

文章编号: 0253-374X(2014)01-0078-06

DOI: 10.3969/j.issn.0253-374x.2014.01.013

基于快慢车组合的城市轨交走廊客流分析模型

狄 迪, 杨东援

(同济大学 交通运输工程学院, 上海 201804)

摘要: 构建的客流分析模型由三部分组成,首先在随机用户均衡分配理论的基础上建立乘客路径选择模型,确定乘客选择路径的原则和客流分配的基本依据;其次,以轨道行车间隔、车内拥挤度及平均候车时间作为影响乘客出行成本的主要因素建立乘客出行成本模型;再次,通过建立弹性需求模型,考虑乘客出行意愿与服务水平的相互影响。最后运用案例,对客流分析模型进行验证,并得出快慢线组合运营对轨道交通走廊运营效率的影响效用及相关结论。

关键词: 快慢车组合运营; 城市轨道交通走廊; 客流分析; 弹性需求

中图分类号: U491

文献标志码: A

Passenger Flow Analysis Model About Express/ Slow Train in Urban Rail Transportation Corridor

DI Di, YANG Dongyuan

(College of Transportation Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: The passenger flow analysis model is composed of three parts. First, based on the stochastic user equilibrium theory, a passenger path-choice model was established to determine the passenger principle in path choice and the fundamental basis of traffic distribution in this corridor. Then, a passenger travel cost model was set up with the travel time, in-vehicle crowding discomfort, waiting time as three major factors. Finally, an elastic demand model was built up to investigate the interaction between passenger travel intention and rail transit service level. A case study was made of the passenger flow analysis model, which verified the express/slow train operational efficiency in rail transportation corridor.

Key words: express/slow train; urban rail transportation corridor; passenger analysis; elastic demand

在现代城市出行活动中,轨道交通已成为人们最常使用的公共交通方式。轨道交通走廊作为轨道线路的重要载体,是整个城市轨道系统中的关键组成部分;同时,轨道交通走廊作为城市宝贵的基础设施资源,其合理而有效的利用对推动城市本身及其公共交通系统的发展起着重要的促进作用。

当前,与城市轨道走廊相关的研究在国内外广泛开展。在国外,关于城市轨道交通走廊的研究最早开始于 Vuchic 和 Newell 为优化轨道交通站距而开发的一种连续性分析模型^[1];之后, Hurdle 和 Wirasinghe 研究了非弹性需求条件下如何在轨道交通走廊内设置站点位置及站距,使得系统综合运营费用最小化的相关模型^[2];此后, Wirasinghe 等研究了非弹性需求条件下轨道交通走廊内线路长度与综合运营费用最小化的相互关系及模型^[3]。在国内,李志纯等研究了在一条轨道交通走廊设置站点、站距使得运营商获得最大利润的方法与模型^[4];宋健、徐瑞华等对市域快速轨道交通线快慢车开行问题进行研究^[5]。综上所述,国内外现有关于城市轨道交通走廊的研究主要集中在优化其各个设计变量,如线路长度、站点位置等,而对于走廊内的客流分析及相关模型研究较少;现有研究以降低轨道系统费用或增大运营商利润为主要目的,较少关注如何通过合理的线路搭配获得最大的走廊客运效率;且已有研究大多基于非弹性需求展开,较少考虑可变需求对于研究结果的影响。

本文在考虑乘客出行影响因素的基础上,结合轨道交通走廊及线路运行的基本特征,建立基于快慢车组合运营的城市轨道交通走廊的客流分析模型,并试图通过这一模型寻找城市轨道交通走廊内客流选择和分布的基本规律。此模型由乘客路径选择模型、乘客出行成本模型及弹性需求模型三部分组成,并设计求解算法。最后通过算例对模型及算法

