, 由式(1)得到的层间连续的路基疲劳寿命明显大于层间光滑的疲劳寿命。因此, 在估计路基疲劳寿命时, 面、基层的层间条件建议按光滑状态计。

层温度梯度 T_g 不变条件下, φ 随着层均温度 \bar{T} 的上升而增大。在 $\bar{T}<20^{\circ}\text{C}$ 时, φ 随着疲劳指数 b 、热敏系数 α 、沥青模量 E_{20} 或面层厚度 h_1 的增加而减小, 随着基层厚度 h_2 、模量 E_2 的增加而增大; $\bar{T}>20^{\circ}\text{C}$ 时 φ 的变化规律则相反, 参见图 1a 所示的 $\varphi-\bar{T}$ 关系曲线。图 1 为 3 层路面结构在不同面层层均温度 \bar{T} 和层温度梯度 T_g 条件下的 φ 值计算结果, 除图中注明的参数之外, 其他参数: $b=5, \alpha=0.02, h_1=0.18 \text{ m}, E_{20}=2000 \text{ MPa}, \mu_1=0.35, h_2=0.4 \text{ m}, E_2=400 \text{ MPa}, \mu_2=0.2, E_0=50 \text{ MPa}, \mu_0=0.35$ 。

层均温度 \bar{T} 不变条件下, φ 随层温度梯度 T_g 绝对值的增加而增大。 T_g 对 φ 的影响程度随着 b, α, E_{20}, h_1 的增加而增大, 随 h_2, E_2 增加而减小。但从量值来看, T_g 对 φ 的影响程度较弱, T_g 在 $-100 \sim 200^{\circ}\text{C} \cdot \text{m}^{-1}$ 变化范围内, 对 φ 影响仅有几个百分点, 参见图 1b 所示的 $\varphi-T_g$ 关系曲线。

另外, 路基回弹模量 E_0 、各层材料的泊松比 μ_i 对 φ 值的影响很小, 可予忽略。 E_0 对 φ 影响很小的

图 1 面层温度状况对 φ 的影响Fig.1 Influence of surface layer temperature on φ

特性,使得可以将路基湿度年变化引起的路基回弹模量波动与沥青面层温度变化引起的面层弹性模量波动的两个素因对路基疲劳寿命的影响分开考虑而单独各自进行疲劳等效.

3 沥青面层的等效温度

沥青面层等效温度 T_{pef} 的影响因素众多,除了复杂的路面温度场之外,还有路基的疲劳指数 b 、沥青材料的热敏系数 α 及众多的路面结构参数. 在给定沥青面层温度年分布(已知路面结构层均温度为 \bar{T} 与层温度梯度为 $T_{g,j}$ 的分布频谱 n_{ij})情况下, T_{pef} 随着 b, α, E_{20}, h_1 的增加而上升,随着 h_2, E_2 的增加而下降. 路基模量 E_0 和各层材料泊松比 μ_i 对其的影响很小,可予忽略.

为了更好地总结我国不同地区的沥青面层等效温度 T_{pef} 变化规律,设定了基准路面结构状态: $b=5, \alpha=0.02, E_{20}=2000 \text{ MPa}, h_1=0.18 \text{ m}, h_2=0.40 \text{ m}, E_2=400 \text{ MPa}, E_0=50 \text{ MPa}$, 路面结构层层间光滑.

根据文献[7]给出的全国 90 个地区多年沥青面

层温度年分布频谱,计算了基准路面结构和材料条件下的沥青面层等效温度 \bar{T}_{pef} 值. \bar{T}_{pef} 随着该地区的路表年均温度 μT_s 及其路表温度年标准差 σT_s 的增加而增加,随海拔高程 H 的上升有少许下降,它们之间的回归式如下:

$$\begin{aligned} \bar{T}_{\text{pef}} &= 0.0063x_T^2 + 0.6380x_T + 3.1224, \\ x_T &= \mu T_s + 0.11\sigma T_s - 0.55H \end{aligned} \quad (6)$$

式中: 路表年均温度 μT_s 、路表温度年标准差 σT_s 以 $^{\circ}\text{C}$ 计; 高程 H 以 km 计.

回归式(6)具有很好的精度,其回归残差的标准差仅为 $0.35 ^{\circ}\text{C}$.

