

从动轮—悬架系统侧向自激振动影响因素分析

左曙光¹, 段向雷¹, 杨宪武^{2,3}

(1. 同济大学 新能源汽车工程中心, 上海 201804; 2. 长安汽车工程研究总院, 重庆 401120;

3. 汽车噪声振动和安全技术国家重点实验室, 重庆 401120)

摘要: 胎面侧向自激振动是轮胎多边形磨损现象产生的根源. 对后悬架四自由度自激振动模型进行 Simulink 仿真, 验证了轮胎侧向振动是一种硬自激振动. 对系统自激振动状态影响较大的敏感参数主要有轮胎橡胶刚度及阻尼系数、垂向载荷、接地附着系数、接地块质量、轮胎前束角以及外倾角. 对敏感参数的灵敏度计算确定了影响分岔车速的参数灵敏度排序. 最后, 给出了抑制轮胎侧向自激振动的主要有效措施: 增大胎面—路面附着系数及减小轮胎前束角可以减小产生自激振动的车速范围或者将其从正常行驶车速范围移除, 从而减少胎面磨损, 延长轮胎使用寿命.

关键词: 从动轮; 扭杆梁悬架; 四自由度; 自激振动; 多体动力学; 灵敏度分析

中图分类号: U463.341

文献标志码: A

Analysis of Factor Influence for Lateral Self-excited Vibration of Driven Wheel-Suspension System

ZUO Shuguang¹, DUAN Xianglei¹, YANG Xianwu^{2,3}

(1. Clean Energy Automotive Engineering Center, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Changan Auto Global R & D Center, Chongqing 401120, China; 3. State Key Laboratory of Vehicle NVH and Safety Technology, Chongqing 401120, China)

Abstract: The lateral self-excited vibration of tread is the root of the tire polygonal wear. The lateral self-excited vibration of tread proves to be of the characteristics of hard self-vibration by the simulation of the four degree-of-freedom self-excited vibration system of rear suspension in Simulink. It is found that the sensitive parameters influencing the self-excited vibration state obviously are mainly the factors of the stiffness and damping coefficient of rubber, vertical load, adhesion coefficient, mass of the tread block, toe-in angle and camber. Then, the parameter sensitivity analysis of lateral vibration is conducted to rank the parameters' influence. At

last, the main effective measures, including an increase of the adhesion coefficient between the tire and road and a reduction of the toe-in angle, are proposed to restrain the tread self-excited vibration to reduce tread wear.

Key words: driven wheel; torsion bar suspension; four degree-of-freedom; self-excited vibration; multi-dynamics; sensitivity analysis

随着我国高速公路的普及, 汽车行驶在高速公路上的时间越来越长, 随之而来的自激多边形磨损现象经常在汽车轮胎上发生. 这种磨损可导致轮胎提前报废, 造成爆胎等严重威胁汽车行驶安全的故事.

造成这种不均匀磨损的潜在原因很多, 国内外对于轮胎偏磨损机理的研究, 集中于轮胎与路面之间相互作用的微观和宏观机理, 来试图解释轮胎磨损的各种形式^[1-5], 但目前尚无成熟的理论. 日本 Atsuo Sueoka^[6] 研究小组根据两接触旋转轮滚动之间可以产生自激振动的原理较成功地解释了多边形磨损现象, 但模型中没有考虑前束角、悬架刚度等参数的影响, 且只研究了垂向自由度, 不能合理地应用到汽车轮胎磨损研究中.

同济大学左曙光等人对从动轮的胎面侧向振动特性进行了详细研究^[7-10], 指出轮胎多边形磨损是一种典型的非线性自激振动现象, 其发生与胎面的侧向振动有关. 研究了多边形磨损发生的车速范围和自激振动特性与车速、侧偏角的关系, 以及轮胎固有频率特性、胎面质量等因素对自激振动的影响. 4 个车轮定位参数中, 轮胎前束角和外倾角的变化对侧向自激振动影响较大.

由于胎面—路面单自由度系统忽略了悬架形态变化对胎面的影响, 所反映的振动特性有一定的局

收稿日期: 2012-09-03

基金项目: 国家自然科学基金(50775162, 50575163); 国家“九七三”重点基础研究发展计划(2011CB711201)

第一作者: 左曙光(1968—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为汽车系统动力学与控制、汽车振动与噪声控制.

