

钢丝脆断后钢绞线吊杆对称断丝力学行为

刘剑锋¹, 李元兵¹, 柏平², 张启伟¹

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 南通市公路管理处, 江苏 南通 226001)

摘要: 基于断丝前后吊杆两端边界位移约束条件不变的相容条件, 确立对称钢丝脆断后钢绞线吊杆截面内力重分布规律, 并推导对称断丝后钢丝应变与影响长度、吊杆拉力损失率之间的关系表达式。结果表明: 对称断丝后, 在影响长度内各钢丝拉力分布不均匀, 与断丝相邻的外层未断钢丝拉力增大, 而与断丝相对的钢丝拉力减小, 其余钢丝拉力变化不显著; 在影响长度外, 各钢丝拉力分布又变为均匀。随到断裂处距离的增加, 断丝拉力呈指数或线性增加, 而与断丝相邻钢丝则呈指数或线性衰减。在影响长度范围内, 钢绞线拉力损失率基本为一限值, 略低于钢绞线内钢丝断丝率, 而护套握裹力、摩擦力等对吊杆内力重分布影响显著。

关键词: 拱桥; 吊杆; 力学行为; 内力重分布规律; 影响长度

中图分类号: U448.22

文献标志码: A

Mechanical Behaviour of Damaged Strand Suspender with Symmetric Broken Wires in Arch Bridges

LIU Jianfeng¹, LI Yuanbing¹, BAI Ping², ZHANG Qiwei¹

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Nantong Highway Management Agency, Nantong 226001, China)

Abstract: The mechanical behaviour of a damaged strand suspender with symmetric broken wires is studied. Based on the compatibility condition that the total suspender elongation before and after wire breaks must be the same because it is "locked-in" by the anchorages, the stress redistribution of a damaged suspender with symmetric broken wires is identified. Expressions are derived for the wire strains, the affected length, and the remaining prestressing fraction. Results show that forces of the broken and unbroken wires of the suspender are not equal within the affected length, especially, at the break, but equal beyond the length. The strains of unbroken

wires within the affected length are not uniform. The maximum strains occur to the two unbroken wires adjacent to the broken wires and the minimum strains at the unbroken wires opposed to the broken wires. The strain of the broken wire is zero at the wire break and increases exponentially with distance from the break. The strain of the unbroken wires is a maximum at the wire break and decreases exponentially with distance from the break. Within the affected length, the remaining prestress fraction approaches a lower limit, which is equivalent to or less than the loss of the cross-sectional area of the suspender. Meanwhile, the stress redistribution of a damaged suspender is significantly affected by contact forces between the sheathing and outer wires and frictions between the broken wires and the king wires.

Key words: arch bridge; suspender; mechanical behaviour; stress redistribution; affected length

吊杆是拱桥易损构件之一, 吊杆的断裂主要是由于腐蚀和疲劳交变作用导致钢丝腐蚀疲劳或应力腐蚀开裂, 钢丝的力学行为控制着吊杆结构整体的力学行为。从实桥调查及研究结果来看, 钢丝脆断后吊杆截面内各钢丝会产生内力重分布, 这不仅使吊杆承载能力下降, 而且在腐蚀及活载、振动、温度等外在荷载作用下, 还会使截面内其他钢丝进一步开裂脆断, 直至吊杆脆性断裂并发生桥面垮塌事故, 如四川宜宾南门大桥、美国俄亥俄州 Sliver 桥、新疆孔雀河大桥、福建公馆大桥^[1]等。这些桥梁的坍塌事故不仅反映出中、下承式拱桥所面临的结构安全问题, 更折射出研究人员对拱、吊杆和梁组合体系损伤断裂行为的认识问题。目前, 桥梁工作者尤其学术界对吊杆的安全性问题愈来愈重视, 并已开展了一些研究工作。文献[2]通过对南门大桥短吊杆断裂事故进行研究后认为, 温度、腐蚀和疲劳是导致短吊杆断裂

收稿日期: 2013-05-07

基金项目: 江苏省交通科学研究计划(20131157)

