

文章编号: 0253-374X(2013)08-1249-06

DOI: 10.3969/j.issn.0253-374x.2013.08.022

# 锂离子电池温度场相似准则推导与有限元验证

程洪正<sup>1,2</sup>, 张立军<sup>1,2</sup>, 阮丞<sup>1,2</sup>, 刁坤<sup>1,2</sup>

(1. 同济大学 汽车学院, 上海 201804; 2. 同济大学 新能源汽车工程中心, 上海 201804)

**摘要:** 从三维非稳态导热微分方程出发, 利用量纲分析法推导了锂离子电池内部温度场相似所应满足的相似准则, 并确定了实物对象与模拟对象之间的温度场相似关系。利用 ANSYS 软件进行了单层结构和多层结构锂离子电池温度场的有限元建模与计算, 验证了所建立相似准则和相似关系的正确性。

**关键词:** 锂离子电池; 温度场; 相似理论; 有限单元法

**中图分类号:** U463.51

**文献标志码:** A

## Derivation and Finite Element Modeling Validation of Similarity Criteria of Temperature Field Inside Lithium-ion Battery

CHENG Hongzheng<sup>1,2</sup>, ZHANG Lijun<sup>1,2</sup>, RUAN Cheng<sup>1,2</sup>, DIAO Kun<sup>1,2</sup>

(1. College of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. New Clean Energy Automotive Engineering Center, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** The dimensional analysis method is employed to derive similarity criteria and the similarity coefficients of battery interior temperature fields based on the governing partial differential equations describing the three dimensional transient temperature field. To validate the similarity criteria and the similarity coefficients, three dimensional finite element models of battery temperature field are established on the assumption that the battery has single-layer structure and multi-layer structure. The simulation results show that the similarity criteria and the similarity coefficients prove to be correct, which can be used for battery temperature fields simulation and analysis.

**Key words:** lithium battery; temperature field; similarity theory; finite element method

动力电池是电动汽车的最核心部件之一。近年来, 锂离子电池因其优异的综合性能倍受关注<sup>[1]</sup>。工作温度对电池的各种特性, 例如充放电功率与能量、效率、安全性和寿命等都具有重要影响, 并进而显著影响电动汽车的性能<sup>[1-3]</sup>。因此, 有关锂离子电池热力学的建模与仿真、测试与评价、管理与控制成为核心关键技术<sup>[1-3]</sup>。

方形锂离子电池的单电池结构主要由正负电极、隔膜和正负集流板组成, 如图 1 所示。正负集流板、正负电极、隔膜的长度和宽度方向尺寸为分米级, 而厚度方向尺寸为微米级, 具有显著的跨尺度特征<sup>[1-2]</sup>。

目前, 采用有限单元方法进行电池内部温度场的建模与分析已经成为趋势<sup>[3]</sup>。国内外相关研究主要基于对实际电池的不同程度简化假设, 考虑不同的运行工况, 建立起一维<sup>[4-6]</sup>、二维<sup>[7]</sup>、三维<sup>[8-9]</sup>温度场模型。国内外学者建立的三维模型大多都将单体电池简化为由各向异性的单一材料组成的单层结构, 假设电池为均匀的发热体或施加一致性热源<sup>[4-9]</sup>。实际上, 每个单体锂离子电池是包含上百个图 1 所示单电池的分层结构, 且单电池的各层材料热学属性存在很大的差异, 因而, 在一定的工况下, 内部温度场并非均匀分布。但是, 若直接按照单电池

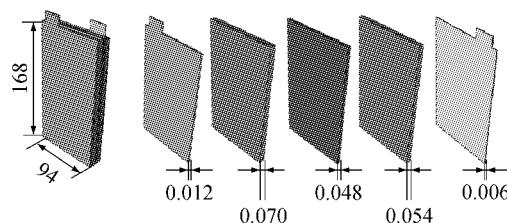


图 1 锂离子单电池结构示意图与三维尺寸(单位:mm)

Fig. 1 Schematic of lithium-ion battery cell(unit:mm)

收稿日期: 2012-08-31

基金项目: 国家“九七三”重点基础研究发展规划(2011CB711201)

