

路基不均匀沉降引起有砟轨道沉降的计算方法

邹春华^{1,2}, 周顺华¹, 王长丹¹, 廖悦²

(1. 同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804; 2. 中铁十三局集团第五工程有限公司, 四川 成都 610500)

摘要: 针对路基不均匀沉降引起有砟轨道的沉降问题, 以钢轨沉降变形的连续弹性点支承梁模型矩阵解法为基础, 引入描述余弦型路基不均匀沉降的非线性边界条件及相关假定条件, 提出了基于连续弹性点支承梁模型的路基不均匀沉降引起轨面沉降计算方法, 并编制了 C++ 计算程序。并通过上海市轨道交通 2 号线西延伸工程盾构法隧道下穿沪昆铁路工程, 结合路基实测沉降数据, 采用该方法计算了路基沉降引起的轨面沉降, 并与实测轨面沉降数据进行对比分析, 结果表明: 计算所得钢轨面的沉降槽宽度与实测结果基本相同, 沉降幅值比实测值略小, 但相差不超过 1 mm (约为轨面沉降值的 4%)。

关键词: 铁道工程; 有砟轨道; 轨道沉降; 路基不均匀沉降; 计算方法

中图分类号: U213.213

文献标志码: A

Calculation Method of Ballasted Track Settlement Caused by Subgrade Differential Settlement

ZOU Chunhua^{1,2}, ZHOU Shunhua¹, WANG Changdan¹, LIAO Yue²

(1. Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. China Railway 13 Bureau Group Fifth Engineering Co. Ltd., Chengdu 610500, China)

Abstract: Based on a continuous elastic point supported beam model, the calculation method of track settlement caused by subgrade differential settlement is put forward through introducing the nonlinearity boundary conditions of cosine-type subgrade differential settlement. And the corresponding C++ calculation programming is also worked out. Finally, the calculation method is applied to the actual engineering in the western extended section of Shanghai Metro Line 2 of shield tunnel construction, which underpasses Shanghai-Kunming railway. The comparative analysis between the computation

result and field measurement data is conducted. And it can be concluded that the calculation result can meet the actual measurement well. The calculation value of track settling tank width is as same as the measured value basically, and the calculated subsidence amplitude of track settling tank is slightly smaller than the measured value, but the difference is less than 1 mm (approximately 4% of track settlement value).

Key words: railway engineering; ballasted track; track settlement; subgrade differential settlement; calculation method

有砟轨道沉降是轨道结构不平顺变形发生、发展的直接原因^[1], 而轨道结构不平顺变形是机车车辆产生振动的主要根源, 直接影响轮轨间相互作用及列车运行的安全性、平稳性及舒适性。

有砟轨道的沉降主要包括道床沉降和路基沉降。道床沉降的快慢, 或者道床的下沉速率, 是评估轨道维修工作量及维修周期, 比较不同轨道结构承载能力、评估不同轨道结构加强措施效果、比较不同运营条件对轨道的破坏作用等的重要依据^[2]。通过国内外学者们几十年共同的努力, 道床本身的变形特征及规律已经得到了试验的初步验证^[2]。然而, 由于铁道线路所处地基的不均匀特性、路基长度或宽度方向上的孔隙率差异、路堤填料的不均匀、在地下水的交替作用下路基土体内含水量反复变化、基床病害引起不均匀沉降等方面的原因, 有砟轨道铁路路基不均匀沉降不可避免^[3]。路基不均匀沉降一方面致使轨道结构产生差异变形及额外附加应力, 可导致结构性损坏; 另一方面可使其服务性能的下降, 从而对行车安全性和舒适性产生影响^[2]。

针对路基不均匀沉降对轨道结构的影响等问题, 目前学术界的侧重点仍较多集中在路桥过渡

段^[4-5],对一般路基地段的研究很少,且主要是针对无砟轨道结构开展研究工作^[6-9].对于有砟轨道,由于道砟的散粒体物理力学特性的复杂性^[10]以及研究投入力度及侧重点的不足等方面原因,目前鲜有关于路基不均匀沉降对有砟轨道影响等方面的相关研究报道.