E-mail: sgzuo@tongji.edu.cn

限性. 本文基于已有胎面侧向自激振动研究成果, 考虑后悬变形对胎面侧向振动的影响, 完善胎面侧向自激振动模型. 进行从动轮—悬架四自由度自激振动系统仿真分析、胎面侧向自激振动分岔特性分析以及参数灵敏度分析, 最后指出抑制胎面侧向自激振动的措施.

1 从动轮—悬架四自由度模型

为考虑悬架因素对胎面振动的影响, 所建立的多体模型应能反映前束角、外倾角、悬架弹簧和阻尼器等影响因素, 形成胎面—从动轮—悬架四自由度系统. 图 1a 为发生轮胎多边形磨损的问题车辆后扭杆梁悬架原始模型, 图 1b 为简化的四自由度模型. 图中点 O 为后悬架与车身连接点, 点 A 为后桥中点, 点 B 为螺旋弹簧在悬架的连接点, 点 C 为阻尼器在悬架的连接点, 点 D 为轮胎, 点 E 为胎面质量块, 点 F 为胎面质量块侧向连接点.

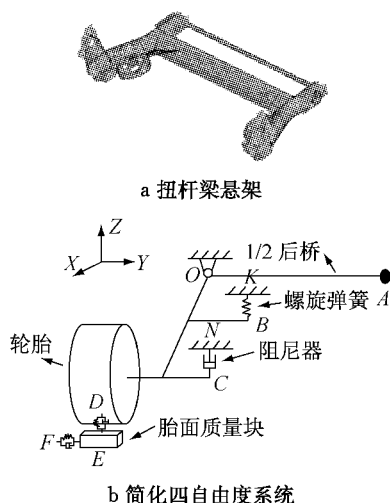


图 1 胎面—从动轮—悬架四自由度系统

Fig.1 Four degree-of-freedom system of suspension

悬架—轮胎—胎面四自由度系统一共包含后桥和胎面质量块两个刚体. 后桥刚体通过一个球形铰链与车身相连, 只有 3 个转动自由度. 后桥刚体绕 X 轴的转动反映了轮胎外倾角的变化, 绕 Y 轴的转动反映了轮胎的跳动情况, 绕 Z 轴的转动反映了轮胎前束角的变化. 胎面质量块与轮胎之间用两个带阻尼的线性弹簧相连, 分别表征胎面质量块与轮胎之间的侧向、垂向作用力关系. 胎面质量块与地面始终保持接触, 并且仅在沿轮胎宽度方向上有一个平移自由度, 没有转动自由度. 来自路面的摩擦力直接作用在胎面质量块上, 并通过胎面质量块与轮胎之间的弹簧连接传递到后桥刚体, 从而影响整个系统的

运动情况.

根据拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial r_i} = F_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

式中: T 为动能; r_i 为广义坐标; F_i 为广义力. 最终得到如下四自由度动力学微分方程组^[11]:

$$\begin{cases} (J_1 \sin^2 \gamma + J_2 \sin^2 \beta \cos^2 \gamma + J_3 \cos^2 \beta \cos^2 \gamma) \ddot{\alpha} + \\ J_1 \sin \gamma \cdot \ddot{\beta} + (J_3 - J_2) \sin \beta \cos \beta \cos \gamma \cdot \ddot{\gamma} = \\ F_\alpha + (J_3 - J_2) \sin \beta \cos \beta \sin \gamma \cdot \dot{\gamma}^2 - (J_1 + \\ (J_3 - J_2) \cos 2\beta) \cos \gamma \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\gamma} + (J_3 - \\ J_2) \sin 2\beta \cos^2 \gamma \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} - (J_1 - J_2 \sin^2 \beta - \\ J_3 \cos^2 \beta) \sin 2\gamma \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} \\ J_1 \sin \gamma \cdot \ddot{\alpha} + J_1 \cdot \ddot{\beta} = F_\beta + (J_3 - \\ J_2) \sin \beta \cos \beta (\dot{\gamma}^2 - \cos^2 \gamma \cdot \dot{\alpha}^2) - (J_1 - \\ (J_3 - J_2) \cos 2\beta) \cos \gamma \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} \\ (J_3 - J_2) \sin \beta \cos \beta \cos \gamma \cdot \ddot{\alpha} + (J_2 \cos^2 \beta + \\ J_3 \sin^2 \beta) \ddot{\gamma} = F_\gamma - (J_3 - J_2) \sin 2\beta \cos^2 \gamma \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\gamma} \\ - (J_2 \sin^2 \beta + J_3 \cos^2 \beta - J_1) \sin \gamma \cos \gamma \cdot \ddot{\alpha} - \\ ((J_3 - J_2) \cos 2\beta - J_1) \cos \gamma \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \\ m_2 \ddot{x} = F_x \end{cases} \quad (2)$$