4 基准状况的路基疲劳寿命修正系数

将沥青面层等效温度 T_{pef} 直接用于路面结构设计尚觉不便,其一,对于不同的结构极限状态,沥青面层疲劳、车辙,半刚性基层疲劳和路基疲劳,沥青面层等效温度 T_{pef} 均不同,它们之间易混淆;其二,需将沥青面层等效温度 T_{pef} 代入沥青混合料弹性模量与温度的关系方程求得对应的等效弹性模量,再进行结构分析求出相应结构极限状态的设计指标值,然后才能预估路面的结构寿命. 为了方便应用,文献[11]建议直接对结构疲劳寿命进行修正,其定义式如下:

$$N_{\text{pef}} = \frac{N_{\text{pef}}|_{\bar{T}=20, T_g=0}}{\xi} \quad (7)$$

式中,修正系数 ξ 可称之为路基疲劳寿命修正系数.

与 T_{pef} 相比, ξ 包含了很多的路面结构信息,在给定的路面结构,或路面温度场条件下, T_{pef} 与 ξ 之间具有一一对应的关系. 因此,基准路面结构状态的路基疲劳寿命修正系数 ξ 与该地的路表年日均温 μT_s 、路表年日均温标准差 σT_s 和海拔高程 H 之间也具有很好的相关关系

$$\begin{aligned} \xi &= 0.0004x_\xi^2 + 0.0191x_\xi + 0.414, \\ x_\xi &= \mu T_s + 0.155\sigma T_s - 0.34H \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)具有很好的回归精度,90 个地区的回归残差的标准差仅为 0.012. 根据式(8)和文献[7]中提供的路表温度的年均值 μT_s 、标准差 σT_s 与气象、气候参数的近似关系式,计算得到了所收集到气象、气候参数的全国 738 个地区的基准路基疲劳寿命修正系数 ξ ,据此绘制了如图 2 所示的全国基准路基疲劳寿命修正系数 ξ 等值线图.

从图 2 中可以看到,全国的基准路基疲劳寿命修正系数 ξ 的变化在 0.5~1.5 之间,呈南高北低之

势,长江以南、秦岭以东 $\xi > 1.1$, 东北地区 $\xi < 0.8$, 西部随着海拔高程增高而减小, 青藏高原的 ξ 值比同纬度的东部沿海地区小 0.3~0.5, 新疆中部沙漠地区的 ξ 值为局部高值区, 较周边高 0.1~0.2。

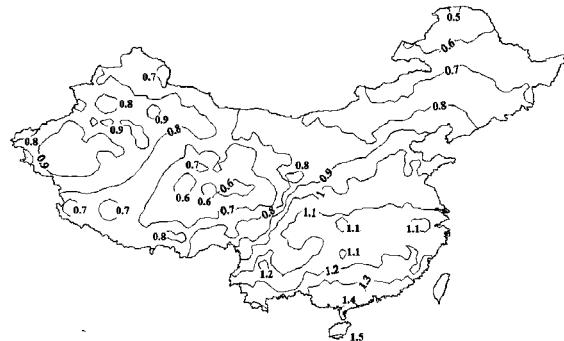


图 2 全国基准路基疲劳寿命修正系数 ξ 等值线图

Fig.2 Standard modified coefficients of subgrade fatigue life ξ contour map in China

按图 2 获得基准路基疲劳寿命修正系数 ξ 虽十分简便, 但精度不太高, 其一, 取值误差较大; 其二, 绘制图 2 时, 进行了区域平滑, 例如, 泰山、峨眉山等山地的偏小 ξ 值被平滑。直接按式(8)求出 ξ , 精度虽高, 但由于式中的自变量: $\mu T_s, \sigma T_s$ 尚需通过近似式求得, 使用并不十分方便。为此, 对 ξ 进行重新回归, 自变量改为常年气象观测值: 年均气温 μT_a , 月均气温的年极差 $\Delta T_{a, \text{mon}}$, 即最热月平均气温和最冷月平均气温之差, 通常为 7 月和 1 月平均气温之差, 即

$$\begin{aligned} \xi &= 0.0007x_\xi^2 + 0.0219x_\xi + 0.519, \\ x_\xi &= \mu T_a + 0.02\Delta T_{a, \text{mon}} \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)的回归精度稍低于式(8), 90 个地区的回归残差的标准差为 0.022, 高于查图 2 的精度。

