

考虑居民收入差异的城市过剩通勤模型

杨超¹, 蒲一超¹, 汪超²

(1. 同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804; 2. 杭州市城市规划设计研究院, 浙江 杭州 310012)

摘要: 在确定收入影响过剩通勤的基础上, 提出了考虑居民收入差异的城市过剩通勤模型, 并利用最优增长分布模型模拟城市劳动人口与就业岗位增长。以绵阳市为例, 通过模型分析得出, 在新增14%劳动力(岗位)的情况下可以达到最优职住平衡状态, 并提出了未来绵阳市的各个收入阶层新增劳动人口与就业岗位的建議。

关键词: 过剩通勤; 居民收入; 非集计; 最优增长分布模型
中图分类号: U491 **文献标志码:** A

Excess Commuting Model with a Consideration of Resident Income Difference

YANG Chao¹, PU Yichao¹, WANG Chao²

(1. Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Urban Planning and Design Institute of Hangzhou, Hangzhou 310012, China)

Abstract: An excess commuting model was established by taking income difference into consideration. Optimal spatial distribution model endogenously determine the number of additional workers and jobs. A case study of Mianyang City shows the best situation of job-housing balance reaches when jobs addition is up to 14%, and the future jobs-housing balancing policy proposal in Mianyang City for each income level is put forward based on this model.

Key words: excess commuting; resident income; disaggregated; optimal spatial distribution model

从1978年到2011年, 中国城镇化率由17.9%提高到51.3%^[1]。伴随着城镇化的快速推进, 城市空间结构与功能布局不协调, 导致城市的就业岗位(职)和居住地(住)在空间上的失衡, 城市土地、住房的市场化改革与单位制度改革进一步加剧了职住失衡。就业与人口分布失衡使得通勤距离大大增加, 早晚高峰潮汐现象明显, 交通设施利用效率低下, 由此

引发的能源消耗加剧、空气质量恶化等问题已纷纷在大城市中显现。

关于职住平衡与过剩通勤的研究多数采用集计数据进行分析, 假设所有通勤者具有同质性。然而这种假设过于理想, 在现实中不同通勤者之间存在着社会经济属性的差异。换言之, 集计数据可能掩盖了通勤者之间的这种差异。因此本文采用非集计数据, 从定量的角度研究过剩通勤的影响因素, 并在此基础上构建了考虑收入差异的过剩通勤模型, 利用最优增长分布模型结果制定职住平衡政策, 为精细规划提供了支撑。

1 已有研究回顾

Hamilton^[2]为验证城市土地利用的同心圆模型能否有效预测城市的实际通勤行为, 提出了浪费通勤的概念, 这是过剩通勤最初的起源。White^[3]认为利用单中心城市经济模型来解释复杂城市结构是不合适的, 从而提出了区域模型。这标志着过剩通勤的计算方法从连续城市结构模型转变到区域模型, 之后绝大多数研究都沿用了区域模型。Horner^[4]提出理论最大通勤距离模型, 理论最大通勤距离表示城市居住与就业的离散程度。理论最小和最大通勤模型表达式如下:

$$\min T = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\max T = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

约束条件

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = D_j, \forall j = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = O_i, \forall i = 1, \dots, m \quad (4)$$

$$x_{ij} \geq 0, \forall i, j \quad (5)$$

收稿日期: 2013-05-12

基金项目: 国家自然科学基金(71171147); 中央高校基本科研业务费专项资金

第一作者: 杨超(1974—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为交通运输规划与管理。E-mail: tongjiyc@tongji.edu.cn

式中: T 为平均通勤距离, W 表示研究区域内总通勤人数, x_{ij} 表示小区 i 到 j 的通勤人数, c_{ij} 表示小区 i 到 j 的通勤距离, O_i 表示在小区 i 居住者的数量, D_j 表示小区 j 的岗位数量, m 表示居住地小区的总数, n 表示就业地小区的总数. 目标函数以平均通勤距离最小(最大)为目标, 约束条件(3)确保了就业岗位需求都能满足, 而约束条件(4)保证了所有通勤者必须去工作, 约束条件(5)限定了变量为非负.