因此,作者在前期关于路基不均匀沉降引起轨面沉降的试验研究基础上^[11],采用连续弹性点支承梁模型^[12-14]的矩阵解法来计算钢轨的沉降变形,模型中为计算路基不均匀沉降对钢轨沉降变形的影响,引入非线性边界的概念来模拟路基的不均匀沉降,并假定道砟不能承受拉应力,得到了路基不均匀沉降引起轨面沉降变形的计算方法.

1 钢轨的弹性点支承梁简化模型

轨道结构由钢轨、轨枕、道床等连接组成,轨道支承在路基上,上部承受列车荷载.轨道结构示意图如图 1 所示.

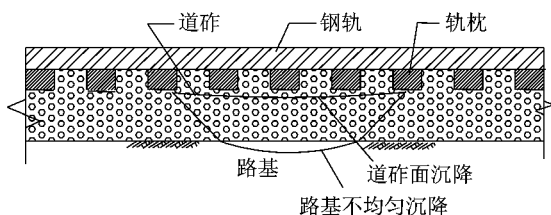


图 1 轨道结构示意图

Fig.1 Sketch map of track constructure

为计算路基不均匀沉降引起的轨面沉降变形,假定路基为刚体,路基的不均匀沉降在道砟中以一定角度向上传递,引起道砟面产生一定范围的沉降,形成道砟面沉降槽,如图 1 所示.根据作者前期试验研究结果分析^[11],路基不均匀沉降可采用余弦型函数描述,道砟面沉降槽面积与路基不均匀沉降槽面积存定量关系,因此,路基不均匀沉降引起的轨面沉降问题可简化为求道砟面沉降引起的轨面沉降问题.鉴于此,采用梁理论将道砟简化为支承弹簧,由于钢轨与轨枕的刚性连接及轨枕的离散支承特点,钢轨可简化为受连续弹性点支承的梁,道砟面的沉降可简化为钢轨梁的非线性边界条件,假定钢轨为无限长梁,断面大小均匀,所有节点均按弹性支点来处理,支点刚度不等,支点跨度不等,简化模型图如图 2 所示.

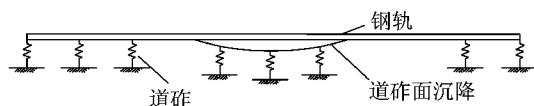


图 2 轨道的弹性点支承梁模型简化图

Fig.2 Simplified diagram of track's continuous elastic point supported beam model

2 路基不均匀沉降引起轨面沉降的计算方法

为得到余弦型路基不均匀沉降大小与钢轨面沉降变形之间的关系,根据文献^[11]中模型试验结果,路基不均匀沉降与其所引起道砟面的沉降曲线的形式与面积相等,因此,可将路基沉降与钢轨面沉降之间的关系转化为道砟面沉降与钢轨面沉降之间的关系.

计算模型如图 3 所示, L 为路基沉降的宽度,二支承点间的长度为 $l_i (i=1,2,\dots,n)$,假定余弦型道砟面不均匀沉降发生在轨枕 $i-m$ 与轨枕 $i+m$ 之间,余弦型路基不均匀沉降宽度为 L' ,深度为 h' .沿整个轨道纵向每个计算单元节点的路基的沉降为 $v(x_i) (i=1,2,\dots,n)$,取每点的支承刚度为 $D_i (i=1,2,\dots,n)$.根据弹性支承点不能承受拉力的实际情况,取路基不均匀沉降处的轨枕支点的初始支承刚度为 0.外荷载作用于钢轨单元节点上,大小为 $P_i (i=1,2,\dots,n)$.计算单元的长度根据轨枕的实际位置和列车荷载的作用位置来确定,通过调整 l_i 及 D_i 可实现对应于实际铁路轨道列车荷载作用于钢轨不同位置上的情况.当列车荷载作用于二根轨枕之间时,取荷载作用点的支承刚度为 0.