收稿日期: 2013-01-18

第一作者: 狄 迪(1985—),男,博士生,主要研究方向为交通运输规划与管理. E-mail: didi02121226@163.com

通讯作者: 杨东援(1953—),男,教授,工学博士,博士生导师,主要研究方向为交通运输规划与管理. E-mail: yangdyk@yahoo.com.cn

进行验证。

1 乘客出行影响因素分析

在城市轨道交通走廊,乘客的出行选择是分析走廊内客流流向及分布的关键;而影响乘客出行选择的主要因素在于走廊内轨道线路的服务水平,对服务水平的产生影响的因素主要有以下几点:首先,在快慢线组合运营条件下,不同线路的运行方案对其服务水平有着极大影响,如快线停站少、车速快,而慢线停站多、车速慢,就运行速度这一指标而言快线提供的服务水平更高,但就客流吸引这一指标,则慢线的贡献更大。其次,不同线路的发车频率也对服务水平有重要影响,如快线虽运行速度高,但其发车频率低,相对于慢线,其等待时间更长,不利于服务水平的提高。再次,轨道列车的车内拥挤程度也是衡量其服务水平的主要指标。

综上所述,本文将影响轨道交通走廊服务水平的主要因素概括为三个方面,即车辆行程时间(包含行驶时间和停站时间)、平均候车时间及车内拥挤程度,这三个因素共同决定了其对应线路或路径的综合服务水平。在现实中还存在这样一种情况,即当轨道交通走廊内整体服务水平过低时,人们将选择其他的交通方式出行,导致出行人数下降。当通过优化线路等措施提高服务水平后,将吸引比原来更多的客流,导致服务水平再次下降,直到客流减少到与所能提供的服务水平相当的程度,到达一个稳定状态。

2 模型建立

在建立基于快慢车组合运营的轨道交通走廊客流分析模型之前,需要明确两个基本概念。在轨道交通走廊内,“轨交路径”指在走廊内乘客由起点至终点的出行路径,其由一系列节点组成,首个节点为起始点,最末节点为到达点,中间的一系列节点均为可能换乘点。“轨交路径段”指连接轨交路径上两个连续节点的部分,则“轨交路径”是由若干条“轨交路径段”组合而成。

2.1 乘客路径选择模型

乘客路径选择模型是基于随机用户均衡分配^[6]建立的流量分配模型。其模型为

$$P_a^w = \frac{\exp(-\theta \cdot C_a)}{\sum_{a \in A_w} \exp(-\theta \cdot C_a)}, \quad \forall a \in A_w \quad (1)$$

式中: A_w 为 OD(起讫点)对 w 之间轨交走廊内各站

点间的一系列出行路径; P_a^w 为 OD 对 w 之间选择路径 a 的客流出行分担比; C_a 为轨交路径 a 的出行成本; θ 为基于出行成本的乘客期望变量,其值与乘客期望成反比,取值视具体情况而定。

$$C_a = \sum_{l \in L} C_l \cdot \varphi_{la}, \quad \forall a \in A_w, \quad \forall w \in W \quad (2)$$

$$\varphi_{la} = \begin{cases} 1, & \text{路径段 } l \text{ 位于路径 } a \text{ 上} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

式中: W 为轨交走廊内各站点间的 OD 客流量; C_l 为路径段上 l 的出行成本,其具体分解见第 2.2 节。

由以上分析可以得到各轨交路径的客流分配模型。其模型为:

$$x_a = Z_w \cdot P_a^w, \quad \forall a \in A_w, \quad \forall w \in W \quad (3)$$

式中: x_a 为轨交路径 a 上的客流量, Z_w 为 OD 对 w 之间的总客流量。则轨道交通走廊内各路径段的客流分配模型为

$$y_l = \sum_{w \in W} \sum_{a \in A_w} x_a \cdot \varphi_{la}, \quad \forall l \in L \quad (4)$$