根据过剩通勤理论阐述过剩通勤率的定义, 计算公式如下:

$$E_c = \frac{T_{act} - T_{min}}{T_{act}} \times 100\% \quad (6)$$

式中: E_c 表示过剩通勤率, T_{act} 为实际通勤距离, T_{min} 表示理论最小通勤距离.

过剩通勤与通勤范围(最大值与最小值之差)之比定义为容量利用率, 表示通勤容量被消耗的比例, 用于比较不同城市间的通勤效率, 表达式如下:

$$U = \frac{T_{act} - T_{min}}{T_{max} - T_{min}} \times 100\% \quad (7)$$

式中: U 表示容量利用率, T_{max} 表示理论最大通勤距离(由 Horner 最大值模型计算得到).

Charron^[5]提出了随机平均通勤距离的概念, 并给出最大熵模型与蒙特卡罗仿真两种计算方法, 同时指出最大熵模型计算结果存在一定偏差, 但并未给出蒙特卡罗仿真的具体计算过程. Murphy 等^[6]在随机平均通勤距离的基础上提出了两种关于通勤效率的新指标, 即通勤效率与标准通勤效率, 同时利用蒙特卡罗仿真计算了随机平均通勤距离. 通勤效率与标准通勤效率计算公式如下:

$$C_e = \left(1 - \frac{T_{act}}{T_{md}}\right) \times 100\% \quad (8)$$

$$C_{Ne} = \frac{T_{md} - T_{act}}{T_{md} - T_{min}} \times 100\% \quad (9)$$

式中: C_e 表示通勤效率, C_{Ne} 表示标准通勤效率, T_{md} 表示随机平均通勤距离.

在过剩通勤应用方面, Layman 等^[7]将新增的劳动人口与就业岗位视为外生变量, 通过假设各种情景, 从中选取相对最优方案, 据此来制定政策. 而杨超等^[8]将新增的劳动人口与就业岗位视为内生变量, 提出了最优增长分布模型, 对过剩通勤框架进行了补充和完善.

另外一部分学者研究了过剩通勤的影响因素, 将社会经济属性加入到过剩通勤的框架内, 对已有模型进行改进. 大量的研究聚焦在职业、性别、收入、家庭结构、交通方式及种族等社会经济属性上.

Kim^[9]提出了双职工家庭的过剩通勤模型, 使得过剩通勤模型更加接近实际. Gabriel 等^[10]研究指出白人的通勤距离要比黑人长, Horner 等^[11]也得出了类似的结论. Buliung 等^[12]对多伦多地区研究后发现, 男性通勤距离要比女性长, 其中全职男性工作者的通勤距离最长, 究其原因可能与女性通勤者在家庭中的角色有关, 女性在家庭生活中更多地承担了照顾家庭的责任. Murphy^[13]对都柏林地区的公共交通通勤者与私人交通通勤者进行对比后发现, 随着公共交通网络密度增大, 会使公共交通通勤者的通勤距离下降. Giuliano 等^[14]对洛杉矶地区进行分析后发现, 管理与技术工人在通勤距离上要比服务业的工人长 40%. O'Kelly 等^[15]利用非集计数据, 计算了不同职业类型的过剩通勤率, 并指出职业类型与过剩通勤率的关系. Ma 等^[16]分析了首尔居民的职业对过剩通勤率的影响. Manaugh 等^[17]指出低收入者的通勤距离要比高收入者长, 低收入者的职住平衡程度更差. Niedzielski^[18]描述了职业与收入两种属性的共同作用.

上述研究中假设同一种社会经济属性对应的不同阶层间的居住与岗位是严格分开的, 不允许相互流通. 以收入为例, 即低收入居住者只能通勤至低收入的岗位, 同样高收入的居住者只能选择高收入的岗位就业, 这样的假设显得比较理想. 本研究针对这一不足, 充分考虑实际情况, 设计了不同收入阶层选择不同居住区域的过剩通勤模型, 从而更加准确地对过剩通勤进行研究.