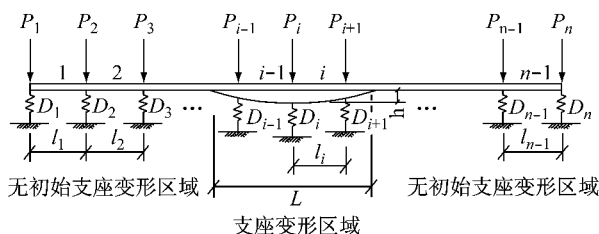


图 3 考虑路基不均匀沉降的钢轨沉降计算模型

Fig.3 The computation model of rail settlement in consideration of subgrade differential settlement

在轨道结构变形稳定的前提下计算路基不均匀沉降引起的钢轨变形时,应扣除钢轨自重应力引起的初始变形,因此在计算模型中(图 3),集中荷载 P 包含了每一段的钢轨的自重及对应点的轨枕自重荷载,荷载 P 作用引起的路基沉降 $v(x_i) (i=1,2,\dots,$

n)包含了由自重作用引起的变形 w_0 及由路基沉降引起的附加变形。

计算模型根据连续弹性点支承梁计算理论^[12-14],引入非线性边界条件,推导路基不均匀沉降

引起钢轨沉降的计算公式。给定的支座变形 $v_0(x)$ 作为该模型的非线性边界条件, $v_0(x)$ 采用余弦函数表示,假定计算所得钢轨的变形为 $v(x)$,则钢轨面所示的外荷载 F 可表示如下:

$$F = \begin{Bmatrix} F_1 \\ M_1 \\ \vdots \\ F_i \\ M_i \\ F_{i+1} \\ M_{i+1} \\ \vdots \\ F_n \\ M_{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ M_1 \\ \vdots \\ P_i \\ M_i \\ P_{i+1} \\ M_{i+1} \\ \vdots \\ P_n \\ M_{n+1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -D_1(v(x_1) - v_0(x_1)) \\ 0 \\ \vdots \\ -D_i(v(x_i) - v_0(x_i)) \\ 0 \\ -D_{i+1}(v(x_{i+1}) - v_0(x_{i+1})) \\ 0 \\ \vdots \\ -D_n(v(x_n) - v_0(x_n)) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

根据连续弹性点支承梁理论,可得力与位移的相互关系,将式(1)中 F 列向量中含未知位移 $v(x)$

的项移到方程的右边,得

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ M_1 \\ \vdots \\ P_i \\ M_i \\ P_{i+1} \\ M_{i+1} \\ \vdots \\ P_n \\ M_{n+1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} D_1 v_0(x_1) \\ 0 \\ \vdots \\ D_i v_0(x_i) \\ 0 \\ D_{i+1} v_0(x_{i+1}) \\ 0 \\ \vdots \\ D_n v_0(x_n) \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_{11} + D_1 & k_{12} & \cdots & k_{1,2i-1} & k_{1,2i} & k_{1,2i+1} & k_{1,2i+2} & \cdots & k_{1,2n-1} & k_{1,2n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2,2i-1} & k_{2i} & k_{2,2i+1} & k_{2,2i+2} & \cdots & k_{2,2n-1} & k_{2,2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ k_{2i-1,1} & k_{2i-1,2} & \cdots & k_{2i-1,2i-1} + D_i & k_{2i-1,2i} & k_{2i-1,2i+1} & k_{2i-1,2i+2} & \cdots & k_{2i-1,2n-1} & k_{2i-1,2n} \\ k_{2i,1} & k_{2i,2} & \cdots & k_{2i,2i-1} & k_{2i,2i} & k_{2i,2i+1} & k_{2i,2i+2} & \cdots & k_{2i,2n-1} & k_{2i,2n} \\ k_{2i+1,1} & k_{2i+1,2} & \cdots & k_{2i+1,2i-1} & k_{2i+1,2i} & k_{2i+1,2i+1} + D_{i+1} & k_{2i+1,2i+2} & \cdots & k_{2i+1,2n-1} & k_{2i+1,2n} \\ k_{2i+2,1} & k_{2i+2,2} & \cdots & k_{2i+2,2i-1} & k_{2i+2,2i} & k_{2i+2,2i+1} & k_{2i+2,2i+2} & \cdots & k_{2i+2,2n-1} & k_{2i+2,2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ k_{2n-1,1} & k_{2n-1,2} & \cdots & k_{2n-1,2i-1} & k_{2n-1,2i} & k_{2n-1,2i+1} & k_{2n-1,2i+2} & \cdots & k_{2n-1,2n-1} & k_{2n-1,2n} \\ k_{2n,1} & k_{2n,2} & \cdots & k_{2n,2i-1} & k_{2n,2i} & k_{2n,2i+1} & k_{2n,2i+2} & \cdots & k_{2n,2n-1} & k_{2n,2n} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ v_i \\ \theta_i \\ v_{i+1} \\ \theta_{i+1} \\ \vdots \\ v_n \\ \theta_{n+1} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式(1)~(2)中: $k_{i,j}$ 为 i 点产生单位位移,需在 j 点施加的力的大小; M_i 为节点 i 力偶荷载; v_i 为节点 i 位移, θ_i 为节点 i 转角。