第一作者: 程洪正(1989—), 男, 博士生, 主要研究方向为新能源汽车动力总成与关键部件开发。E-mail: chenghz2007@163.com

通讯作者: 张立军(1972-), 男, 教授, 工学博士, 博士生导师, 主要研究方向为新能源汽车动力总成集成与控制、汽车振动与噪声的分析与控制。E-mail: tjued\_zhanglijun@tongji.edu.cn

多层结构的实际尺寸进行单元划分, 进行电池内部温度场有限单元建模与计算, 将会由于跨尺度原因产生模型单元数量多、计算量大、难以实现的严重困难。

因此, 如何解决跨尺度建模问题成为利用有限元方法进行电池内部瞬态温度场的预测的关键。本文就是针对这一问题提出了一种基于相似理论的解决方法。

相似理论方法是人们在探索自然规律的过程中形成的一种常用的模化方法, 对流体力学、传热学等学科的发展曾发挥了不可估量的作用<sup>[10]</sup>, 并在各种传热工程技术领域中得到广泛应用<sup>[11-12]</sup>。然而, 目前还未发现将相似理论应用于电池物理场的建模预测, 以及解决锂离子电池跨尺度建模问题的案例。

为了解决电池内部温度场有限单元建模的跨尺度难题, 本文提出了基于相似理论的动力电池内部瞬态温度场建模方法, 从非稳态导热微分方程出发推导建立了温度场相似准则和相似关系, 并利用 ANSYS 有限元软件进行了相似准则和相似关系正确性的验证, 从而为面向对象的锂离子动力电池热力学建模、分析与管理奠定了良好的基础。

## 1 温度场相似准则的推导

### 1.1 温度场相似准则

电池的生热散热过程是一个典型的三维、内热源的非稳态导热过程, 为预测其温度场, 建立了三维常物性、非稳态、第三类边界条件下的导热微分方程<sup>[13]</sup>:

控制方程:

$$\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + q = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

第三类边界条件:

$$\begin{cases} x=0, \frac{\partial T}{\partial x}=0; x=a, \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x}=h_x(T-T_f) \\ y=0, \frac{\partial T}{\partial y}=0; y=b, \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y}=h_y(T-T_f) \\ z=0, \frac{\partial T}{\partial z}=0; z=c, \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z}=h_z(T-T_f) \end{cases} \quad (2)$$

初始条件:

$$t=0, T(x,y,z,t)=T_0 \quad (3)$$

式(1)–(3)中:  $\lambda_x$ 、 $\lambda_y$  和  $\lambda_z$  分别为  $x$ 、 $y$  和  $z$  三个方向的热传导系数;  $T$  为温度;  $q$  为内热源功率密度分布函数;  $\rho$  为密度;  $C_p$  为定压比热容;  $t$  为时间;  $h_x$ ,

$h_y$ 、 $h_z$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个方向的对流换热系数;  $T_0$  为初始温度;  $T_f$  为环境中流体的温度;  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个方向上的几何参数。

为将方程(1)–(3)作量纲一化处理, 引入长度、时间、温度三个标尺。

$x$ 、 $y$ 、 $z$  方向上长度标尺分别取为  $\delta_x$ 、 $\delta_y$  和  $\delta_z$ , 分别为

$$\delta_x = \lambda_x^{\frac{1}{2}} \left( \frac{a^2 b^2 c^2}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (4a)$$

$$\delta_y = \lambda_y^{\frac{1}{2}} \left( \frac{a^2 b^2 c^2}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (4b)$$

$$\delta_z = \lambda_z^{\frac{1}{2}} \left( \frac{a^2 b^2 c^2}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (4c)$$

温度度标尺取为

$$\theta_0 = T_0 - T_f \quad (4d)$$

式中:  $\theta_0$  为过余温度标度。

时间标尺取为

$$\tau = \rho C_p \left( \frac{a^2 b^2 c^2}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4e)$$

量纲一化导热微分方程为

$$\frac{\partial \Theta}{\partial F_0} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Z^2} + Q \quad (5)$$

第三类边界条件:

$$\begin{cases} X=0, \frac{\partial \Theta}{\partial X}=0; X=A, \frac{\partial \Theta}{\partial X}=B_{ix}\Theta \\ Y=0, \frac{\partial \Theta}{\partial Y}=0; Y=B, \frac{\partial \Theta}{\partial Y}=B_{iy}\Theta \\ Z=0, \frac{\partial \Theta}{\partial Z}=0; Z=C, \frac{\partial \Theta}{\partial Z}=B_{iz}\Theta \end{cases} \quad (6)$$