式中: y_l 为轨交路径段 l 上的客流总量; L 为轨交走廊内出行路径段的集合。

2.2 乘客出行成本模型

在轨道交通走廊内,乘客出行成本主要受轨道列车行程时间、乘客候车时间以及车内拥挤舒适度三个方面影响;其综合出行成本由三者各自权重共同确定,以下分别予以讨论。

2.2.1 轨道线路行程时间模型

轨道线路在轨交走廊某一路径段的行程时间由两部分构成,即列车运行时间和停站时间:

$$T_s = T_{s1} + T_{s2} \quad (5)$$

式中: T_s 为在路径段 l 上的行程时间; T_{s1} 为在路径段 l 上的列车运行时间; T_{s2} 为在路径段 l 上的停站时间,以下分别讨论。轨道交通有固定线路及站距,且运行速度较为稳定,则有:

$$T_{s1} = t_l^m = S_l / V_m, \quad \forall l \in L, \quad \forall m \in M \quad (6)$$

式中: L 为轨交走廊内出行路径段的集合; M 为在轨交走廊上运行的轨道线路的集合; t_l^m 为轨交线路 m 在路径段 l 上的列车运行时间; S_l 为轨交路径段 l 的距离; V_m 为轨交线路 m 的平均运行速度。轨道交通的停站时间通常视为固定时间,则有:

$$T_{s2} = (n - 1) \cdot T_N \quad (7)$$

式中: n 为轨交路径段 l 上途径的站点个数; T_N 为固定的站点停车时间。

2.2.2 车内拥挤舒适度模型

轨交走廊内线路的车内拥挤舒适度与其发车频率及车内载客人数有关,本文采用 BPR 函数(美国

联邦公路局推荐的路阻函数)来计算轨道线路各路径段的车内拥挤舒适度,并将其转化为统一的时间单位, $\forall l \in L$, $\forall m \in M$, 有:

$$z_l^m = t_l^m \cdot \left(z_m + \delta_1 \cdot \left(\frac{y_l^m + \bar{y}_l^m}{K_m} \right)^{\alpha_1} \right) \quad (8)$$

式中: z_l^m 为轨交线路 m 在路径段 l 的车内拥挤舒适度; z_m 为轨交线路 m 的车内拥挤舒适度基准量, 各线路拥挤度基准量有所不同; y_l^m 为在路径段 l 上乘坐轨交线路 m 的客流; \bar{y}_l^m 为乘坐轨交线路 m 穿越路径段 l 的客流; K_m 为轨交线路 m 的总客运量; δ_1, α_1 为非负校核参数, 取值视具体情况而定. 且有:

$$K_m = k_m \cdot f_m, \forall m \in M \quad (9)$$

式中: k_m 为轨交线路 m 的单列列车额定载客量; f_m 为轨交线路 m 的发车频率.

2.2.3 乘客平均候车时间模型

乘客在站点的平均候车时间由两部分构成, 即车辆到达等待时间、因客流过大造成的推迟延误时间, 以下分别讨论. 乘客在轨道站点等待下一班列车的时间不仅与所乘坐线路的发车频率有关, 还存在一定的随机性, 由此可得:

$$T_{wl} = 60\eta/f_m, \forall m \in M \quad (10)$$

式中: T_{wl} 为在轨交路径段 l 上某一站点的平均等待时间; η 为非负修正参数, 取值视具体情况而定.

对于因客流过大造成的推迟延误时间, 此处采用 BPR 函数进行处理, 即有:

$$T_w = T_{wl} + \delta_2 \cdot \left(\frac{y_l^m + \bar{y}_l^m}{K_m} \right)^{\alpha_2}, \forall l \in L \quad (11)$$

式中: T_w 为在轨交路径段 l 上某一站点平均候车时间; δ_2, α_2 为非负校核参数, 取值视具体情况而定.