车桥刚体坐标系依次绕 X 轴、 Y 轴和 Z 轴转动 β, γ, α 角, 即可与车身坐标系相重合. 后桥刚体绕 X 轴、 Y 轴和 Z 轴的转动惯量分别为 J_1, J_2 和 J_3 ; K_1, C_1 分别为减振弹簧的刚度和阻尼系数; K_2, C_2 分别为胎面侧向刚度和阻尼系数; K_3, C_3 分别为轮胎胎体的垂向刚度和阻尼系数; F_0 为轮胎垂向载荷; μ_c 为接地附着系数; m_2 为胎面接地部分质量; θ, φ 分别为前束角和外倾角. 前期研究工作^[7-13]通过模型仿真与实车六分力测量试验, 发现模型自激振动频率以及第一分岔车速均与试验测量保持一致, 验证了此四自由度模型的正确性.

2 Simulink 仿真分析

对于一般的多自由度非线性方程, 即便得到的是非线性微分方程的解析解, 但由于结果过于复杂, 影响参数的研究以及各变量的变化规律也不直观, 因此理论方法在许多情况下都不能直接解决工程非线性动力学问题^[14-15]. 此时数值方法显示出了其优越性, 多维系统方程往往借助计算机进行数值模拟以分析其非线性振动特性.

根据微分方程(2)建立 Simulink 模型,其中胎面质量块与地面接触部分采用 LuGre 摩擦模型^[10],摩擦模型参数和后悬架四自由度系统参数取值参照文献^[13].

在 Simulink 模型中,为再现后悬架四自由度模型随车速变化的硬自激振动现象,须计算出每一车速下的胎面自激振动幅值.如图2所示,每一个车速值代表一次仿真过程,其对应的两个位移量分别表示该车速下系统振动稳定后胎面相对于轮胎的最大位移量和最小位移量.若这两个位移量重合,则说明胎面在此车速下的振动是收敛的;若不重合,则说明胎面在此车速下能产生稳定的自激振动,两位移量的差值即为自激振动的振幅.从图2可以看出,后悬

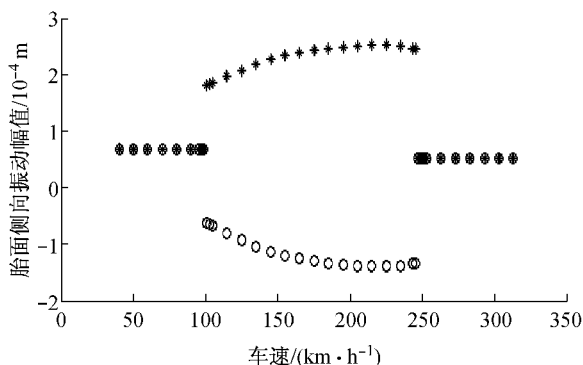


图2 胎面侧向自激振动幅值随车速分岔图

Fig.2 Bifurcation speed of tyre lateral self-excited vibration

架四自由度自激振动系统有两个分岔点,当车辆达到第一分岔车速 $v_{y1} = 101 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 时系统发生 Hopf 分岔^[16],胎面的侧向振动呈现稳定的自激振动现象;当车速增加到第二分岔车速 $v_{y2} = 247 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 时系统又发生 Hopf 分岔,稳定的自激振动消失.

由于胎面的稳定自激振动会引起轮胎不规则磨损,为降低这种危害,应当使得车速尽量不落在自激振动的车速范围内或者降低胎面所蕴含的自激振动能量.因此应当分析各参数的改变对系统自激振动的影响.