初值条件:

$$F_0 = 0, \Theta = 1 \quad (7)$$

式(5)–(7)中:  $\Theta=\theta/\theta_0$  为量纲一温度,  $\theta$  为过余温度;  $F_0=\frac{t}{\tau}=t(\rho C_p)^{-1} \cdot (\frac{a^2 b^2 c^2}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z})^{-\frac{1}{3}}$ , 为傅里叶数, 表征量纲一时间;  $Q=\frac{q}{\theta_0} \cdot (\frac{a^2 b^2 c^2}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z})^{-\frac{1}{3}}$ , 为无量纲一生热速率;  $A=a\lambda_x^{-\frac{1}{2}}(\frac{a^2 b^2 c^2}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z})^{-\frac{1}{6}}$ 、 $B=b\lambda_y^{-\frac{1}{2}}(\frac{a^2 b^2 c^2}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z})^{-\frac{1}{6}}$  和  $C=c\lambda_z^{-\frac{1}{2}}(\frac{a^2 b^2 c^2}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z})^{-\frac{1}{6}}$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向量纲一对流边界位置;  $X=x\lambda_x^{-\frac{1}{2}}(\frac{a^2 b^2 c^2}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z})^{-\frac{1}{6}}$ 、 $Y=y\lambda_y^{-\frac{1}{2}} \cdot (\frac{a^2 b^2 c^2}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z})^{-\frac{1}{6}}$  和  $Z=z\lambda_z^{-\frac{1}{2}}(\frac{a^2 b^2 c^2}{\lambda_x \lambda_y \lambda_z})^{-\frac{1}{6}}$  为量纲一位置坐标;  $B_{ix}=\frac{h_x \delta_x}{\lambda_x}$ 、 $B_{iy}=\frac{h_y \delta_y}{\lambda_y}$  和  $B_{iz}=\frac{h_z \delta_z}{\lambda_z}$  为毕渥数, 表征量纲一对流散热系数。

显然,由方程(5)—(7)可以看出,量纲一过余温度 $\Theta$ 为 $B_{ix}$ 、 $B_{iy}$ 、 $B_{iz}$ 、 $F_o$ 、 $Q$ 、 $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 、 $A$ 、 $B$ 和 $C$ 的函数。

以上即为三维常物性、非稳态、第三类边界条件下非稳态导热问题的相似准则数。

## 1.2 温度场原型与相似模型的参数设置

基于相似理论提出将厚度方向尺寸放大 $N$ 倍的温度场相似模型。根据前面的分析,要实现温度场相似,相似准则数必须相等。由此确定相似模型与原型之间的参数设置必须满足如表1所示的比例关系。表中, $N$ 为缩放的比例。

表1 模型参数设置比例关系(原型:模型)

Tab.1 Parameters ratios of prototype to scale model

热传导系数			对流换热系数			生热速率
$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_z$	$h_x$	$h_y$	$h_z$	$q$
1	1	$N^{-2}$	1	1	$N^{-1}$	1

当满足表1条件时,模型与原型的温度场相似,即 $\Theta_1(X, Y, Z, F_o) = \Theta_2(X, Y, Z, F_o)$ ,也就是 $T_1(x, y, z, t) = T_2(x, y, Nz, t)$ 。

## 2 基于有限元的相似准则验证

### 2.1 单层结构的有限元计算与验证

文献[14]给出了将单电池五层结构简化为单层结构的等效方法,等效热传导系数、体积比热容等效计算公式如下:

$$\lambda_x = \lambda_y = \frac{\sum \lambda_i c_i}{\sum c_i} \quad (8)$$

$$\lambda_z = \frac{\sum c_i}{\sum (c_i / \lambda_i)} \quad (9)$$

$$\rho C_p = \frac{\sum (\rho C_p)_i c_i}{\sum c_i} \quad (10)$$

式中: $\lambda_i$ 为单电池各层热传导系数; $c_i$ 为各层厚度; $\rho C_p$ 为及体积比热容。

利用ANSYS软件分别建立原型和厚度方向放

大2倍的相似模型,进行相似准则和相似关系的验证。由于单层结构厚度方向总尺寸为0.19 mm,与长度宽度方向尺寸相差达到2个数量级。为此,分别将单层结构厚度方向放大100倍和放大200倍得到的单层结构模型作为原型和相似模型,根据相似准则设置参数,通过对比验证相似准则和相似关系的正确性。