第一作者: 刘剑锋(1979—), 男, 博士生, 主要研究方向为桥梁健康监测、检测与安全评估。E-mail: liujf@tongji.edu.cn

通讯作者: 李元兵(1979—), 男, 工学博士, 主要研究方向为桥梁结构损伤退化理论及应用。E-mail: cti_258@163.com

的主要因素. 徐俊^[3]认为护套破损老化、钢丝锈蚀和腐蚀疲劳开裂是斜拉索损伤退化的主要机理. Raoof 等^[4]发现在钢绞线钢丝绳中, 外层单根钢丝断裂后, 在影响长度内, 随到钢绞线断裂处距离的增加, 脆断钢丝内力逐步增大. MacDougall^[5]进一步指出随到钢绞线断裂处距离的增加, 断丝内力呈指数增加, 而未断钢丝呈指数衰减. 由于钢绞线吊杆自身构造的特殊性以及内部钢丝接触、挤压和滑移等因素的复杂性, 本文主要针对断丝后钢绞线吊杆力学行为展开研究. 综合考虑护套握裹力、钢丝间接触力、摩擦力及滑移的影响, 着重建立钢丝脆断后钢绞线吊杆力学模型及数值验证方法, 确立钢丝脆断后吊杆截面的内力重分布规律, 推导出钢丝应变与影响长度、吊杆拉力损失率之间的关系表达式.

1 对称断丝后吊杆钢丝的力学模型

1.1 基本假定

理论推导前需作如下基本假定: ①所有断丝均出现在同一位置(沿钢束); ②所有未断钢丝的应变均在弹性范围内; ③钢丝与钢丝间完全接触, 吊杆截面内摩擦系数均相等, 为一定值; ④不考虑吊杆横截面位移; ⑤钢丝开裂脆断期间, 吊杆钢丝无其余损伤.

1.2 平衡方程

吊杆截面内某一束钢绞线(7 丝)如图 1 所示, 断丝形式分别为: 1, 3; 3, 4, 6; 4, 5, 6, 7. 钢绞线内各钢丝半径均为 R (R_0 和 R_c 分别为外层、核心钢丝半径), 螺旋角 α , 螺旋半径 $r_h = 2R$, 捻距 $p = 2\pi r_h \tan \alpha$, 曲率半径 $\rho_0 = r_h / \cos^2 \alpha$, 各钢丝弹性模量 E , 面积 A_0 , 吊杆长度 L . 钢丝断裂处为参考点(坐标原点), x 轴平行于核心钢丝轴向, 协同坐标 s 轴沿钢丝螺旋方向, 两坐标轴之间换算关系为: $s = x / \sin \alpha$. 钢丝与护套间的摩擦力较小, 忽略不计. 断丝后护套对断裂钢丝的握裹力沿轴向呈均匀分布, 单位长度为 w_s . 各钢丝间摩擦系数为 μ , 断丝与相邻钢丝间接触力为 $X_0(s)$, 钢丝间单位长度的摩擦力为 $f(s) = \mu X_0(s)$, 断丝轴力为 $N_b(s)$, 未断钢丝轴力为 $N_u(s)$.

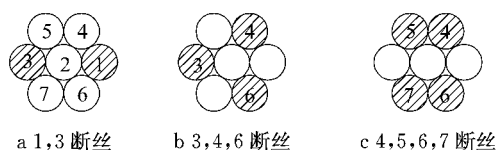


图 1 吊杆截面内钢绞线对称断丝图

Fig. 1 Symmetric wire break arrangement of strand suspender

断丝前, 吊杆拉力为 F , 核心钢丝轴力 N_c 为 $F/(1+6\sin^2 \alpha)$, 外层各钢丝轴力 N_0 为 $F\sin^2 \alpha/(1+6\sin^2 \alpha)$ ^[4]. 断 n 根钢丝后, 断裂位置处吊杆拉力变为 F_{br} ^[5], 未断裂钢丝拉力总和为 $F_u(x)$, 核心钢丝轴向应变为 $\epsilon_c(x)$, 外层各钢丝轴向应变为 $\epsilon_u(x)$. 根据 Machida 等^[6]的研究结论, 断丝与相邻钢丝间接触力 $X_0(s)$ (单位长度)可按 $N_0 \cos^2 \alpha / r_h$ 计算.