3 参数改变对模型振动特性影响分析

3.1 参数改变对系统振动状态影响规律分析

参数的改变有可能影响到整个系统的振动特性.扭杆梁悬架选定之后,后桥刚度、阻尼参数便不可调整,因此这些参数不再作为本文中的敏感参数进行分析.

为更好地总结参数改变对系统振动状态的影响规律,对所有初始参数实行等比方式递增减,以初始参数为中心,分别递增、减 $\Delta = 10\%$.同时计算胎面质量块侧向位移、轮胎前束角、轮胎外倾角等瞬时变化自激振动相图随着参数递增的变化情况.

图3和图4为自激振动相图随轮胎橡胶刚度系数 K_2 、阻尼系数 C_2 变化的情况.

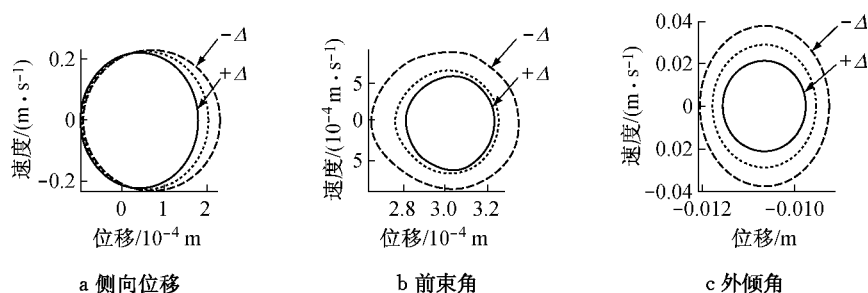


图3 系统振动状态随 K_2 变化自激振动相图

Fig.3 Phase diagrams of self-excited vibration with the variation of K_2

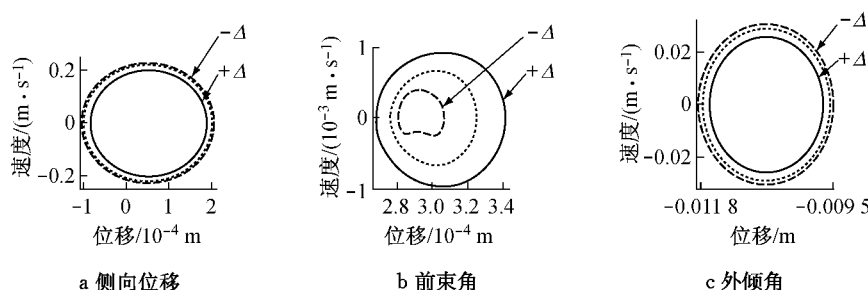


图4 系统振动状态随 C_2 变化自激振动相图

Fig.4 Phase diagrams of self-excited vibration with the variation of C_2

由系统振动极限环图 3 和 4 对比可知, K_2, C_2 对系统的振动能量有较大影响, 即改变振动极限环的大小. 胎面侧向刚度系数 K_2 和阻尼系数 C_2 表征了轮胎胎面的特性. 胎面侧向刚度增大时, 胎面质量块的振幅略有减小, 对轮胎的自激振动有一定的抑制作用, 同时轮胎前束角振幅减小, 外倾角振幅增大. 观察图 3 可知过大和过小的胎面侧向刚度都会引起轮胎磨损的加剧. 侧向阻尼对轮胎振动的影响和胎面侧向刚度类似. 照此方法, 将全部系统参数改变的影响规律总结如表 1 所示.

表 1 参数改变对后桥多体模型的影响规律总结

Tab.1 Summary of the rule of influence of parametric variation on suspension model

参数变化	侧向位移	前束	外倾
K_1 增大	影响不大	影响不大	影响不大
C_1 增大	影响不大	影响不大	影响不大
K_2 增大	左移	减小	增大
C_2 增大	减小	增大	减小
K_3 增大	影响不大	影响不大	影响不大
C_3 增大	影响不大	影响不大	影响不大
F_0 增大	增大	增大	减小 左移
μ_c 增大	减小	右移	减小
m_2 增大	减小	减小	减小
θ 增大	增大	增大 左移	增大
φ 增大	右移	增大 右移	右移

由表 1 可知, 对系统振动状态影响较大的参数主要有 $K_2, C_2, F_0, \mu_c, m_2, \theta$ 及 φ .