建模时假设:

(1) 单体电池四周对流换热,数值为 $10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ ,顶面和底面的对流换热等分到每个单电池的顶面和底面上,数值为 $10/154 \approx 0.065 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ ,并忽略热辐射的影响。

(2) 电池工作在1C放电工况下,利用Bernardi等<sup>[15]</sup>提出的电池生热速率公式(11),计算得到单电池的均匀体生热速率为 $28340 \text{ W} \cdot \text{m}^{-3}$ 。其中,生热速率计算公式如下:

$$\dot{q} = \frac{I}{V}(E_{oc} - U - T \frac{dE_{oc}}{dT}) \quad (11)$$

式中: $I$ 为电流; $V$ 为电池体积; $E_{oc}$ 为电池平衡电压; $U$ 为电池工作电压; $T$ 为温度。

图2所示为原型和相似模型的瞬态热传导有限单元模型,模型的单元类型为solid90。其中,原型的单元总数为1792个,相似模型的单元总数为3360个。

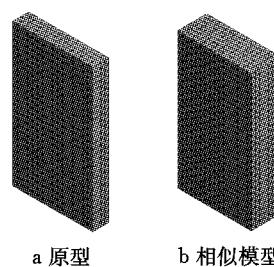


图2 原型和相似模型热传导有限单元模型

Fig.2 Finite element models of heat transfer

根据电池实际工况和相似准则,原型和相似模型的有限单元模型的属性参数设置见表2。

表2 有限元模型参数设置

Tab.2 Parameters of finite element models

参数	几何参数/mm			热传导系数/(W·m <sup>-1</sup> ·K <sup>-1</sup> )			对流换热系数/(W·m <sup>-2</sup> ·K <sup>-1</sup> )			比热容 $\rho C_p$ /(J·m <sup>-3</sup> ·K <sup>-1</sup> )	生热 $q$ /(W·m <sup>-3</sup> )	初始温度T/K
	a	b	c	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_z$	$h_x$	$h_y$	$h_z$			
原型	94	168	19	24.46	24.46	$7.15 \times 10^3$	10	10	6.5	$1.79 \times 10^6$	28340	295
模型	94	168	38	24.46	24.46	$2.86 \times 10^4$	10	10	13.0	$1.79 \times 10^6$	28340	295

图3所示为3600 s时刻两种模型的温度场计算结果。图3a、图3b分别为原型和模型3600 s时刻

温度空间分布图,图3c为原型和模型中对应测点的温度时间历程曲线。其中,原型角点(0,0,0),模型中

心点(47, 84, 9.5), 模型角点(0, 0, 0), 模型中心点(47, 84, 19).

由图 3 计算结果可知, 相似模型与原型的温度

场的完全相似, 即最高温度和最低温度, 以及温度场的空间分布和时间历程的完全一致. 这说明, 理论推导确定的相似准则和相似关系是完全成立的.