吊杆护套握裹力通过外部接触力逐层传递给每束钢绞线内外层钢丝, 当吊杆截面完好时, 各外层钢丝承担的外部接触力均相等为 w_s . 当吊杆截面内某一束钢绞线出现对称断丝时, 由于外部接触力平衡, 故护套握裹力不会发生变化, 仍为 w_s .

距离断裂截面 s 处断丝微段 Δs 的静力平衡立面图如图 2 所示. 由图可知, 断裂钢丝微段 Δs 力平衡方程为

$$[N_b(s + \Delta s) - N_b(s)] \cos \frac{\Delta \varphi}{2} - \int_0^{\Delta s} f(s) ds = 0 \quad (1)$$

y 方向上

$$\int_0^{\Delta s} X_0(s) ds = N_b(s) \sin \frac{\Delta \varphi}{2} + N_b(s + \Delta s) \sin \frac{\Delta \varphi}{2} + w_s \Delta s \quad (2)$$

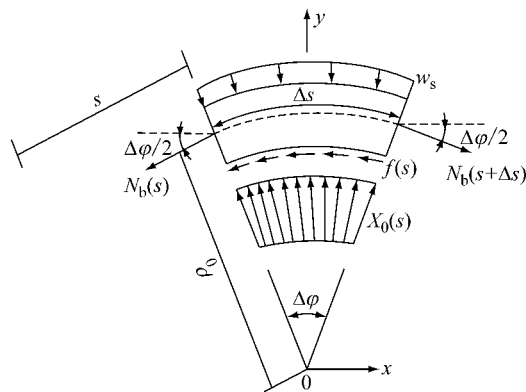


图 2 断丝静力平衡图

Fig. 2 Equilibrium of forces acting on a broken wire

1.3 对称断丝后吊杆钢丝内力重分布

由于 $\Delta \varphi/2$ 较小, 故 $\cos(\Delta \varphi/2) \approx 1$, $\sin(\Delta \varphi/2) \approx \Delta \varphi/2$. 联立方程(1)和(2)可得

$$\frac{N_b(s + \Delta s) - N_b(s)}{\Delta s} = \frac{\mu \cos^2 \alpha}{r_h} \left[\frac{N_b(s + \Delta s) + N_b(s)}{2} \right] + \mu w_s \quad (3)$$

对式(3)求极限得

$$\frac{dN_b(s)}{ds} = \mu \left[\frac{\cos^2 \alpha}{r_h} N_b(s) + w_s \right] \quad (4)$$

求解式(4)得断裂钢丝在 x 断面的拉力和应变分别为

$$N_b(x) = \frac{r_h}{\cos^2 \alpha} w_s \left[\exp\left(\mu \frac{\cos^2 \alpha}{r_h \sin \alpha} x\right) - 1 \right] \quad (5)$$

$$\epsilon_b(x) = \frac{w_s}{EA_0} \frac{r_h}{\cos^2 \alpha} \left[\exp\left(\mu \frac{\cos^2 \alpha}{r_h \sin \alpha} x\right) - 1 \right] \quad (6)$$

未断裂钢丝在 x 断面的拉力则为

$$F_u(x) = F_{bn} - nN_b(x) \sin \alpha \quad (7)$$

图3所示为断 n 根钢丝时钢绞线微段 Δx 的变形图。可知,核心钢丝和外层钢丝的轴向应变分别为 $\epsilon_c(x) = \Delta u / \Delta x$ (Δu 为核心钢丝轴向变形) 和 $\epsilon_u(x) = \Delta u \sin^2 \alpha / \Delta x$ 。将其代入式(7)可得核心钢丝及外层未断裂钢丝轴向拉力总和为