接地附着系数 μ_c 及接地质量块 m_2 也同样反映出了轮胎的特性, 随着 μ_c 及 m_2 的增大, 系统的自激振动得到了较好的控制. μ_c 的大小取决于两接触物体的表面特征, 摩擦力越大, 轮胎的附着性能越好, 自激振动的振幅较小. 在同样的工况下, 子午线轮胎比普通斜交轮胎滑移率小, 附着性能好, 同时子午线轮胎胎冠部分不易变形, 接地面积大; 宽胎的安装也可以增大胎面接地块的质量, 抑制系统的自激振动, 因此, 在汽车的生产制造过程中应优先选取子午线

宽胎.

由参考文献[2]知, 轮胎侧偏力系数 Ψ 公式为

$$\Psi = a_\theta \delta - a_\varphi \varphi \quad (3)$$

其中, a_θ, a_φ 分别为前束角和外倾角作用在轮胎上侧偏力系数. 当 F_0 增大时, 胎面质量块及前束角的振幅随之增大, 外倾角振幅减小, 因此胎面所受到的侧偏力也随之增大, 增大轮胎的侧向自激振动能量. 因此, 轮胎应尽量避免行驶在重载或超载的工况下, 以减小轮胎的磨损.

当初始前束角增大时, 反映系统振动特性的 3 个量均有不同程度的增大, 也就是说系统所蕴含的自激振动的能量增加, 造成轮胎胎面磨损的进一步加剧; 初始外倾角增大时, 造成了前束角的增大, 而前束角的反馈作用又会使外倾角逐渐增大, 形成恶性循环, 加剧轮胎的磨损.

3.2 敏感参数灵敏度计算

现实系统中, 系统输出常常受多个参数的共同影响, 在系统模型化的过程中, 没有必要也不可能对所有参数均加以考虑, 因此这里主要分析对系统振动状态影响较大的参数, 确定主次因素. 参数灵敏度分析的目的正是计算各系统参数对系统输出的影响因子. 在工程问题中, 往往以差分数值法代替解析法计算^[17], 其基本做法是使设计变量有一定的增幅, 用差分格式来计算输出对设计变量的近似导数, 其表达式为

$$M = \frac{\partial f}{\partial \rho} = \frac{f(\rho + \Delta\rho) - f(\rho)}{\Delta\rho} \quad (4)$$

式中: ρ 为设计变量; $\Delta\rho$ 为增量; $f(\rho), f(\rho + \Delta\rho)$ 分别为设计变量变化前后的计算输出值. 轮胎自激振动分析的目的是使第一次分岔车速 v_{y1} 朝增大的方向变动, 将 v_{y1} 尽量移到实际使用车速以外; 并使第二次分岔车速 v_{y2} 朝减小的方向变动, 缩小发生摆振的车速范围. 由系统式(4)计算的两次 Hopf 分岔的灵敏度数值结果如表 2 所示.

表 2 Hopf 分岔的参数灵敏度值

Tab.2 Parametric sensitivity of Hopf bifurcation

序号	参数	M_1	排序 1	M_2	排序 2
1	K_2	$0.206\ 298\ \text{km} \cdot \text{m} \cdot (\text{N} \cdot \text{h})^{-1}$	4	$-0.198\ 020\ \text{km} \cdot \text{m} \cdot (\text{N} \cdot \text{h})^{-1}$	3
2	C_2	$0.097\ 720\ \text{km} \cdot \text{m} \cdot (\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{h})^{-1}$	5	$-0.161\ 349\ \text{km} \cdot \text{m} \cdot (\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{h})^{-1}$	5
3	θ	$-0.901\ 200\ \text{km} \cdot (\text{h} \cdot \text{rad})^{-1}$	2	$-0.905\ 760\ \text{km} \cdot (\text{h} \cdot \text{rad})^{-1}$	2
4	φ	$0.021\ 716\ \text{km} \cdot (\text{h} \cdot \text{rad})^{-1}$	7	$0.198\ 020\ \text{km} \cdot (\text{h} \cdot \text{rad})^{-1}$	4
5	μ_c	$0.944\ 629\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	1	$-0.946\ 094\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	1
6	m_2	$0.336\ 592\ \text{km} \cdot (\text{h} \cdot \text{kg})^{-1}$	3	$-0.055\ 005\ \text{km} \cdot (\text{h} \cdot \text{kg})^{-1}$	6
7	F_0	$-0.065\ 150\ \text{km} \cdot (\text{h} \cdot \text{N})^{-1}$	6	$0.047\ 671\ \text{km} \cdot (\text{h} \cdot \text{N})^{-1}$	7