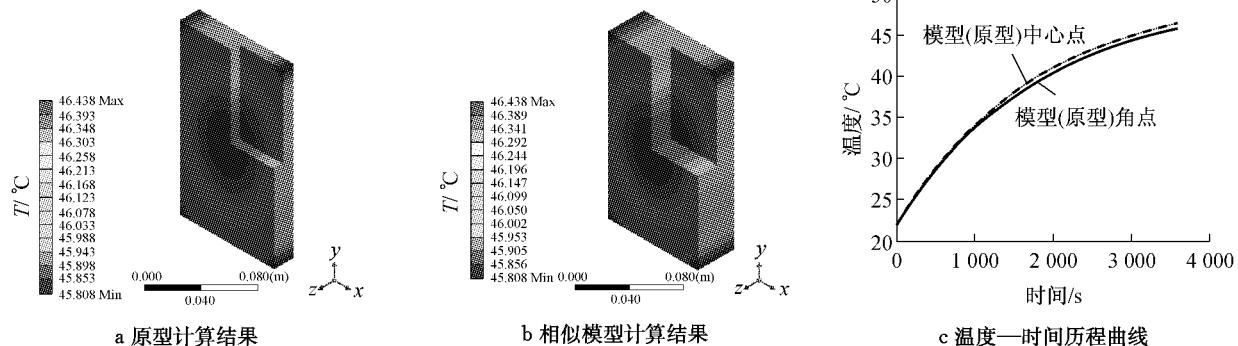


图 3 单层结构原型与相似模型计算结果对比

Fig. 3 Comparison of calculation results between prototype and scale model with single-layer structure

## 2.2 多层结构的有限元计算与验证

在多层结构假设条件下, 利用 ANSYS 软件分别建立原型和厚度方向放大 2 倍的相似模型, 进行相似准则和相似关系的验证. 分别将原始结构厚度方向放大 1 000 倍和 2 000 倍得到的 5 层结构作为原型和相似模型, 根据相似准则设置模型参数, 通过对比有限元计算结果, 验证相似准则和相似关系的成立.

图 4 所示为原型和相似模型的瞬态热传导有限单元模型, 单元为 solid90. 其中, 原型的单元总数为 15 408 个, 相似模型的单元总数为 30 816 个. 建模假设与单层结构相同.

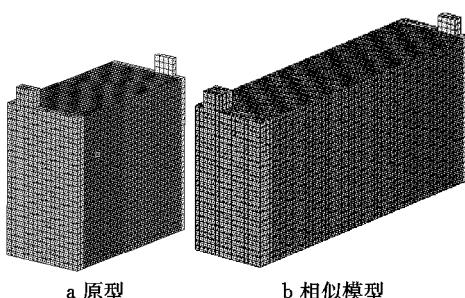


图 4 原型和相似模型热传导有限单元模型

Fig. 4 Finite element models of heat transfer

根据电池工况和相似准则, 原型和相似模型的有限单元模型的属性参数及载荷、边界条件、初始温度设置见表 3—5.

图 5 所示为 3 600 s 时刻两种模型的温度场计算结果, 其中图 5a、图 5b 分别为原型和相似模型 3 600 s 时刻的温度分布, 图 5c 为原型和模型对应测点的温度—时间历程曲线. 对应测点的位置坐标见

表 6.

表 3 有限元模型参数设置一

Tab. 3 Parameters of finite element models: part 1

参数		厚度 $c/\text{mm}$	密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	比热容 $C_p/(J \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$
铝膜	原型	12	2 702	434
	模型	24	2 702	434
正极	原型	70	1 300	1 538
	模型	140	1 300	1 538
隔膜	原型	48	950	2 000
	模型	96	950	2 000
负极	原型	54	1 900	718.3
	模型	108	1 900	718.3
铜膜	原型	6	8 933	385.1
	模型	12	8 933	385.1

表 4 有限元模型参数设置二

Tab. 4 Parameters of finite element models: part 2

参数	热传导系数/ $(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$		
	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\lambda_z$
铝膜	238	238	$2.38 \times 10^8$
	238	238	$9.52 \times 10^8$
正极	1	1	$1.00 \times 10^6$
	1	1	$4.00 \times 10^6$
隔膜	0.334	0.334	$3.34 \times 10^5$
	0.334	0.334	$1.34 \times 10^6$
负极	1.04	1.04	$1.04 \times 10^6$
	1.04	1.04	$4.16 \times 10^6$
铜膜	400	400	$4.00 \times 10^8$
	400	400	$1.60 \times 10^8$

表 5 有限元模型参数设置三

Tab. 5 Parameters of finite element models: part 3

参数	对流换热系数 $(\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1})$			生热速率 $q/(\text{W} \cdot \text{m}^{-3})$	初始温度 $T_0/\text{K}$
	$h_x$	$h_y$	$h_z$		
原型	10	10	65	28 340	295
模型	10	10	130	28 340	295

由图5可知,相似模型与原型整体最高温度相差0.004℃,最低温度相差0.046℃,推测是由于有限元计算误差所致。因此,若忽略有限元计算误差,在厚度方向放大2倍后,相似模型与原型的温度场相似,即最高温度和最低温度,以及温度场的空间分布和时间历程一致。这说明,理论推导确定的相似准则和相似关系成立,而且可以满足复杂的多层结构