$$F_u(x) = EA_0 [(6-n)\epsilon_u(x) \sin \alpha + \epsilon_c(x)] \quad (8)$$

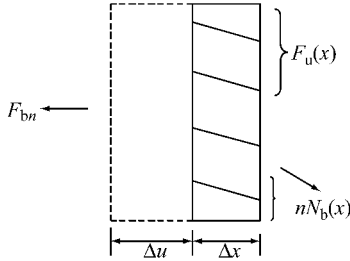


图3 断 n 根钢丝时钢绞线微段 Δx 变形图

Fig.3 Elongation of segment Δx with n broken wires

核心钢丝及外层未断裂钢丝轴向应变分别为

$$\epsilon_c(x) = \frac{1}{EA_0 [(6-n)\sin^3 \alpha + 1]} F_u(x) \quad (9)$$

$$\epsilon_u(x) = \frac{\sin^2 \alpha}{EA_0 [(6-n)\sin^3 \alpha + 1]} F_u(x) \quad (10)$$

1.4 影响长度

影响长度 L_a 是指外层断丝与未断钢丝拉力不

均匀区域(当 $x = \pm L_a/2$ 时,外层各钢丝拉力相等),此时

$$N_b\left(\frac{L_a}{2}\right) = \frac{\sin^2 \alpha}{1 + 6\sin^3 \alpha} F_{bn} \quad (11)$$

将式(11)代入式(5)可求得 L_a 的表达式如下:

$$L_a = \frac{2r_h \sin \alpha}{\mu \cos^2 \alpha} \ln\left(\frac{\sin^2 \alpha}{1 + 6\sin^3 \alpha} \frac{F_{bn} \cos^2 \alpha}{w_s r_h} + 1\right) \quad (12)$$

1.5 钢丝拉力剩余率

钢绞线拉力剩余率

$$\gamma = \frac{F_{bn}}{F} \quad (13)$$

在 $0 \leq x \leq L_a/2$ 内,钢绞线拉力与伸长量的关系式可表示为

$$\int du = \int \frac{F_u(x)}{EA_0 [(6-n)\sin^3 \alpha + 1]} dx \quad (14)$$

由于吊杆两端外部边界约束条件不变,整根吊杆断丝前后其总的伸长量不变^[5],即 $\Delta = \Delta_{bn}$ (Δ 为吊杆断丝前总的伸长量, Δ_{bn} 为吊杆断丝后总的伸长量)。故当影响长度小于钢绞线长度,即 $L_a \leq L$ 时,式(14)积分区间为 $[0, L_a/2]$,由式(5)~(14)可求得拉力剩余率

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{L_a}{L} \left[\lambda_n \frac{6\sin^3 \alpha + 1}{(6-n)\sin^3 \alpha + 1} - 1 \right]} \quad (15)$$

其中,

$$\lambda_n = 1 - n \left[\frac{\frac{\sin^2 \alpha}{6\sin^3 \alpha + 1}}{\sin \alpha \ln\left(\frac{\sin^2 \alpha}{6\sin^3 \alpha + 1} \frac{\cos^2 \alpha F_{bn}}{r_h w_s} + 1\right)} - \frac{r_h w_s}{F_{bn} \cos^2 \alpha} \right]$$

当影响长度大于钢绞线长度,即 $L_a > L$ 时,式(14)积分区间为 $[0, L/2]$,由式(5)~(14)可求得拉力剩余率

$$\gamma = \frac{1}{\frac{6\sin^3 \alpha + 1}{(6-n)\sin^3 \alpha + 1} \left\{ 1 + \frac{n r_h w_s}{F_{bn} \cos^2 \alpha} \left\{ 1 - \frac{2r_h \sin \alpha}{\mu L \cos^2 \alpha} \left[\exp\left(\frac{\mu L \cos^2 \alpha}{2r_h \sin \alpha}\right) - 1 \right] \right\} \right\}} \quad (16)$$