求解式(2)即得路基不均匀沉降引起的钢轨面沉降变形。

考虑钢轨支座不能承受拉应力,引入接触函数 $H(v_i)$, $i=1,2,\dots,n$:

$$H(v_i) = \begin{cases} 1, & v(x_i) - v_0(x_i) > 0 \\ 0, & v(x_i) - v_0(x_i) \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

考虑钢轨支座不能承受拉力时,钢轨支承刚度 D_i 可表示为 HD_i ,即当支承受拉时支承反力为 0。由于支承刚度的变化,式(2)的求解应采用迭代计算方法。由式(2)计算钢轨挠曲线 $v(x)$,判断该区域各支承点 $v(x_i)$ 与 $v_0(x_i)$ 的相对大小,若 $v(x_i) > v_0(x_i)$,则接触函数 $H(v_i)=1$,若 $v(x_i) \leq v_0(x_i)$,则 $H(v_i)=0$ 。根据支承刚度 D_i 的变化,重新代入式(2)中,计算新的 $v(x)$,再重复上述过程计算新的 $H(v_i)$ 的大小,如此迭代计算直到该区域前后二次计算的钢轨

的变形差值足够小。

3 工程实例验证分析

3.1 工程概况

上海市轨道交通 2 号线的西延伸工程位于青浦区、闵行区、长宁区境内。共包含 3 站 3 区间,均为地下线路,线路终点与 2 号线淞虹路站相接。其中诸光路站至虹桥西站区间,全长约 1 394.957 m,线路平面最小曲线半径 650 m,最大曲线半径 1 000 m。线路纵断面呈“V”字形,最小坡度 2‰,最大坡度 23.182‰。隧道覆土厚度最小为 8.789 m,最大为 17.814 m。采用单圆盾构隧道施工方法,盾构隧道外径为 6.2 m。

该区间隧道在里程 SK1+140 处下穿沪昆铁路线,穿越点距离诸光路站始发井约 341 m,距离旁通道约 44.5 m,铁路与隧道间的夹角为 88°。穿越点的平面示意如图 4 所示。