5 非基准状况的修正

路基疲劳指数 b 、沥青混合料热敏系数 α 和路面结构参数对路基疲劳寿命修正系数 ξ 的影响均可采用下式近似:

$$\xi = A\xi^{1+B} \quad (10)$$

大量的计算结果表明, 通过引入两个比值, 面层和基层的厚度比 $\lambda_h (h_1/h_2)$ 和弹性模量比 $\lambda_E (E_{20}/E_2)$, 则对 ξ 的影响可归为 4 个影响近似相互独立的参量: 路基疲劳指数 b 、沥青混合料热敏系数 α 、面层和基层的厚度比 λ_h 和模量比 λ_E 。因此, 式(10)中的回归 A, B 系数可表示为

$$A = A_b A_h A_E,$$

$$B = B_b + B_\alpha + B_h + B_E \quad (11)$$

式中: $A_b, B_b, B_\alpha, A_h, B_h, A_E, B_E$ 分别是与 b, α, λ_h 和 λ_E 有关的系数。

A_i, B_i 随着路基疲劳指数 b 、沥青混合料热敏系数 α 、面层和基层的厚度比 λ_h 和弹性模量比 λ_E 的增加而增大。 b 变化范围 3.5~6.0, α 变化范围 0.015~0.030, λ_h 和 λ_E 变化范围约为 0.3~0.7 和 2~20; 与此对应的 A_i 变化范围为 $A_b (0.97 \sim 1.03)$, $A_h (0.98 \sim 1.30)$, $A_E (0.95 \sim 1.60)$; B_i 变化范围为 $B_b (-0.23 \sim 0.13)$, $B_\alpha (-0.20 \sim 0.29)$, $B_h (-0.79 \sim 0.56)$, $B_E (-0.42 \sim 0.82)$ 。在一般情况下, 可采用三点插值方法估计 A_i, B_i 。在精度要求较高时, 可按下式计算 A_i, B_i :

$$A_b = 0.11(b/5)^2 - 0.10(b/5) + 0.99, \quad (12a)$$

$$B_b = (b/5)^{0.70} - 1 \quad (12a)$$

$$B_\alpha = 0.7 \ln(\alpha/0.02) \quad (12b)$$

$$A_E = 0.12(\lambda_E/5) + 0.88, B_E = 0.44 \ln(\lambda_E/5) \quad (12c)$$

$$A_h = 0.29(\lambda_h/0.45)^2 - 0.31(\lambda_h/0.45) + 1.02, \quad (12d)$$

$$B_h = 1.1 \ln(\lambda_h/0.45) \quad (12d)$$

表 1 给出了一组 3 层结构, 各层层间光滑时, 使用上述计算方法得到的路基疲劳寿命修正系数 ξ 与理论值的相对误差。由表可以看出, 3 层结构时, 使用本文给出的计算方法得到的 ξ 与理论值的相对误差不超过 5%, 说明回归结果具有良好的精度, 能够满足工程要求。

若面层与基层层间连续时, N_{ref} 仍可按式(7)计算, 其中, $N_{\text{ref}}|_{T=20, T_g=0}$ 按面、基层层间连续状况求解, ξ 可在式(10)的计算结果之上再乘以一个层间状态修正系数 ζ 表示。 ζ 与 b, α 之间近似呈正比例关系, 其比例系数随着面、基层的厚度比 λ_h 增加而增大, λ_h 在 0.3~0.7 范围变化时, 比例系数约在 1.1~2.3 之间变化, 因此 ζ 可按下式近似:

$$\zeta = \left(2.57 \left(\frac{\lambda_h}{0.45} \right) - 0.45 \right) \left(\frac{b}{5} \right) \left(\frac{\alpha}{0.02} \right) \quad (13)$$

6 结语

(1) 根据疲劳损伤等效原则, 提出了基于路基压应变指标的沥青面层等效温度概念及其计算方法。

(2) 沥青面层等效温度 T_{ref} 随着路基疲劳指数 b 、沥青材料的热敏系数 α 、沥青混合料 20 °C 时的弹性模量 E_{20} , 以及面层厚度 h_1 的增加而上升, 随着基

表1 3层结构,路基疲劳寿命修正系数 ξ 的计算误差Tab.1 Three-layer structures, calculation errors of modified coefficients of subgrade fatigue life ξ

| b | α | λ_h | λ_E | 计算误差/% | | | | | |
|-----|----------|-------------|-------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | | | 沈阳 | 兰州 | 北京 | 上海 | 福州 | 广州 |
| 4 | 0.020 | 0.45 | 5 | 0.71 | -0.48 | 0.79 | 0.21 | -0.07 | -0.13 |
| 6 | 0.020 | 0.45 | 5 | -1.06 | 0.01 | 0.41 | 0.64 | -0.04 | -0.29 |
| 5 | 0.015 | 0.45 | 5 | 1.37 | 0.34 | 1.35 | 0.87 | 0.38 | 0.25 |
| 5 | 0.030 | 0.45 | 5 | -4.65 | -2.17 | -1.98 | -1.54 | -2.41 | -3.00 |
| 5 | 0.020 | 0.30 | 5 | -0.88 | -3.31 | -1.27 | -1.20 | -0.19 | 0.46 |
| 5 | 0.020 | 0.50 | 5 | -1.47 | -0.30 | -0.51 | -0.63 | -1.82 | -2.30 |
| 5 | 0.020 | 0.70 | 5 | -4.82 | -0.75 | -4.38 | -1.80 | -3.55 | -3.29 |
| 5 | 0.020 | 0.45 | 2 | -0.24 | -3.13 | -1.98 | -3.46 | -3.73 | -3.71 |
| 5 | 0.020 | 0.45 | 10 | -2.86 | 0.55 | -0.74 | 0.45 | -0.86 | -1.21 |
| 5 | 0.020 | 0.45 | 20 | -4.20 | 1.08 | -3.15 | 0.35 | -1.24 | -0.56 |