由以上三部分可得在轨道交通走廊路径段 l 上的综合出行成本模型为

$$C_l = \sigma \cdot T_s + \chi \cdot Z_w + \mu \cdot T_w \quad (12)$$

式中: σ 为轨道线路行程时间在出行综合成本模型所占权重; χ 为车内拥挤舒适度在出行综合成本模型所占权重; μ 为乘客平均候车时间在出行综合成本模型所占权重, 取值应视具体情况而定.

2.3 弹性需求模型

在现实中, 乘客的出行需求受出行成本影响, 与其成反比例关系^[7], 有:

$$Z_w = Z_w^0 \cdot \exp(-\lambda \cdot C_{\min}), \forall w \in W \quad (13)$$

$$C_{\min} = -\frac{1}{\theta} \ln \sum_{m \in M} \exp(-\theta \cdot C_l), \forall l \in L \quad (14)$$

式中: Z_w^0 为初始条件下轨道走廊内各站点间的潜在 OD 量(起讫点流量); λ 为非负校核参数, 反映出行

OD 对乘客出行成本变化的敏感程度; C_l 为在轨交走廊路径段 l 上的综合出行成本; C_{\min} 为乘客最小期望出行成本^[8].

3 求解算法

求解运算的迭代步骤可为:

步骤 0, 初始化:

(1) 根据轨道交通走廊内各线路的运行及班组情况, 寻找 OD 对间的有效路径;

(2) $C_l^0 = C_l(0), \forall l$, 令 $n=1$, 此时路径流量 $\{x_a^1\}=0$; 根据式(1)将初始 OD 需求加载到各 OD 间的各有效路径上, 得到初始路径附加客流量 $\{d_l^1\}$;

步骤 1, 由 MSA(逐次平滑法)算法, 令 $x_l^{n+1} = x_l^n + \frac{1}{n}(d_l^n - x_l^n), \forall l$;

步骤 2, 计算 $C_l^n = C_l(x_l^n)$, 根据式(1)得到路径附加客流量 $\{d_l^n\}$;

步骤 3, 如果满足收敛性准则

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{(x_l^n - x_l^{n-1})^2}}{x_l^{n-1}} \leq \epsilon$, 则停止迭代; 否则令 $n=n+1$, 重新执行步骤 1~2, 直到最终得出轨道交通走廊服务网络上各路径的客流量及其对应的负效用;

步骤 4, 根据式(14), 得出各路径出行成本最小值, 由式(13)得出更新的 OD 需求 Z_w ;

步骤 5, 如果满足收敛性准则

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{(Z_w^n - Z_w^{n-1})^2}}{Z_w^{n-1}} \leq \xi$, 则停止迭代; 否则令 $n=n+1$, 重新执行步骤 0~4, 直到得出最终的 OD 需求 Z_w .

注意: 有效路径的选择遵循以下两条原则: ① 轨道交通走廊内线路间的换乘次数不得超过一次; ② 当选择存在换乘的出行路径, 其停站次数不得超过站间停车线路的停站次数.

4 算例分析

本文取一条轨道交通走廊为研究对象, 走廊沿线全长 28 km, 设置 9 个轨道站点, 站点 1 至 3、站点 7 至 9 之间的路段为郊区路段, 站距为 4 km; 站点 3 至 7 之间的路段为市区路段, 站距为 3 km. 轨道交通走廊上开行了快速列车、区间快速列车和普通列车, 简称为 D 方式、U 方式和 M 方式. 从列车运行上看, D 方式只停靠站点 1、站点 5 及站点 9; U 方式在郊区路段采取站站停车, 而在市区路段采取跨站停