2 考虑居民收入差异的过剩通勤模型

2.1 建模数据

本文采用 2010 年四川省绵阳市居民出行调查数据. 本次居民调查采取家访调查的形式, 将调查表发放到各居委会, 再由居委会组织人员对被抽中家庭进行调查. 调查共抽取家庭 10 593 户, 约 27 500 人, 抽样率 4%. 最终回收表格 10 120 户, 其中有效户数 9 359 户, 有效记录 19 944 人, 有效抽样率 3%. 研究针对绵阳市区范围, 对于出入市区的通勤暂不考虑, 因此小区划分时不考虑外部小区. 绵阳市区范围划分成 189 个小区, 并统计每个小区土地利用、人口、就业岗位、收入、性别等信息.

2.2 模型构建

对建模数据进一步分析, 分别探讨通勤方式、性别、收入三种社会经济因素对过剩通勤及职住平衡

的影响,研究发现通勤方式与性别对过剩通勤的影响较小,而收入对过剩通勤的影响较大^[19].在此假设低收入岗位的居民只能选择低收入的居住区,而高收入岗位的居民可以选择高收入的居住区,同时也可以选择低收入的居住区,因为高收入岗位的居民拥有更大的选择空间.

由于居民收入的差异,导致居住地选择的不同.建模思路如下:按照收入将岗位分成低、中、高三类岗位(I, II, III),三类岗位在小区中的数量已知.低收入岗位的居民不能选择高收入的居住区,而高收入岗位的居民可以选择高收入的居住区,也可选择低收入的居住区.为了与之前收入的分类一致,将居住区按小区平均收入从低到高分成 1, 2, 3 三类, 1 为低收入居住区, 2 为中等收入居住区, 3 为高收入居住区.三类居住区的集合分别为 I_1, I_2 和 I_3 ; 三类岗位的集合分别为 V_I, V_{II} 和 V_{III} . 考虑收入差异的过剩通勤模型见图 1.

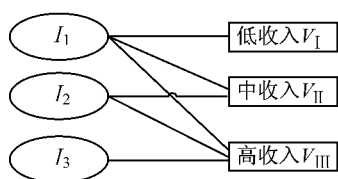


图 1 考虑收入差异的过剩通勤模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of excess commuting model with a consideration of income difference

从建模思路中看出,考虑收入差异的过剩通勤模型为广义运输能力限制下的运输问题与多产品运输问题的结合.广义运输能力限制下的运输问题将运输能力限制设定为产地到销地之间的一个确定值,随着确定值逐渐变小趋向于零时,则表示该路线上没有产品运输.在实质上没有涉及到路网中任意路径的实际运输能力限制,而是用这种运输能力的限制表示产地与销地的供求关系,在此表示低收入岗位的居民不能选择高收入的居住区.多产品运输问题是标准运输问题的一种拓展,将单一产品演变成了多种产品,在此表示三种不同收入水平的居民与岗位.综上所述考虑收入差异的过剩通勤模型数学表达式如下:

$$\min T = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^p c_{ij} x_{ijkl} \quad (10)$$

约束条件

$$\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^p x_{ijkl} = O_{ik}, \forall i, k \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^p x_{ijkl} = D_{jl}, \forall j, l \quad (12)$$

$$x_{ijkl} \leq d_{ijkl}, \forall i, j, k, l \quad (13)$$

$$x_{ijkl} \geq 0, \forall i, j, k, l \quad (14)$$

式中: i, j 表示小区, k 表示第 k 类居住区, l 表示第 l 类岗位. 约束条件(11)表示居住小区的各类通勤者数量已知,即供给量已知;约束条件(12)表示每个小区不同收入水平的岗位需求已知且都能满足. 约束条件(13)中 d_{ijkl} 为限制矩阵的元素,约束高收入小区的就业者通勤至低收入岗位. 限制矩阵取值如表 1. 约束条件(14)限定了通勤流为非负. 模型利用线性规划求解,在 Lingo 中编程实现.

表 1 限制矩阵取值

Tab. 1 Value of constraint matrix			
收入水平	V_I	V_{II}	V_{III}
I_1	M	M	M
I_2	0	M	M
I_3	0	0	M

注: M 为极大的常数.