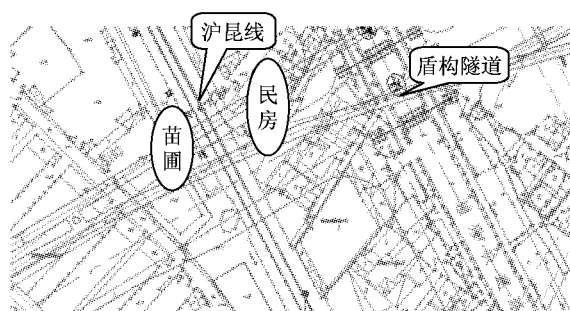


图 4 穿越点平面示意图

Fig. 4 Schematic plan of shield crossing point

盾构施工推进过程中将引起地基土体不均匀沉降,从而使上方铁路线路轨面变形,影响铁路行车安全性;铁路的行车荷载又使盾构管片承受附加动应力的长期作用,增大地基的不均匀沉降,从而影响隧道结构的安全性及耐久性.因此需要采取必要措施对铁路线路基础及地基进行主动加固,以保证施工期及运营期的铁路及盾构隧道结构的安全.

3.2 沪昆铁路路基与轨面沉降测点布置

根据设计要求,结合施工环境和地质情况,本工程的监测主要由盾构隧道洞外监测和周围环境监测两部分组成,在盾构推进前先在地面上布置好变形观测点.在穿越区设置 2 道横向路基沉降观测断面,铁路两侧道床边缘各设置一个断面;横向观测断面上沉降点位采用钢深层沉降点,在铁路轨枕上设置水杯装置及电子水平尺量测装置.其中铁路上、下行线共设置 10 个水杯,用于观测轨道结构变形情况;在铁路上行线设置电子水平尺,以对轨面变形情况进行 24 h 监控.布置情况如图 5 所示.

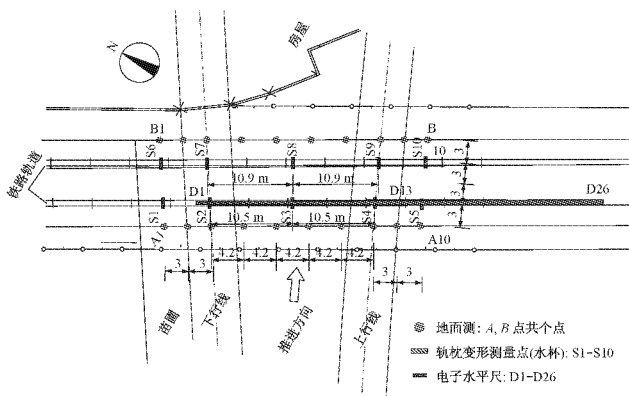


图 5 水准、水杯及电子水平尺测点布置图(单位:m)

Fig. 5 Station layout of level, cup and electronic levelling rule(unit: m)

3.3 实测结果及分析

下行线盾构于 2008 年 12 月 24 日到达西侧次加固区,开始穿越沪昆铁路.

3.3.1 路基沉降监测数据

图 6 为盾构下行线穿越铁路施工期间,垂直于盾构推进方向的 B 断面路基沉降各监测点累计沉降量随时间变化曲线,其中,正值表示隆起,负值表示沉降,盾构穿越过程中,路基沉降随之增加,并最终趋于稳定.图 7 为下行盾构推进引起 B 断面路基沉降累计变形曲线图,图中可以看出路基沉降槽的宽度约为 30 m,最大路基沉降为 25.45 mm.