车;M方式则在全程均采取站站停车,如图1所示。轨道交通走廊内运行线路的运输组织方案见表1。

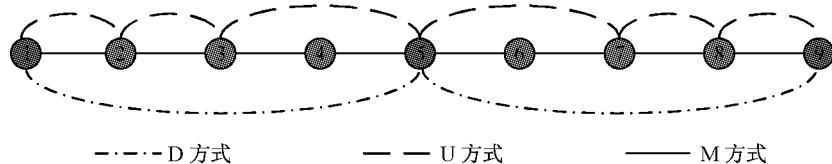


图1 轨道交通走廊沿线站点设置图

Fig.1 Metro lines and stations along the corridor

表1 轨道交通走廊沿线快慢车运输组织方案

Tab.1 Transport organizations of express/ slow train along the corridor

运行方式	平均行驶速度 /(km·h ⁻¹)	停站时间 /s	运行时长 /s	运营服务方案1 /(min·列车 ⁻¹)	运营服务方案2 /(min·列车 ⁻¹)	额定载客人数 /(人·列车 ⁻¹)
D方式	60	30	29	30	15	1 200
U方式	50	20	35	20	12	1 200
M方式	40	10	44	10	6	1 200

4.1 输入数据及参数设置

在轨道交通走廊内,站点1到9均互为出行起讫点,出行OD流量见表2。本算例设:基于出行负效用的乘客期望变量 $\theta=0.9$,非负修正参数 $\eta=0.5$, $\lambda=0.1$,拥挤度基准量 $z_{R1}=1.2/0.6$, $z_{R2}=0.8/0.5$, $z_{R3}=0.5/0.4$;非负校核参数 $\delta_1=0.15$, $\alpha_1=3.0$, $\delta_2=0.15$, $\alpha_2=3.0$,轨道线路行程时间在出行成本模型所占权重 $\sigma=0.4$,车内拥挤舒适度在出行成本模型所占权重 $\chi=0.3$,乘客平均候车时间在出行成本模型所占权重 $\mu=0.3$ 。

解,当迭代14次时,相对误差趋于稳定,其收敛曲线如图2所示,由此可知模型存在最优解;以下对求解结果进行分析。

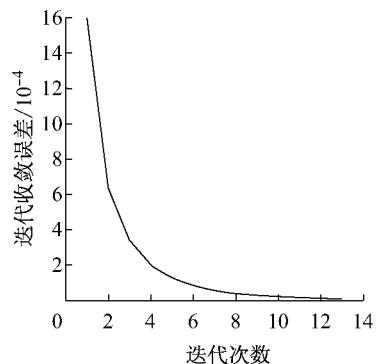


图2 迭代收敛曲线

Fig.2 Convergence curve of iteration

首先,在基于非弹性OD需求及发车班次相同前提下,分析和比较单一停站方式列车运行与快慢车组合运行的综合出行成本及线路的利用率。见表3,快慢车组合运行的综合出行成本显著低于单一停站方式列车运行的情况,降幅达31%,其直接原因是所有OD对之间的出行时间均大幅减少。另外,快慢车组合运行下M方式的利用率与单一停站方式列车相比显著降低,而U方式、D方式的平均利用率均超过50%,可见大量客流选择使用U方式、D方

4.2 输出结果及分析

本文用Matlab编程仿真,对模型进行优化求

表3 基于非弹性OD需求的单一停站方式列车运行与快慢车组合运行各参数对比

Tab.3 The data comparison of single train and express/slow train based on in-elastic OD demand

运营模式	出行成本/万元	线路最大利用率/%	线路最小利用率/%	线路平均利用率/%
单一停站方式列车运行	44.634 9	92(63)	43(29)	71(50)
快慢车组合运行方案1	30.724 7	M方式:64(46) U方式:97(71) D方式:81(47)	M方式:18(11) U方式:38(35) D方式:57(43)	M方式:45(32) U方式:71(54) D方式:69(45)

式出行;与单一停站方式列车运行相比,快慢车组合运行下各方式线路的利用率均有所下降,则拥挤缓解,服务水平大幅提高。注意:表3中每一栏数据由两组百分比数据组成,分别表示轨道走廊内上行/下行两个方向的利用率,括号外为上行方向,括号内为下行方向(表4同)。