2.3 结果分析

考虑收入差异的过剩通勤模型结果如表 2 所示,三类通勤者的平均理论最小通勤距离为 2 545.7 m,比基于集计数据模型的理论最小通勤距离 2 413.7 m 略大^[8].这是由于在此模型中假设了居住区的选择受收入水平的影响,进而限制某些低收入通勤者通勤至高收入的居住区.对不同收入水平对应的理论最小通勤距离进行分析,低收入通勤者的理论最小通勤最大距离为 2 894.9 m,中收入通勤者次之为 2 533.0 m,而高收入通勤者最小为 2 165.7 m.这说明高收入通勤者的职住平衡程度最好,相反低收入通勤者的职住平衡最差.其中的原因是高收入者拥有更大的居住选择空间,高收入者可以选择低价的小区,也可以选择高价的小区,而相对于低收入者来说,只能选择低价的居住小区.正是这种居住选择的限制,也造成了随机平均通勤距离与收入水平成反向关系,低收入者的随机平均通勤距离在三种收入水平的通勤者中最大.

表 2 考虑收入差异的过剩通勤模型结果

Tab. 2 Result of excess commuting model with a consideration of income difference

收入水平	T_{\min}	T_{act}	T_{\max}	T_{md}
低收入	2 894.9	5 213.4	8 373.1	7 983.5
中收入	2 533.0	4 880.9	8 507.9	7 754.9
高收入	2 165.7	4 276.5	7 882.3	7 438.4
平均值	2 545.7	4 847.2	8 203.5	7 748.5

在考虑收入差异的过剩通勤模型中,三类收入

通勤者的过剩通勤结果如表3所示。

表3 三类收入通勤者通勤结果对比

Tab.3 Commuting results for 3 income levels %				
收入水平	E_c	U	C_c	C_{Ne}
低收入	44.47	42.32	34.70	54.44
中收入	48.10	39.30	37.06	55.04
高收入	49.36	36.92	42.51	59.97

从过剩通勤率来看,三者过剩通勤率较为接近,低收入通勤者的过剩通勤率相对较低。而在容量利用率来看,低收入的容量利用率最大,表示低收入通勤者的通勤消耗最大,潜力最小。

从通勤效率与标准通勤效率来看,低收入者的通勤效率比中收入与高收入要稍低,但是相差不大。高收入通勤者的通勤效率与标准通勤效率分别为42.51%,59.97%,在三类通勤者中通勤效率最高。

3 最优增长分布模型

为了更好地进行科学化、精细化规划,在考虑收入差异的过剩通勤模型基础上,构建最优增长分布模型,模型以全局理论最小通勤距离为目标,探究各类收入的最优劳动人口(岗位)增长量及其增量的最优分布。

3.1 模型构建

模型将人口与岗位的增长看成内生变量,将用地类型与面积作为内生变量的约束,采用逐步增量的方法寻找最优新增量,模型的优点在于未改变现有城市结构。最优增长分布模型沿袭了区域模型的思想,居住选择限制下的最优增长分布模型数学表达式如下:

$$\min T = \frac{1}{W + \varphi} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^p c_{ijkl} x_{ijkl} \quad (15)$$

约束条件

$$\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^p x_{ijkl} = O_{ik} + y_{ik}, \forall i, k \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^p x_{ijkl} = D_{jl} + z_{jl}, \forall j, l \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^m y_{ik} = \varphi_k, \forall k \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^n z_{jl} = \varphi_l, \forall l \quad (19)$$

$$0 \leq y_{ik} \leq u_{ik}, \forall i, k \quad (20)$$

$$0 \leq z_{jl} \leq v_{jl}, \forall j, l \quad (21)$$

$$x_{ijkl} \leq d_{ijkl}, \forall i, j, k, l \quad (22)$$

式中: y_{ik} 表示在小区*i*中新增的第*k*类劳动者数量; z_{jl} 表示在小区*j*中新增的第*l*类就业岗位数量, φ_k

表示研究区域内的新增第*k*类劳动者总量, φ_l 表示第*l*类新增岗位的数量。值得注意的是,为了保持不同类型岗位之间的现状比例,不同类型新增岗位按照现状固定比例增加。 u_{ik} 、 v_{jl} 分别表示劳动者与就业岗位增长的上限,根据每个小区的土地资源承载力以及其他环境限制来确定 u_{ik} 、 v_{jl} 的取值。

3.2 结果分析

研究假设每个小区30%作为土地承载力来约束小区新增人口与就业岗位。换言之,总体研究区域的增长上限也为30%,而下限的值则取零,保证增量为非负。为寻求最优增量,研究采取逐步增量法对每种方案进行测试。劳动人口(岗位)新增量和理论最小通勤距离的关系如图2所示。