表中 M_1, M_2 分别代表第一分岔车速、第二分岔

车速相对于第二列参数变化后的灵敏度, 即参数变

化对分岔车速的影响程度。 M_1, M_2 符号表示参数改变对分岔方向的影响,“+”号表示改变参数后的分岔车速随初始参数增加而增加,“-”号表示与初始参数变化趋势相反。

分析表2可知,轮胎定位参数及胎面属性参数的变化对临界分岔车速变化趋势主要有以下4种:

① M_1 为正值, M_2 为负值,这种参数有 K_2, C_2, μ_c, m_2 . 参数增大时,第一分岔车速 v_{y1} 增加,第二分岔车速 v_{y2} 减小,分岔范围减小,为降低轮胎的磨损程度,应沿着这些参数增大的方向调整。② M_1 为正值, M_2 为正值,这种参数有 φ . 参数增大时,第一分岔车速 v_{y1} 增加,第二分岔车速 v_{y2} 同时增加,应综合考虑避开汽车常用车速及减小分岔车速范围,找出最优调整方向,从而改善轮胎的磨损。③ M_1 为负值, M_2 为正值,这种参数有 F_0 . 参数增大时,第一分岔车速 v_{y1} 减小,第二分岔车速 v_{y2} 增大,分岔范围增大,加剧轮胎的磨损,为降低轮胎的磨损程度,应沿着使这些参数减小的方向调整。④ M_1 为负值, M_2 为负值,这种参数有 θ . 参数增大时,第一分岔车速 v_{y1} 减小,第二分岔车速 v_{y2} 也减小,应综合考虑避开汽车常用车速及减小分岔车速范围,找出最优调整方向,从而改善轮胎的磨损。

4 抑制轮胎侧向自激振动的措施

4.1 选取附着性能好且接地面积大的子午线宽胎

轮胎的附着性能越好,自激振动的振幅较小。因此,应优先选取子午线宽胎,这也和 Spinner^[18] 的结论保持一致。图5为增大10%附着系数前后的汽车自激振动分岔车速范围对比图。

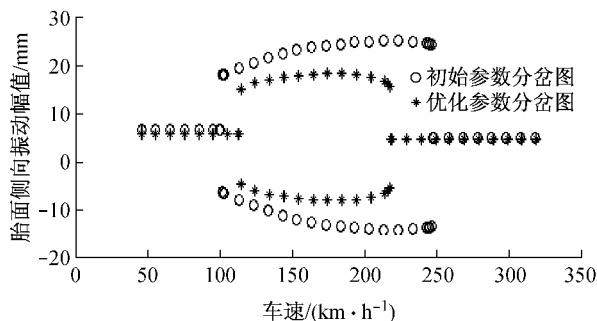


图5 优化附着系数前后汽车分岔车速对比图

Fig.5 Comparison of the bifurcation speed before and after the optimization of adhesion coefficients

4.2 选取适当的前束角和外倾角

参数灵敏度研究分析发现,前束角对汽车自激振动分岔车速的敏感程度要大于外倾角,而对于外

倾角固定的后桥,只能调整前束角。减小前束角的值会大幅增加汽车的第一自激振动分岔车速和第二分岔车速,每减小10%的前束角将会使汽车的第一自激振动分岔车速和第二分岔车速增加9%,从而可以让轮胎发生侧向自激振动时尽量避开汽车的常用车速,如图6所示。