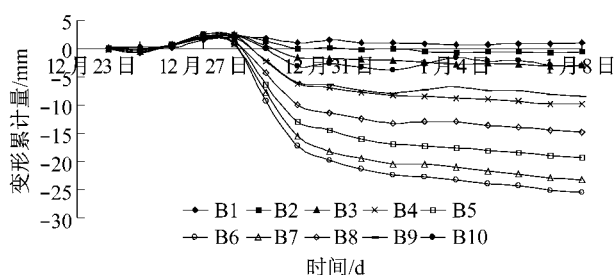


图 6 测点 B1~B10 的累计变形随时间变化曲线图

Fig. 6 Accumulative deformation of survey points B1~B10 changing with time curve

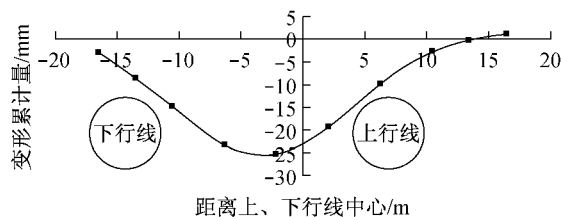


图 7 B 断面路基沉降累计变形曲线图

Fig. 7 Subgrade accumulative deformation curve of section B

3.3.2 轨面沉降监测数据

图 8 为盾构下行线穿越铁路施工期间,垂直于盾构推进方向的轨道沉降各监测点累计沉降量随时间变化曲线,其中,正值表示隆起,负值表示沉降.由于工务部门的整道起道工作,轨道的沉降变形累计量随时间变化规律不明显,轨道沉降变形较小.图 9 为下行盾构推进引起垂直于盾构推进方向的轨道沉降各监测点每次观测沉降变化量随时间变化曲线,从图中可以看出,在整道起道过程中,轨道结构变形的单次变化量较大,最大起道量为 18 mm.图 10 为下行盾构推进引起测点 S6~S10 轨道沉降累计变形最终曲线图,由于测点布置宽度有限,从图中不能直接读出沉降槽的宽度,但根据盾构施工引起地面沉降变形的对称性特点,从图中沉降曲线可以看出轨道沉降槽的宽度约为 32 m,最大路基沉降为 5.95 mm.

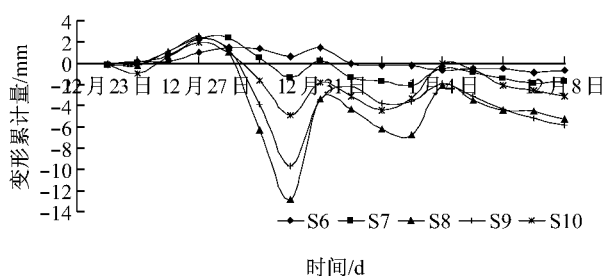


图8 测点S6~S10的累计变形随时间变化曲线图

Fig.8 Accumulative deformation of survey points S6~S10 changing with time curve

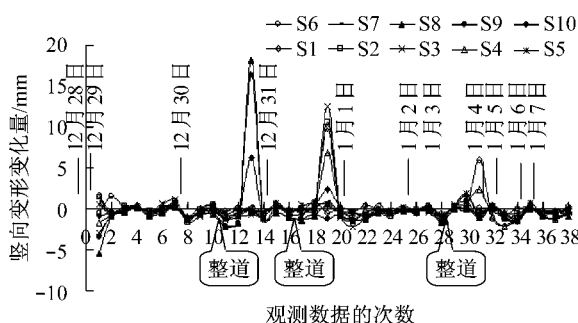


图9 测点S1~S10的观测沉降变化量随时间变化曲线图

Fig.9 Settlement variation of survey points S6~S10 changing with time curve

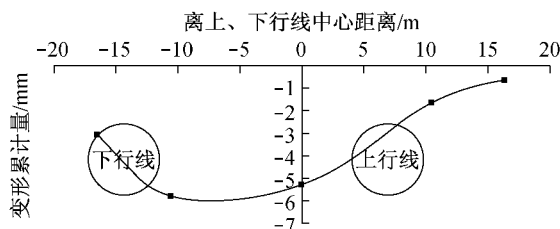


图10 测点S6~S10沉降累计变形曲线图

Fig.10 Accumulated settlement of survey points S6~S10

3.3.3 轨道结构监测数据处理分析

为消除整道起道作业对轨道结构面监测数据的影响,对轨道结构面沉降测点的变化量随时间变化曲线(图10)进行处理分析.对三个整道起道工作节点,将起道引起的轨面隆起量归零,同时取起道前一次量测轨面沉降增量作为本次测量记录的轨面沉降增量,最后,将各次轨面沉降增量进行累加,得最终各测点轨面沉降累计变形量,如图11所示.由于测点布置宽度有限,从图中不能全面反映出沉降槽的宽度,但根据盾构施工引起地面沉降变形的对称性特点,从沉降曲线可以估算出轨道沉降槽的宽度约为32 m,最大轨面沉降为25.15 mm.