从分析结果可以看到,乘客出行成本模型能够真实反映乘客对于路径选择的影响,同时,乘客出行成本模型所考虑的基本要素对于乘客出行路径选择的影响与实际是相符合的。

其次,在基于弹性OD需求的前提下,比较快慢车组合运行在不同服务方案下的综合出行成本及线

路利用率。见表4,方案2与方案1相比,其综合出行成本及出行需求均增幅明显,分别达到18%和23%,可见尽管提高服务水平可以减少OD对之间的单位出行成本,但同时会诱增更大的出行需求,导致总的出行成本增加。同样,方案2的各线路利用率与方案1相比并未显著下降,其原因也是由于服务水平的改善导致出行需求大幅增加所致。

从分析结果可以看到,弹性需求模型能够较为真实地反映乘客出行选择与轨道交通走廊服务水平之间的相互影响及作用,算例结果反映二者呈反向变化的趋势。

表4 基于弹性OD需求的快慢车组合运行下不同服务方案的各参数对比

Tab.4 The data comparison of different programs about express/ slow train based on elastic OD demand

运营模式	出行成本/万元	出行需求/人	线路最大利用率/%	线路最小利用率/%	线路平均利用率/%
快慢车组合运行 方案1	19.643 0	20 576	M方式:44(34)	M方式:13(8)	M方式:32(23)
			U方式:70(49)	U方式:29(26)	U方式:52(39)
			D方式:41(22)	D方式:27(21)	D方式:34(21)
快慢车组合运行 方案2	23.173 9	25 222	M方式:27(21)	M方式:7(4)	M方式:19(13)
			U方式:65(45)	U方式:28(23)	U方式:49(36)
			D方式:47(28)	D方式:35(24)	D方式:41(26)

再次,在基于弹性OD需求前提下,选择站点1至6间的OD客流,分析快慢车组合运行在不同方案的客流分布情况。表5列出了站点1至6可能存在的出行路径,可以看到,随着服务水平的提高,方案2中所有可选路径的单位出行成本均有较大下降,但同时客流吸引总量也增加了36%,导致综合出行成本反而有所增加。另外,在方案1中,选择D15M56路径的客流小于选择M1-6路径的客流,差额为7%;而在方案2中,选择D15M56路径的客流远大于选M1-6路径的客流,占总客流的42%,且选择U方式换乘M方式的客流(路径U1-3M3-6、U1-5M56)也有显著增加;由此可见,当快线(D方式、U

方式)发车频率较低时,乘客对换乘较为抵触;而当快线发车频率较高时,乘客优先选择直达快线,并愿意接受换乘,这一趋势在中长距离出行时更为明显。

从分析结果可以看到,首先,乘客路径选择模型能够真实反映轨道交通走廊内客流分布的情况,即客流总是涌向出行成本最低的路径;其次,乘客出行成本模型所考虑的基本要素对于乘客出行路径选择的影响与实际是相符合的。

最后,列举在基于弹性OD需求前提下,快慢车组合运营在不同服务方案时,站点1至8之间8组OD出行需求变化的情况,如图3所示。

表5 基于弹性OD需求的快慢车组合运行下站点1至站点6的可选路径及客流分布

Tab.5 Probable paths and passenger volume distribution between Station 1~6 in different programs of express/slow train

		可选路径					
		U12M2-6	D15M56	U1-3M3-6	U1-5M56	M1-6	总计
快慢车组合 运行方案1	客流吸引/人	38	88	41	53	113	333
	出行成本/元	15.6	14.7	15.5	15.3	14.4	
	客流分担率/%	11	27	12	16	34	100
	综合负效用/元				4 981		
快慢车组合 运行方案2	客流吸引/人	42	192	58	103	57	452
	出行成本/元	13.9	12.2	13.6	12.9	13.6	
	客流分担率/%	9	42	13	23	13	100
	综合负效用/元				5 863		