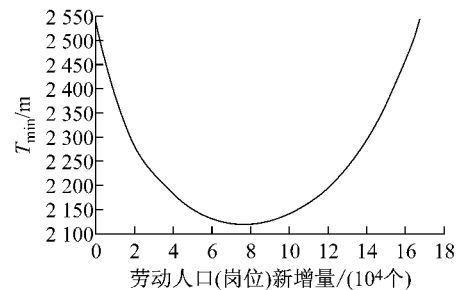


图2 劳动人口(岗位)新增量与理论最小通勤距离关系

Fig.2 Relationship between additional commuters and the theoretical minimal commute

从图2中看出,通勤者的理论最小通勤随着新增通勤量的增加而下降,而通勤量增加到某一点时达到最小,之后理论最小通勤距离随着新增通勤量的增加而增加。分析其原因是由于在岗位富裕区,劳动者的增加促进了小区内职住平衡,小区内部的通勤流代替了来自其他小区的通勤流;同样对于劳动者富裕区,就业岗位的增加也促进了职住平衡,使得原先通勤去其他小区的劳动者可以就近工作,这使得平均通勤距离减小。随着新增通勤量的增加,平均通勤距离会达到最小值,然而随着新增通勤量的继续增加,已达到职住平衡的小区再次出现了不平衡,使平均通勤距离逐渐变大。

模型结果显示,绵阳市在保持现有城市结构的基础上增加77 500个劳动者和岗位,其中低、中、高收入的劳动者与岗位数量分别为16 087,48 237,13 176个,在这种情况下能够达到最佳的职住平衡状态。模型最优状态下过剩通勤指标与职住平衡分布如表4所示。理论最小通勤距离为2 118.6 m,比现状理论最小通勤距离(2 545.7 m)减小了16.8%。最大平均通勤距离比现状上升7%,随机平均通勤距

离与现状相比有小幅下降,为 3.2%。

表 4 最优增长分布模型前后过剩通勤结果对比

Tab.4 Comparison between optimal spatial distribution model result and the present situation

指标	T_{\min}	T_{act}	T_{\max}	T_{nd}
现状	2 545.7	4 847.2	8 203.5	7 748.5
最优状态	2 118.6	—	8 779.1	7 499.6

对新增人口与岗位进行合理的空间布局有利于减少通勤交通,从根源上缓解交通压力.在最佳的职住平衡状态下,不同收入新增就业岗位具体分布结果如图 3 所示.从最优分布上看,建议在绵阳市的外围地区增加岗位,图中颜色越深表示岗位数量增加越多.不同收入新增劳动人口分布结果如图 4 所示.