3.4 轨道结构沉降矩阵法计算与实测数据对比分析

将图7下行盾构推进引起B断面路基沉降累计变形曲线设定为初始已知条件,取余弦型路基沉降

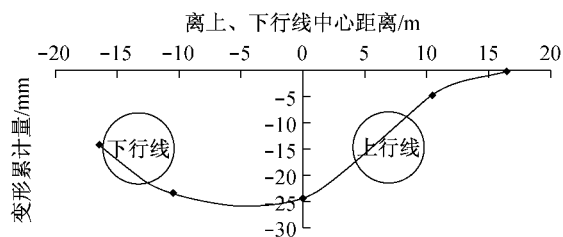


图11 消除起道影响后测点S6~S10沉降累计变形

Fig.11 Accumulated settlement of survey points S6~S10 after clear the influence of track lifting

槽的宽度约为30 m,路基沉降幅值为25.45 mm,根据盾构法施工经验,该路基沉降不会导致轨枕空吊现象.因此,可采用文献[11]提出的轨枕不空吊情况下,路基不均匀沉降引起轨面沉降变形的计算公式计算轨面沉降,并同时采用本文推导的轨面沉降理论计算公式进行计算.现将采用二种方法计算结果,与实测轨面沉降进行对比分析.

由式(4):

$$l_2 = l_1 + 2(b+h)/\tan \varphi \quad (4)$$

式中: l_1 为全波余弦型路基不均匀沉降的波长,且 $l_1 = 30$ m; l_2 为全波余弦型轨面沉降槽的波长;根据模型试验结果,取路基沉降经道砟与钢轨作用后传递到钢轨面的变形扩散角为与竖向成 65° ,则 $\varphi = 25^\circ$; b 为道砟厚度, $b = 0.35$ m; h 为轨枕高, $h = 0.28$ m,则有 $l_2 = 32.7$ m.再由 $\delta_2 = \delta_1 l_1 / l_2$,其中, δ_1 为路基沉降波幅, $\delta_1 = 25.45$ mm, l_2 为全波余弦型轨面沉降槽的波长, $l_2 = 32.7$ m.则轨面沉降波幅 $\delta_2 = 23.35$ mm.

采用本文理论计算方法计算时,将图8中路基不均匀沉降曲线沉降槽的宽度取30 m,最大轨面沉降25.45 mm,代入所编的C++程序即可计算出轨面沉降.

现将两种方法计算所得轨面沉降槽的宽度与幅值与实测结果进行对比,结果如图12所示.

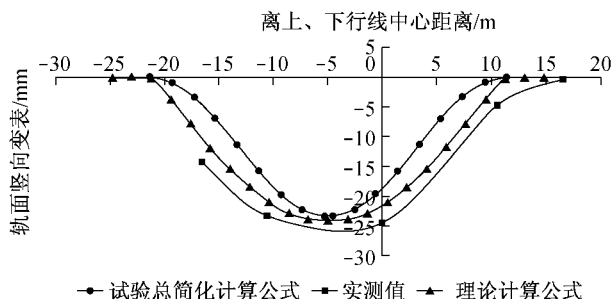


图12 轨面沉降计算结果与实测值对比

Fig.12 Comparison of the calculated track settlement and measured value

由图12可知,采用本文理论推导的计算方法的计算结果与实测结果较为接近,钢轨面沉降槽宽度与实测结果基本相同,沉降幅值相差不到1 mm(约为轨面沉降值的4%).计算公式计算所得钢轨面的沉降槽宽度与幅值都比实测值略小,但相差不大,表明理论计算与实际情况较为吻合,证明了理论计算的正确性。