增加原来的1%,重复步骤⑤~⑦直至钢丝断裂。

钢丝采用 SOLID45 三维实体单元,屈服准则采用 Von Mises 屈服准则。根据该屈服准则,单轴拉伸状态下钢丝临界剪应力取 $\sigma_y/3$ (σ_y 为屈服应力)。完好、损伤钢丝弹性模量分别为 1.996×10^5 , 1.932×10^5 MPa,泊松比为 0.27。损伤钢丝实体模型不考虑大应变属性,材料非线性选用多线性同向强化应力应变关系 MISO,考虑钢丝间摩擦力和护套握裹力,计算参数参见表1。有限元模型见图4。为降低计算成本,模拟时钢丝长度仅取 350 mm。

2 数值分析与讨论

2.1 有限元模型建立

采用 ANSYS 中单元生死功能来模拟钢丝的脆断问题,基本框架为:①问题类型定义,确立单元类型、材料属性等;②建立包含损伤钢丝和完好钢丝的实体模型;③通过单元钝化模拟钢丝损伤;④设置钢丝端部位移条件;⑤通过 Newton-Raphson 方法求解非线性问题;⑥求解完成后,检查所有单元并钝化应变达极限应变的单元;⑦结果整理;⑧将端部位移

表 1 钢绞线吊杆计算参数

Tab.1 Calculation parameter of strand suspender

参数	数值
R_0/mm	3.5
R_c/mm	3.5
r_h/mm	7.0
p/mm	629
$\alpha/^\circ$	86
L/mm	3 000
A_0/mm^2	38.48
E/MPa	1.996×10^5

2.2 吊杆截面内力重分布规律

三种不同的对称断丝情况下,吊杆截面内各钢丝应力的分布规律相同(理论值与有限元模拟结果的规律一致,分布曲线的细小差异主要由有限元模拟时钢丝间摩擦、滑移等因素引起的),见图 5。结果表明,对称断丝情况下钢丝应力重分布规律为:①断

裂处破断钢丝拉力为零,随到断裂处距离的增加呈指数增加;外层未断丝在断裂处拉力最大,随距离的增加呈指数衰减。②断丝后,在影响长度内,外层各未断钢丝拉力增大,但其应变相等,拉力相同。③在影响长度内断丝和未断丝拉力分布不均匀,而在影响长度外各钢丝拉力分布变为均匀。