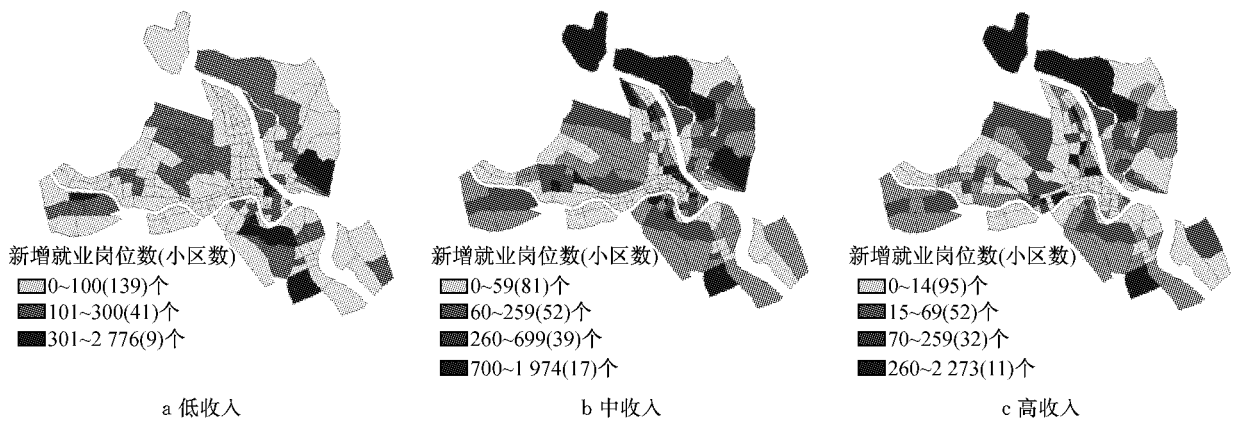


图 3 三种收入水平的新增就业岗位分布状况
Fig.3 Additional jobs distribution for 3 income levels

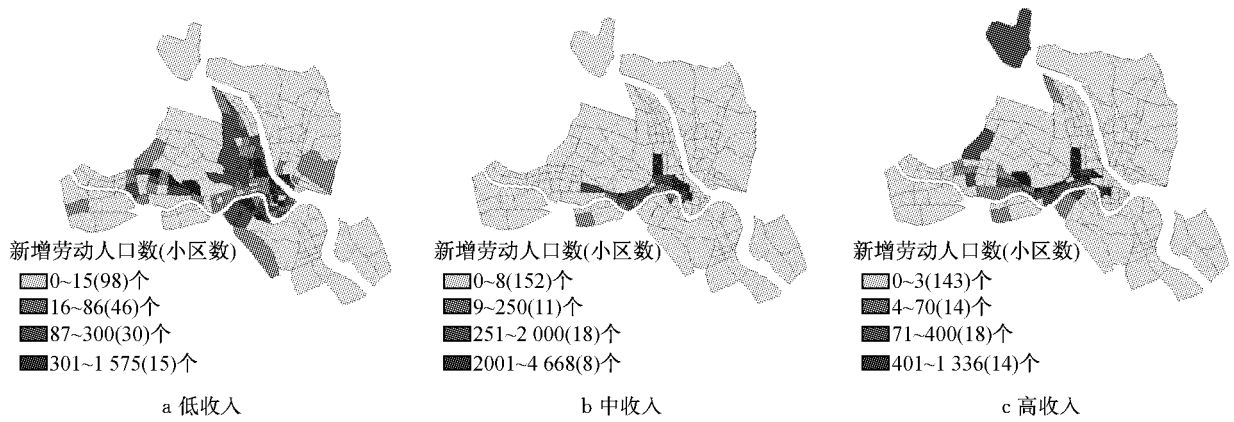


图 4 三种收入水平的新增劳动人口分布图
Fig.4 Additional labors distribution for 3 income levels

4 结语

本文利用非集计数据以绵阳市为例,对已有研究的假设进行了修正,提出了考虑收入差异的过剩通勤模型,使得模型更接近真实情况.在理论上,对过剩通勤框架做了补充;实际应用上,为精细规划提供了支撑.根据最优增长分布模型计算,研究区域在分别增加 16 087 低收入劳动人口(岗位)、48 237 中收入劳动人口(岗位)、13 176 高收入劳动人口(岗位)时,通勤者的职住平衡达到最优.然而,研究未考

虑非就业人口以及最优增长分布模型的内生变量只能为非负,这些不足在一定程度上限制了模型的应用.

虽然过剩通勤与家庭收入具有十分显著的相关性,但居民的户籍类型、住房产权和类型、教育程度、职业类型、个人偏好以及城市交通系统的运输能力、社会经济体制改革、住房和土地政策、城市规划与建设等都会在不同程度上对过剩通勤产生影响.本文从影响最为显著的收入差异入手,构建更为实用的过剩通勤模型,为后续研究其他影响因素奠定了基础.

参考文献:

- [1] 全永桑. 专题导读 [J]. 城市交通, 2012, 6(10): 5.
QUAN Yongxin. An introduction to special topics [J]. Urban Transport of China, 2012, 6(10): 5.
- [2] Hamilton B W. Wasteful commuting [J]. The Journal of Political Economy, 1982, 90: 1035.
- [3] White M J. Urban commuting journeys are not "wasteful" [J]. The Journal of Political Economy, 1988, 96: 1097.
- [4] Horner M W. Extensions to the concept of excess commuting [J]. Environment and Planning A, 2002, 34(3): 543.
- [5] Charron M. From excess commuting to commuting possibilities: more extension to the concept of excess commuting [J]. Environment and Planning B, 2007, 39(5): 1238.
- [6] Murphy E, Killen E J. Commuting economy: an alternative approach for assessing regional commuting efficiency [J]. Urban Studies, 2011, 48(6): 1255.
- [7] Layman C C, Horner M W. Comparing methods for measuring excess commuting and jobs-housing balance: an empirical analysis of land use changes [C/CD]//89th Annual Meeting of the Transportation Research Board. Washington D C: TRB, 2010.
- [8] 杨超, 汪超. 城市过剩通勤与职住平衡模型 [J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2013, 41(11): 1712.
YANG Chao, WANG Chao. Excess commuting and jobs-housing balance relationship research [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2013, 41(11): 1712.
- [9] Kim S. Excess commuting for two-worker households in the Los Angeles metropolitan area [J]. Journal of Urban Economics, 1995, 38: 166.
- [10] Gabriel S A, Rosenthal S S. Commutes, neighborhood effects, and earnings: an analysis of racial discrimination and compensating differentials [J]. Journal of Urban Economic, 1996, 40(1): 61.
- [11] Horner M W, Mefford J N. Investigating urban spatial mismatch using job-housing indicators to model home-work separation [J]. Environment and Planning A, 2007, 39(6): 1420.
- [12] Buliung R N, Kanaroglu P S. Commute minimization in the Greater Toronto Area: applying a modified excess commute [J]. Journal of Transport Geography, 2002, 10: 177.
- [13] Murphy E. Excess commuting and modal choice [J]. Transportation Research Part A, 2009, 43: 735.
- [14] Giuliano G, Small K A. Is the journey to work explained by urban structure? [J] Urban Studies, 1993, 30(9): 1485.
- [15] O'Kelly M E, Lee W. Disaggregate journey-to-work data: implications for excess commuting and jobs-housing balance [J]. Environment and Planning A, 2005, 37(12): 2233.
- [16] Ma K R, Banister D. Extended excess commuting: a measure of the jobs-housing imbalance in Seoul [J]. Urban Studies, 2006, 43(11): 2099.
- [17] Manaugh K, Miranda-Moreno L F, El-Geneidy A M. The effect of neighborhood characteristics, accessibility, home-work location, and demographics on commuting distances [J]. Transportation, 2010, 37(4): 627.
- [18] Niedzielski M A. How far is too far? spatial and socio-demographic determinants of "locked-in" commuting [D]. Columbus: The Ohio State University, 2009.
- [19] 汪超. 城市职住平衡与过剩通勤研究 [D]. 上海: 同济大学, 2013.
WANG Chao. Study of job-housing balance and excess commuting [D]. Shanghai: Tongji University, 2013.

(上接第 526 页)

- [6] Hong W, Yea G G, Kim T H, et al. Evaluation of unit skin friction to large size pneumatic caisson during the process of sinking [C]// Proceedings of 15th International Offshore and Polar Engineering Conference. Cupertino: The International Society of Offshore and Polar Engineers, 2005: 555-561.
- [7] 王海林, 彭芳乐, 徐正良, 等. 气压沉箱施工对周边地层环境影响的现场监测与数值模拟研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 30(Z2): 3941.
WANG Hailin, PENG Fangle, XU Zhengliang, et al. Field measurements and numerical simulation of ground deformation induced by pneumatic caisson construction [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 30(Supplement 2): 3941.
- [8] Schanz T, Vermeer P A, Bonnier P G. The Hardening soil model-formulation and verification [C]// Proceedings of Plaxis-Symposium: Beyond 2000 in Computational Geotechnics—10 Years of PLAXIS. Rotterdam: Balkema A A, 1999: 281-296.
- [9] 王卫东, 王浩然, 徐中华. 基坑开挖数值分析中土体硬化模型参数的试验研究 [J]. 岩土力学, 2012, 33(8): 2283.
WANG Weidong, WANG Haoran, XU Zhonghua. Experimental study of parameters of hardening soil model for numerical analysis of excavations of foundation pits [J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(8): 2283.
- [10] 陈波. 上海软土力学特性及弹塑性模拟 [D]. 上海: 上海大学, 2008.
CHEN Bo. Mechanical behavior of remoulded overconsolidated Shanghai soft clay and its elastoplastic simulation [D]. Shanghai: Shanghai University, 2008.