层厚度 h_2 、弹性模量 E_2 的增加而下降。

(3) 通过引入路基疲劳寿命修正系数 ξ 直接修正路基疲劳寿命,基准状况下路基疲劳寿命修正系数 ξ 与地区海拔 H 、多年路表均温 μT_s 及其标准差 σT_s 有很好的相关关系,根据它们之间的回归式推算得到全国738个地区的修正系数 ξ ,并据此绘制了全国 ξ 等值线图。

(4) 按照简便实用原则,回归了基准路基疲劳寿命修正系数 ξ 与年均气温 μT_a 、月均气温的年极差 $\Delta T_{a, \text{mon}}$ 之间近似关系式。该式的精度稍低于 ξ 与地区海拔 H 、多年路表均温 μT_s 及其标准差 σT_s 之间回归式的精度,但优于查全国 ξ 等值线图的精度。

(5) 总结了非基准状况下各因素对路基疲劳寿命修正系数 ξ 的影响规律,给出了非基准状况下路基疲劳寿命修正系数 ξ 的近似计算公式。

参考文献:

- [1] ERES Division of ARA, Inc. Guide for mechanistic-empirical design of new and rehabilitated pavement structures [R]. Washington D C: Transportation Research Board, 2004.
- [2] Shell International Ltd. Shell pavement design manual: asphalt pavements and overlays for road traffic [R]. London: Shell International Ltd., 1981.
- [3] Witzczak M W. Effective temperature analysis for permanent deformation of asphaltic mixtures [R]. Washington D C: Strategic Highway Research Program of National Research Council, 1992.
- [4] SHRP. The superpave mix design manual for new construction and overlays [R]. Washington D C: Strategic Highway Research Program of National Research Council, 1994.
- [5] Lukyanen E O, Stubstad R, Briggs R C. Temperature predictions and adjustment factors for asphalt pavements[R]. Washington D C: The Federal Highway Administration, 2000.
- [6] Park D Y, Buch N, Chatti K. Effective layer temperature prediction model and temperature correction via falling weight deflectometer deflections [J]. Journal of the Transportation Research Board, 2001, 1764: 97.
- [7] 邹晓翎,谈至明.《基于多指标的沥青路面结构设计方法研究》报告:路面温度场研究[R].上海:同济大学交通运输工程学院,2011.
- [8] ZOU Xiaoling, TAN Zhiming. Report of study on "structural design procedure of asphalt pavements": research on pavement temperature field [R]. Shanghai: College of Transportation Engineering of Tongji University, 2011.
- [9] 吴新华.沥青路面等效温度的研究[D].上海:同济大学交通运输工程学院,2011.
- [10] YU Xinhua. Study on equivalent temperatures of asphalt pavement [D]. Shanghai: College of Transportation Engineering of Tongji University, 2011.
- [11] 沈金安.国外沥青路面设计方法总汇[M].北京:人民交通出版社,2004.
- [12] SHEN Jin'an. Summary of asphalt pavement design method in abroad [M]. Beijing: China Communications Press, 2004.
- [13] 姚祖康.沥青路面结构设计[M].北京:人民交通出版社,2011.
- [14] YAO Zukang. Structural design of asphalt pavements [M]. Beijing: China Communications Press, 2011.
- [15] 中交路桥技术有限公司.公路沥青路面设计指南[R].北京:中交路桥技术有限公司,2012.
- [16] China Communication Road and Bridge Technology Limited Company. Highway asphalt pavement design guide [R]. Beijing: China Communication Road and Bridge Technology Limited Company, 2012.
- [17] 胡洪龙,谈至明.路面结构的土基应力应变近似计算[J].同济大学学报:自然科学版,2013,41(4):542.
- [18] HU Honglong, TAN Zhiming. Approximate calculation of subgrade stresses and strains of pavement structure [J]. Shanghai: Journal of Tongji University: Natural Science, 2013,41(4):542.