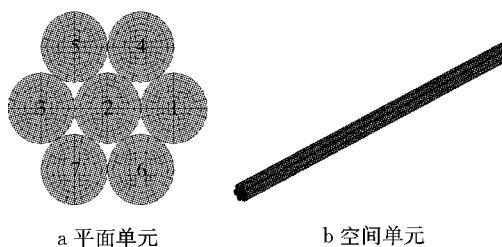


图 4 钢绞线吊杆有限元模型

Fig.4 Finite element model of strand suspender

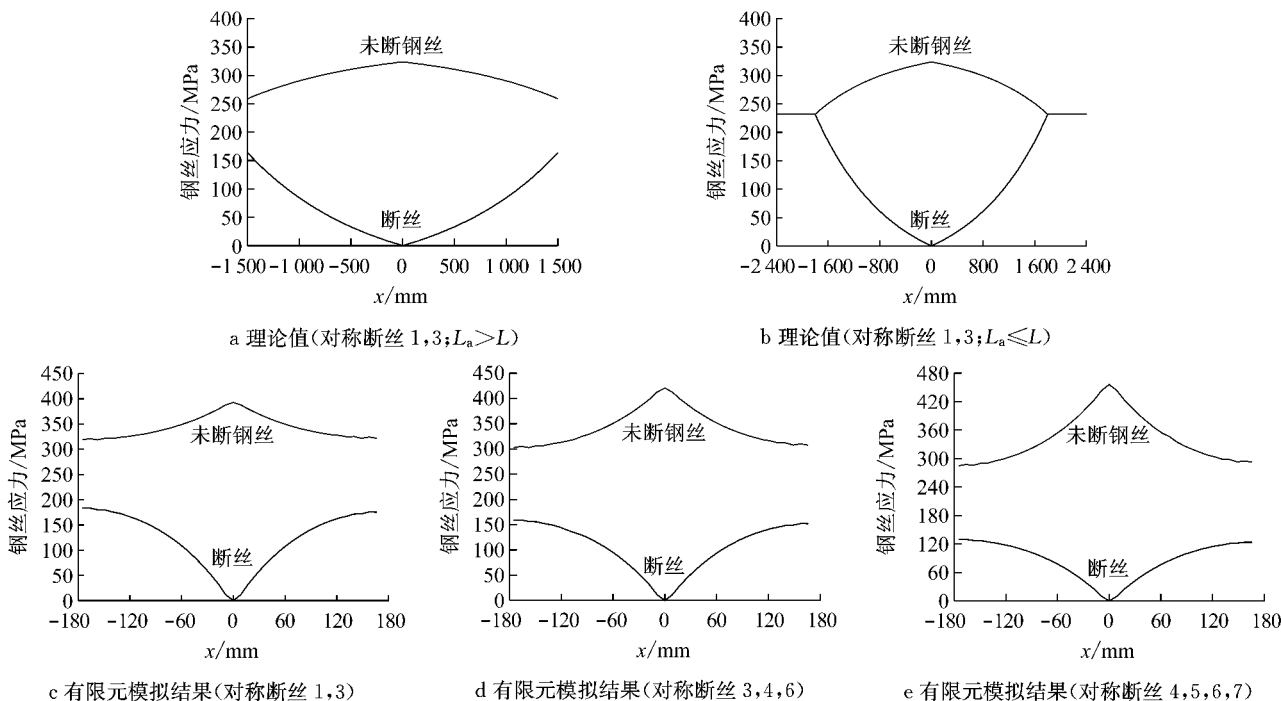


图 5 对称断丝时钢绞线吊杆内力重分布规律

Fig.5 Stress redistribution of strand suspender with symmetric broken wires

2.3 钢绞线拉力损失率

对称断丝情况下,钢绞线拉力损失率理论与有限元模拟结果如表 2 所示。结果表明:①三种不同的对称断丝情况下,拉力损失率的变化规律一致。②在影响长度范围内,钢绞线拉力损失率基本为一限值,略低于钢绞线内钢丝断丝率。③钢绞线拉力损失率主要受护套握裹力、捻角、钢丝半径、摩擦系数、钢丝长度等影响;钢丝长度越长、直径越小,摩擦系数越大、护套握裹力越大及螺旋角越小,拉力损失率越

小。三种不同的对称断丝情况下,钢丝拉力损失率参数敏感性分析见图 6。

表 2 钢绞线拉力损失率

Tab.2 The remaining prestressing fraction of strand suspender

断丝编号	拉力损失率		断丝率
	模拟值	理论值	
1,3	26.7	22.1	28.6
3,4,6	40.3	34.7	42.9
4,5,6,7	54.2	48.5	57.1

2.4 影响长度

三种不同的对称断丝情况下,影响长度受摩擦系数、螺旋半径、螺旋角及护套握裹力等的影响规律基本一致,如图7所示.由图可知:①影响长度与摩擦系数成反比,随摩擦系数增大,影响长度急剧降

低;②影响长度与螺旋半径成正比,随螺旋半径增大,影响长度基本呈线性增加;③影响长度与螺旋角成正比,随螺旋角增大,影响长度基本呈线性增加;④影响长度与护套握裹力成反比,随护套握裹力增大,影响长度呈指数衰减.

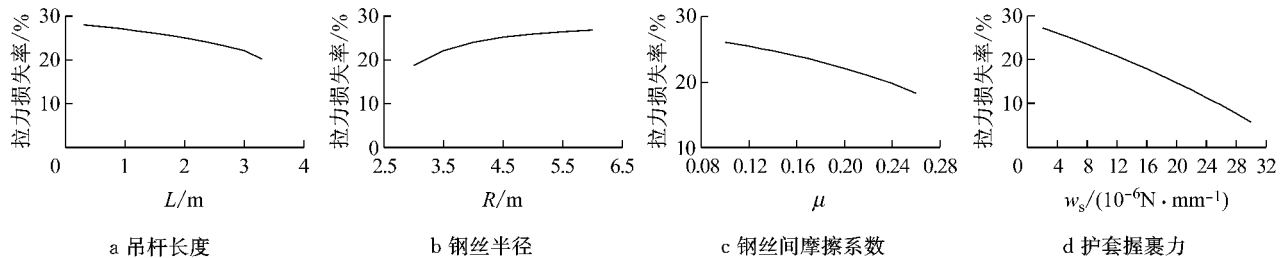


图6 钢丝拉力损失率参数敏感性分析(对称断丝1,3)