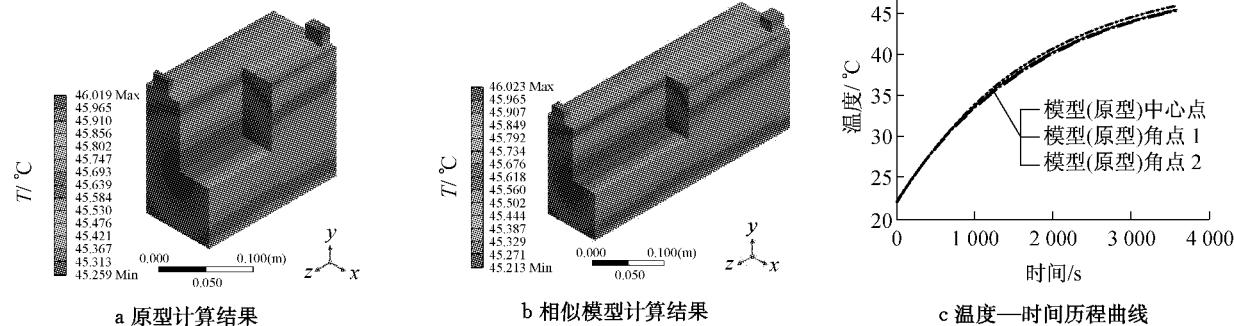


图5 五层结构原型与相似模型计算结果对比

Fig. 5 Comparison of caculation results between prototype and scale model with multi-layers structure

### 3 结论

本文针对锂离子电池多层跨尺度的相似模型建模研究主要得到以下结论:(1)根据三维常物性、非稳态、第三类边界条件下导热微分方程,通过量纲一分析得到的相似准则和相似关系完全能够实现温度场时间历程和空间分布的一致模拟;(2)在某一方向几何尺寸缩放N倍,为实现温度场完全相似,相应方向的热传导系数相应缩小N<sup>2</sup>倍,而对流换热系数则缩小N倍,其他保持不变。

虽然本文已经基于相似理论建立了锂离子电池内部温度场的建模与预测方法,但是后续仍需通过大量的试验修正模型参数,在进一步验证有效性的基础上,提高模型的预测精度。

### 参考文献:

的建模与分析。

表6 测点坐标

Tab. 6 Coordinates of the measure points

原型	坐标/mm	模型	坐标/mm
角点1	(0,0,0)	角点1	(0,0,0)
角点2	(72,178,0)	角点2	(72,178,0)
中心点	(47,84,95)	中心点	(47,84,190)

- development on lithium-ion battery thermal model[J]. Chinese Journal of Power Sources, 2009, 33(10): 927.
- [4] Pals C R, Newman J. Thermal modeling of the lithium/polymer battery: I. discharge behavior of a single cell [J]. Journal of the Electrochemical Society, 1995, 142(10): 3274.
  - [5] Pals C R, Newman J. Thermal modeling of the lithium/polymer battery: II. temperature profiles in a cell stack [J]. Journal of the Electrochemical Society, 1995, 142(10): 3282.
  - [6] Smith K, Wang C Y. Power and thermal characterization of a lithium-ion battery pack for hybrid-electric vehicles [J]. Journal of Power Sources, 2006, 160(1): 662.
  - [7] Chen Y, Evans J W. Heat transfer phenomena in lithium/polymer-electrolyte batteries for electric vehicle application [J]. Journal of the Electrochemical Society, 1993, 140(7): 3274.
  - [8] Chen Y, Evans J W. Three-dimensional thermal modeling of lithium-polymer batteries under galvanostatic discharge and dynamic power profile [J]. Journal of the Electrochemical Society, 1994, 141(11): 2947.
  - [9] Taheri P, Bahrami M. Temperature rise in prismatic polymer lithium-Ion batteries: an analytic approach [C]//Proceedings of SAE 2012 World Congress & Exhibition. Detroit: SAE 2012 World Congress & Exhibition. 2012: 164-176.
  - [10] 王丰. 相似理论及其在传热学中的应用[M], 北京: 高等教育出版社, 1990.
  - WANG Feng. Similarity theory and its application in heat transfer theory[M]. Beijing: Higher Education Press, 1990.
  - [11] 蔡志鹏, 鹿安理, 史清宇, 等. 相似理论在焊接温度场和应力场及应变场中的应用[J], 焊接学报, 2000, 21(3): 79.
  - CAI Zhipeng, LU Anli, SHI Qingyu, et al. Application of similitude principles to study in welding temperature, strain and stress fields [J]. Transactions of the China Welding Institution, 2000, 21(3): 79.
- LI Teng, LIN Chengtao, CHEN Quanshi. Research