4 结论

(1)考虑轨枕不能受拉的情况,通过引入描述余弦型路基不均匀沉降的非线性边界条件,提出基于连续弹性点支承梁模型的路基不均匀沉降引起轨面沉降的理论计算公式。

(2)对上海市轨道交通2号线西延伸工程盾构法隧道下穿沪昆铁路工程,路基实测沉降数据及轨道沉降数据进行分析,结果表明路基沉降随盾构下穿施工过程而逐渐增加并最终趋于稳定,轨道沉降由于起道的原因需特殊处理。

(3)将路基不均匀沉降引起的轨面沉降计算方法应用于实际工程中,通过将计算结果与实际工程实测结果的对比分析,证明了将本文所提的路基不均匀沉降引起轨面沉降计算方法的正确性。

参考文献:

- [1] 王午生. 铁路线路工程[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2000.
WANG Wusheng. Railway line engineering[M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Publishers, 2000.
- [2] 卢祖文. 铁路轨道结构及修理[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2002.
LU Zuwen. Railway track structure and repair[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2002.
- [3] 张群. 路基不均匀沉降对双块式无砟轨道的影响研究[D]. 成都: 西南交通大学道路与铁道工程系, 2007.
ZHANG Qun. Study of doubleblock ballastless track causing by subgrade differential settlement [D]. Chengdu: Department of Road and Railway Engineering of Southwest Jiaotong University, 2007.
- [4] 蔡成标, 翟婉明, 赵铁军, 等. 列车通过路桥过渡段时的动力作用研究[J]. 交通运输工程学报, 2001, 1(1): 17.
CAI Chengbiao, ZHAI Wanming, Zhao Tiejun, et al. Research on dynamic interaction of train and track on roadbed-bridge transition section[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2001, 1(1): 17.
- [5] Kerr A D, Moroney B E. Track transition problems and remedies [J]. Bulletin 742—American Railway Engineering Association, 1995(742): 267.
- [6] Monley G J, Wu T H. Tensile-reinforcement effects on bridge-approach settlement[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 119(4): 749.
- [7] 李献民, 王永和, 杨果林, 等. 高速下过渡段路基动响应特性研究[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(1): 100.
LI Xianmin, WANG Yonghe, YANG Guolin, et al. Study on the dynamic response of transition section roadbed subject to high speed [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(1): 100.
- [8] 韩义涛, 姚力. 基础沉降对土路基上板式轨道动力性能影响分析[J]. 铁道工程学报, 2007, 10: 28.
HAN Yitao, YAO Li. Analysis of the dynamic performance for slab track settlement on embankment [J]. Journal of Railway Engineering Society, 2007, 10: 28.
- [9] 翟婉明, 韩卫军, 蔡成标, 等. 高速铁路板式轨道动力特性研究[J]. 铁道学报, 1999, 21(6): 65.
ZHAI Wanming, HAN Weijun, CAI Chengbiao, et al. Dynamic properties of high-speed railway slab tracks [J]. Journal of the China Railway Society, 1999, 21(6): 65.
- [10] 曾树谷. 铁路散粒体道床[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1997.
ZENG Shugu. Railway granular ballast bed [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1997.
- [11] 邹春华, 周顺华, 王炳龙, 等. 路基不均匀沉降对有砟轨道沉降变形影响的模型试验研究[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2011, 39(6): 862.
ZOU Chunhua, ZHOU Shunhua, WANG Binglong, et al. Model test study of influence of differential subgrade settlement on settlement of ballasted Track [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2011, 39(6): 862.
- [12] Ghali A. Structural analysis[M]. London: Spon Press, 2003.
- [13] 邢书珍. 铁路轨道强度计算的新方法[J]. 铁道学报, 1985, 7: 66.
XING Shuzhen. A new method for calculating railway track strength [J]. Journal of the China Railway Society, 1985, 7: 66.
- [14] 何芳社, 钟光路. 无拉力 Winkler 地基上梁的脱离问题[J]. 西安建筑科技大学学报: 自然科学版, 2004, 36(1): 48.
HE Fangshe, ZHONG Guanglu. Bending of unbonded contact of beams on tensionless winkler foundations [J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology: Natural Science, 2004, 36(1): 48.