Fig.6 Parameters sensitivity analysis of the wire's remaining prestressing fraction with symmetric broken wires 1 and 3

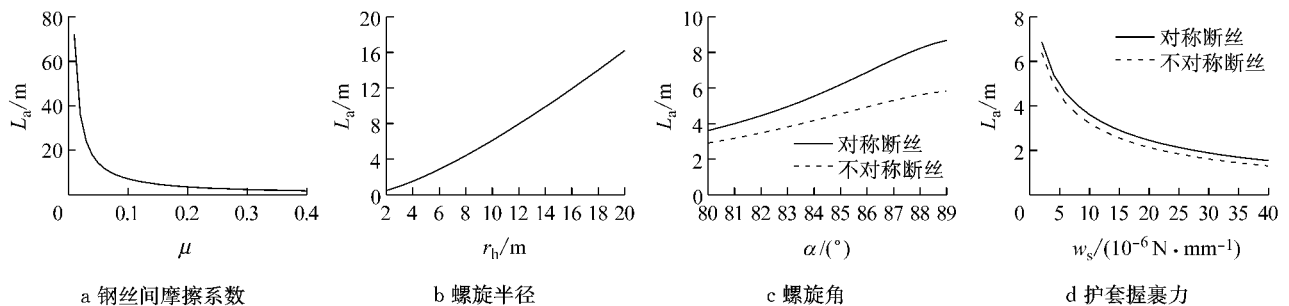


图7 影响长度参数敏感性分析(对称断丝3,4,6)

Fig.7 Parameters sensitivity analysis of the affected length with symmetric broken wires 3, 4 and 6

3 结论

(1)在影响长度内,各钢丝拉力分布不均匀,与断丝相邻的外层未断钢丝拉力增大,而与断丝对立的钢丝拉力减小,其余钢丝拉力变化不显著.

(2)在影响长度外,各钢丝拉力分布又变为均匀.断裂处破断钢丝拉力为零,随到断裂处距离的增加呈指数或线性增加;与断丝相邻钢丝在断裂处拉力最大,随距离的增加呈指数或线性衰减.

(3)在影响长度范围内,钢绞线拉力损失率基本为一限值,略低于钢绞线内钢丝断丝率;钢丝长度越长、直径越小,摩擦系数越大、护套握裹力越大及螺旋角越小,拉力损失率越小.

(4)影响长度与摩擦系数、护套握裹力成反比,但与螺旋半径、螺旋角成正比.

参考文献:

[1] 彭崇梅. 桥梁多层半平行钢丝索断丝损伤模型研究[D]. 上海:

同济大学, 2013.

PENG Chongmei. Research on damage model of multi-layered semi-parallel wire cables for bridges with broken wires [D]. Shanghai: Tongji University, 2013.

[2] 孔庆凯. 大跨中承式拱桥短吊杆结构行为研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2003.

KONG Qingkai. Structural behavior study on short suspenders of half through arch bridges with large span [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2003.

[3] 徐俊. 拉索损伤演化模型及剩余使用寿命评估[D]. 上海: 同济大学, 2006.

XU Jun. Damage evolution model and residual service life assessment of stay cable [D]. Shanghai: Tongji University, 2006.

[4] Raoof M, Kraincanic I. Recovery length in multilayered spiral Strands[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1995, 121(7): 795.

[5] MacDougall C. Behavior of monostrand tendons with broken wires[D]. London: The University of Western Ontario, 2001

[6] Machida S, Durelli A J. Response of a strand to axial and torsional displacements[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1973, 15(4): 241.