- [12] 朱作京,于达,宫敬. 储油罐温度场模拟过程中传热相似理论[J]. 油气储运, 2007, 26(12): 37.  
ZHU Zuojing, YU Da, GONG Jing. Study on thermal-like theory in simulation process of temperature field of oil storage tank[J]. Oil & Gas Storage and Transportation, 2007, 26 (12): 37.
- [13] 杨世铭,陶文铨. 传热学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008. 42-45.

(上接第 1202 页)

## 参考文献:

- [1] 惠英. 城市轨道交通站点地区规划与建设研究[J]. 城市规划汇刊, 2002(2):30.  
HUI Ying. Planning and construction of the areas round the rail transportation station[J]. Urban Planning Forum, 2002 (2):30.
- [2] 胡蒙达,张雷. 地铁车站出入口规划设计问题探讨[J]. 城市轨道交通研究, 2007, 10(4):4.  
HU Mengda, ZHANG Lei. Problems in the planning of subway station passageway[J]. Urban Mass Transit, 2007, 10(4):4.
- [3] 傅搏峰,吴娇蓉,华陈睿. 轨道站出入口客流分布系数估计方法[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2012, 40(11):1511.  
FU Bofeng, WU Jiaorong, HUA Chenrui. Estimation method of distribution coefficient of passenger flow of subway station entrance[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2012, 40(11):1511.
- [4] 吴娇蓉,郑宇,陈小鸿. 城市建成区轨道站公交换乘设施规划方法[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2008, 36(11):1501.  
WU Jiaorong, ZHENG Yu, CHEN Xiaohong. Approaches to planning of subway station transfer facility in urban areas[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2008, 36(11): 1501.
- [5] 吴娇蓉,毕艳祥,傅博峰,等. 基于郊区轨道交通站点分类的客流特征和换乘系统优先级分析[J]. 城市轨道交通研究, 2007, 10(11):23.  
WU Jiaorong, BI Yanxiang, FU Bofeng, et al. Characteristics of passengers at different suburban rail stations and the priority of transfer system[J]. Urban Mass Transit, 2007, 10 (11):23.
- [6] 张可. 地下铁路车站分向客流计算方法初探[J]. 中国科技财富, 2009(18):43.  
ZHANG Ke. Research on algorithm of subway stations' passenger flow in different directions[J]. Fortune World, 2009(18):43.
- [7] Steadman P. Architectural morphology: an introduction to the geometry of building plans[M]. London: Pion, 1983.
- [8] Penn A, Vaughan L. Pedestrian movement and spatial design [J]. Passenger Terminal Annual, 1995(1):122.
- [9] Khaisri Paksukcharern Thammaruangsi. Node and place, a study on the spatial process of railway terminus area[D]. London: The Bartlett School of Graduate Studies, University College London, University of London, 2003.
- [10] 吴娇蓉,胡山川,冯建栋,等. 轨道站火灾疏散安全区域界定研究[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2010, 38(3):386.  
WU Jiaorong, HU Shanchuan, FENG Jiandong, et al. Study on safe area in railway station under fire[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2010, 38(3):386.
- [11] 比尔·希利尔. 空间是机器: 建筑组构理论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007.  
Hillier B. Space is the machine: a configurational theory of architecture [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2007.
- [12] 万小春,刘雪亮. 国内高层建筑消防现状及发展趋势分析研究[J]. 广东建材, 2011, 27(11):90.  
WAN Xiaochun, LIU Xueliang. Analysis of domestic high-rise building fire and trend study [J]. Guangdong Building Materials, 2011, 27(11):90.