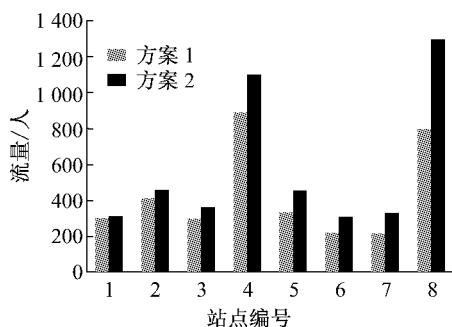


图3 不同方案下站点1至8间OD出行需求变化

Fig.3 Passenger travel demand between Station 1~8 in different programs of express/ slow train based on elastic OD demand

5 结论

本文旨在研究和分析快慢线组合运行的轨道交通走廊内客流分布的基本规律,为此,建立了相应的客流分析模型,主要由三部分组成:首先,在随机用户均衡分配理论的基础上建立了乘客路径选择模型,确定了乘客选择路径的原则和客流分配的基本依据;其次,建立乘客出行成本模型,分别将轨道列车行程时间、车内拥挤度及平均候车时间作为影响乘客出行成本的主要因素。再次,建立了弹性需求模型,考虑了乘客出行意愿与服务水平的相互影响;最后,通过Matlab程序对算例进行求解,得出相关的一系列参数。通过对算例参数的比较、分析可以看出,由以上三部分组成的客流分析模型的最优结果符合实际情况,其结论主要有:首先,与单一停站方式列车运行相比,快慢线组合运行可以有效降低单位乘客出行成本和轨道走廊总的出行成本,其各线利用率更为均衡,拥挤度较单一停站方式列车运行有显著下降。其次,对于快慢线组合运行而言,通过增加车次提高服务水平虽然可以降低单位乘客出行成本,但可能会导致整个轨道交通走廊沿线的客流

吸引增加,使得轨道走廊总的出行成本不增反降;同时,提高发车频率并不一定能够有效缓解轨道列车的拥挤程度,因为客流需求增加的速率远超过由于轨道列车发车频率提高所带来的服务水平的改善幅度。再次,在快慢线组合运行时,各方式线路的发车频率对乘客线路的选择有着较为明显的影响,对于中远距出行的客流,其选择换乘及快线的意愿与快线的发车频率成正比,且这一趋势随着出行距离的增加则更加明显。

参考文献:

- [1] Vuchic V R, Newell G F. Rapid transit interstation spacing for minimum travel time[J]. Transportation Science, 1968, 2(4): 303.
- [2] Wirasinghe S C, Ghoneim U S A. Spacing of bus-stops for many to many travel demand[J]. Transportation Science, 1981, 15(3):210.
- [3] Wirasinghe S C, Seneviratne P N. Rail line length in an urban transportation corridor[J]. Transportation Science, 1986, 20(4):237.
- [4] Li Zhichun, Lam William H K, Wong S C, et al. Design of a rail transit line for profit maximization in a linear transportation corridor[J]. Transportation Research Part E, 2012, 48(1):50.
- [5] 宋键,徐瑞华,缪和平.市域快速轨道交通线开行快慢车问题的研究[J].城市轨道交通研究,2006, 12:23.
SONG Jian, XU Ruihua, MIAO Heping. Problems of operating the express/slow train on the regional urban rail transit line[J]. Urban Mass Transit, 2006, 12:23.
- [6] Yosef Sheffi. Urban transportation networks [M]. New York: Prentice-Hall, 1985.
- [7] 李志纯,黄海军.弹性需求下的组合出行模型与求解算法[J].中国公路学报,2005, 18(3):2.
LI Zhichun, HUANG Haijun. Model and solution algorithm with combined travel under elastic demand [J]. China Journal of Highway and Transport, 2005, 18(3):2.
- [8] Oppenheim N. Urban travel demand modeling: from individual choices to general equilibrium [M]. New York: Wiley-Interscience, 1986.