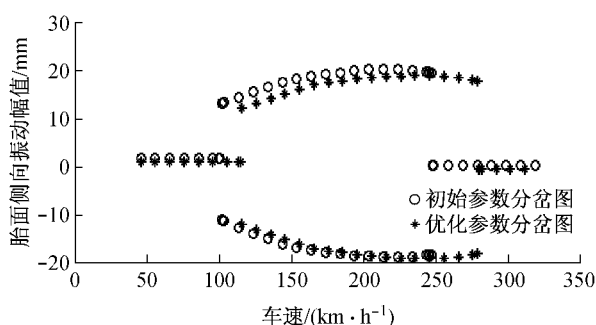


图6 优化前束角前后汽车分岔车速对比图

Fig.6 Comparison of the bifurcation speed before and after the optimization of toe-in angle

4.3 尽量避免车辆长时间低压超载工况

超载时轮胎的侧向力增加,更易激发起轮胎的自激振动;胎压较低时轮胎侧向刚度小,由侧向刚度的参数灵敏度分析得知此时更易激发起轮胎的自激振动。按照上面的优化措施对汽车轮胎定位参数及轮胎属性参数进行修改后,汽车的分岔车速范围比初始参数的汽车分岔车速范围大大缩小并避开了汽车的常用车速,同时降低了胎面的自激振动能量,使得胎面橡胶的平均磨损率减小,降低了轮胎出现多边形磨损的概率。若是参数选择得当,完全可以避免胎面出现自激振动现象,如图7所示。

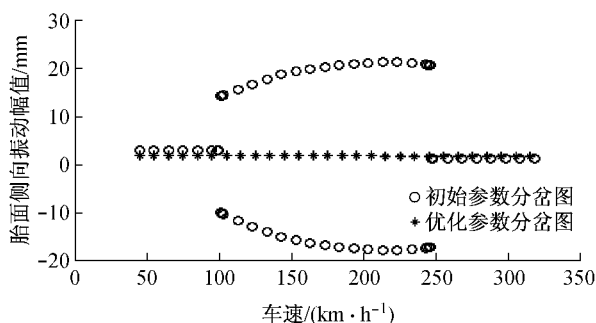


图7 全面优化参数前后汽车分岔车速对比图

Fig.7 Comparison of the bifurcation speed before and after a comprehensive optimization

本文从理论上证明了胎面侧向自激振动现象的可控性,在实际工程应用中应该还要综合考虑汽车的操控性及舒适性等性能,虽然未必能完全避免轮胎胎面自激振动现象,但通过本文的分析,给出了参

数调整的正确方向,可以缩小汽车出现自激振动现象的车速范围,降低轮胎出现多边形磨损的概率,提高轮胎的使用寿命。

5 结论

(1) 根据从动轮—悬架四自由度多体动力学模型进行 Simulink 仿真,发现只有当车速满足一定条件时轮胎侧向才会出现自激振动现象,不随外界输入激励的改变而改变,验证了轮胎侧向振动是一种硬自激振动。硬自激振动有较好的可控性,为抑制轮胎在正常行驶车速下的自激振动现象提供了理论可能。

(2) 对影响轮胎侧向自激振动的敏感参数进行灵敏度计算,确定出影响分岔车速的参数灵敏度排序。发现对系统振动状态影响较大的参数主要有轮胎橡胶刚度系数、阻尼系数、轮胎垂向载荷、接地附着系数、接地块质量、前束角以及外倾角。

(3) 最后给出了抑制轮胎侧向自激振动的主要有效措施。增大胎面—路面附着系数及减小轮胎前束角可以减小产生自激振动的车速范围直至将其从正常行驶车速范围移除,从而减少胎面磨损,延长轮胎使用寿命。

参考文献:

- [1] 彭旭东,谢友柏,郭孔辉. 轮胎摩擦学的研究与发展[J]. 中国机械工程, 1999,2(2): 215.
PENG Xudong, XIE Youbo, GUO Konghui. The investigation and development trends of tire tribology[J]. China Mechanical Engineering, 1999,10(2):215.
- [2] 黄海波,靳晓雄,丁玉兰. 轮胎偏磨机理及数值解方法研究[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2006,34(2):234.
HUANG Haibo, JIN Xiaoxiong, DING Yulan. Mechanism of uneven wear and its numerical methods evaluation[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2006,34(2):234.
- [3] 郭伟,何仁. 基于减少轮胎磨损的悬架初始定位参数的优化[J]. 江苏大学学报:自然科学版, 2002, 9(5):49.
GUO Wei, HE Ren. Optimization of suspension initial alignment parameters based on reducing tyre wear[J]. Journal of Jiangsu University for Natural Science, 2002,9(5):49.
- [4] Ftire G M. Flexible ring time model reference [M]. Esslingen:[s. n.], 2003.
- [5] Walters M H. Uneven wear of vehicle tires[J]. Tire Science and Technology, 1993, 21(4):202.
- [6] Sueoka A, Ryu T. Polygonal wear of automobile tire[J]. JSME, 1997,40(2):209.
- [7] 杨宪武,左曙光,雷镭,等. 基于胎面-路面摩擦自激的轮胎非线性振动建模仿真[J]. 振动与冲击, 2010,29(5):211.

- YANG Xianwu, ZUO Shuguang, LEI Lei, et al. Modeling and simulation for nonlinear vibration of a tire based on friction self-excited[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010,29(5):211.
- [8] 杨宪武,左曙光,雷镭,等. 轮胎非线性自激振动的动力学稳定性分析[J]. 中国机械工程, 2009(10):1251.
YANG Xianwu, ZUO Shuguang, LEI Lei, et al. Dynamics stability analysis of tire's non-linear self-excited vibration[J]. China Mechanical Engineering, 2009(10):1251.
- [9] 李勇,左曙光,杨宪武,等. 轮胎多边形磨损的发生机理及其影响因素分析[J]. 振动与冲击, 2011,30(9):6.
LI Yong, ZUO Shuguang, YANG Xianwu, et al. Analysis on generation mechanism and impact factors of polygonal wear of tire[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009,30(9): 6.
- [10] 李勇,左曙光,雷镭,等. 侧垂向力耦合模型的轮胎多边形磨损分析[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2011,39(10):1537.
LI Yong, ZUO Shuguang, LEI Lei, et al. Analysis on polygonal wear of automotive tire of lateral-vertical force coupling model [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2011,39 (10):1537.
- [11] YANG Xianwu, ZUO Shuguang, HUANG Hua. Modeling and simulation analysis of rear axle with multi-degree-of-freedom [C]// 2010 3rd International Conference on Advanced Computer Theory and Engineering. Chengdu:[s. n.], 2010: 485-488.
- [12] 吴旭东,左曙光,杨宪武. 基于偏相干分析的轮胎六分力信号识别[J]. 振动、测试与诊断, 2011,31(6):685.
WU Xudong, ZUO Shuguang, YANG Xianwu. Signal identification in six-component test on tire based on partial coherence analysis[J]. Journal of Uibration, Measurement & Diagnosis, 2011,31(6):685.
- [13] 黄铎. 轮胎-悬架自激振动系统的分岔特性研究[D]. 上海:同济大学汽车学院, 2010.
HUANG Hua. The research on the bifurcation characteristics of tire-suspension self-excited vibration system [D]. Shanghai: College of Automotive Studies of Tongji University, 2010.
- [14] 刘秉正,彭建华. 非线性动力学[M]. 北京:高等教育出版社, 2004.
LIU Bingzheng, PENG Jianhua. Nonlinear dynamics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2004.
- [15] 陈予恕. 非线性动力学中的现代分析方法[M]. 北京:科学出版社, 1992.
CHEN Yushu. Modern analysis method in nonlinear dynamics [M]. Beijing: Science Press, 1992.
- [16] 杨宪武,左曙光,雷镭,等. 轮胎自激振动分岔参数影响分析[J]. 振动与冲击, 2012,31(2):15.
YANG Xianwu, ZUO Shuguang, LEI Lei, et al. Analysis of bifurcation parameters for tire's self-excited vibration[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012,31(2):15.
- [17] 邱志平,王晓军. 结构灵敏度分析的区间方法[J]. 兵工学报, 2005,26(6): 798.
QIU Zhiping, WANG Xiaojun. An interval method for sensitivity analysis of the structures [J]. Acta Armamentarii. 2005,26(6):798.
- [18] Spinner R J, Spinner M. Superficial radial nerve compression due to a scaphoid exostosis[J]. The Journal of Hand Surgery: Journal of the British Society for Surgery of the Hand, 1996,21 (6):781.