

单人跳跃荷载模型及其参数取值

陈 隽¹, 王 玲^{1,2}, 王浩祺¹

(1. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学 建筑设计研究院(集团)有限公司, 上海 200092)

摘要: 采用三维动作捕捉技术结合固定测力板, 开展了 100 人次 5 种跳跃频率下的跳跃荷载曲线的测试实验. 在跳跃荷载的傅里叶级数模型基础上, 通过对实验数据的分析指出模型的计算谐波阶数可取为 6 阶, 模型中傅里叶系数(动载因子)和相位角则可根据已知设计条件按两种方法取值, 分别利用给定的跳跃频率或跳跃接触率来计算. 讨论了两种取值方法的优缺点和适用条件, 进一步给出了所建议荷载模型的详细使用步骤, 并与国外现有荷载模型的动载因子值进行了对比.

关键词: 跳跃荷载; 傅里叶级数模型; 动载因子; 相位角

中图分类号: TU312.1

文献标志码: A

Experimental Investigation on Single Person's Jumping Load Model and Its Parameters

CHEN Jun¹, WANG Ling^{1,2}, WANG Haoqi¹

(1. State key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Tongji Architecture Design (Group) Co. Ltd., Shanghai 200092, China)

Abstract: This paper aims to develop the load model for single person's jumping. The three-dimension motion capture technology was employed in the experiment in conjunction with force plates to record the jumping load curves. One hundred subjects participated in the experiment and every subject completed five test cases including one free jumping case and four fixed-frequency jumping cases. Based on the experimental results and the classical Fourier series function, the jumping load model was developed and its parameters could be determined by the preset jumping frequency or the jumping contact ratio. Maximum order of harmonics of the model was proposed to be as six. Advantages and disadvantages of the two ways were discussed as well as the detailed application procedure of the model.

Key words: jumping load; Fourier-series model; dynamic load factor; phase angle

人体在完成步行、跑动、跳跃以及舞蹈等动作时, 对支撑结构产生的动力作用称为人致激励, 由此引发的结构振动称为人致结构振动. 人致激励一般分为连续接触型(如步行)和非连续接触型(如跑、跳)两类, 是大跨度楼盖、大跨(人行)桥、体育看台、柔性楼梯、空中连廊以及安装有精密仪器的高科技厂房、医院等工程结构的重要设计荷载. 过大的人致结构振动可对结构的安全性或适用性造成严重威胁. 例如, 伦敦千禧桥开幕当日行人导致结构大幅振动的事故; 在巴西、英国和法国等地由于观众跑、跳而引起的体育看台的大幅振动甚至结构破坏事件^[1-2]. 新近, 媒体报道韩国一幢高层建筑的第 12 层健身房的使用者在集体跳健身操时, 造成整幢大楼显著振动摇摆, 致使其他楼层的使用者纷纷逃离, 造成了很大的恐慌^[3].

正确的荷载取值是准确的结构分析与合理的工程设计的基本前提. 然而, 我国目前关于跳跃荷载的实验研究工作仍极为缺乏, 没有自己的跳跃荷载模型, 工程设计时一般由工程师根据经验选用国外的模型. 然而, 国外现有模型的系数和频谱特性也存在较大差别, 不同模型的结构响应计算结果差异很大, 尚无普遍认可的跳跃荷载模型^[4-5]. 此外, 国内外运动医学及生物力学等领域的研究成果也已表明, 由于人体的体重分布、体段质量、质心与惯性矩等特征参数的差异, 甚至由于行为习惯与方式的不同, 不同人种的人致激励动力特性差别较大. 如 2011 年文献^[2]根据实测数据指出: “典型德国人群”与“典型英国人群”对体育看台所施加的作用不同.

跳跃荷载是典型非连续接触型人致激励, 会对结构造成很大的动力作用. 针对缺少跳跃荷载分析模型的现实问题, 本文通过实验实测了大量的单人跳跃荷载曲线, 结合经典的傅里叶级数模型, 建议了跳跃荷载的级数模型并由实验数据确定了荷载模型

收稿日期: 2013-08-05

基金项目: 国家自然科学基金(51178338); 教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-12-0416)

第一作者: 陈 隽(1972—), 男, 工学博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为大跨工程结构的振动与监测.

E-mail: ceichen@tongji.edu.cn

参数的取值方法以供工程设计使用。

1 单人跳跃荷载实验

1.1 三维动作捕捉技术

采用三维动作捕捉技术和固定于地面上的三向测力板,本研究分两阶段完成了 100 人次 5 种跳跃频率的单人跳跃荷载的实验。图 1 为一名测试者在进行跳跃实验的情况。三维动作捕捉是目前常用于影视动画制作、运动医学与生物力学研究的一种先进的测试技术,它通过多台红外摄像机来记录测试

者身上的 Marker 点(图 1 中发亮的白点)的空间运动轨迹,从而全面掌握测试者跳跃过程中的身体姿态。本实验采用配有 10 个摄像机的 Vicon 运动捕捉系统,每位测试者身上安装 39 个 Marker,空间定位精度为 0.1 mm,另外配合两块 AMTI OR6-7 型三向测力板。测试志愿者均为健康成人,主要为同济大学师生,总共 100 人,男性 78 人,女性 22 人,分两阶段参加了测试^[5]。全部测试者年龄、体重和身高的范围分别为:20~33 岁,39~88 kg 以及 1.55~1.85 m,表 1 详细总结了两阶段实验对象以上参数的统计信息。

表 1 两阶段跳跃实验测试者基本情况统计

Tab.1 Statistics of all the test subjects in two-stage test

实验阶段	性别	人数/人	年龄/岁		体重/kg		身高/mm	
			均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
第 I 阶段	男	21	26.1	2.14	67.5	8.56	1 729.5	59.78
	女	6	24.8	0.98	52.1	8.06	1 620.0	49.40
第 II 阶段	男	57	23.4	1.64	65.4	9.85	1 724.8	146.71
	女	16	23.1	0.92	51.6	6.87	1 616.9	30.81

此前,捕捉技术在国内外人致荷载实验中极少采用。本实验表明此技术可很好地解决仅利用测力板实验时所碰到的两大问题:(1)确保跳跃荷载控制参数的精度。根据测试者左右足上的各三个 Marker 点(图 1),能得到跳跃过程中各足足尖落地和离地的精准时刻,从而可准确计算跳跃频率和接触率等重要的模型控制参数。由于每个跳跃周期内双足与地面接触的时间只有零点几秒,因此若仍采用荷载曲线近零点时刻粗略估计参数的传统方式,会引入人为判断的误差;(2)保证测试数据的有效性。由足部 Marker 点的轨迹记录,可准确判断测试者跳跃过程中有无出现‘跳出测力板范围’和‘脚未离开测力板’两种常见错误,而传统实验方法则完全依赖实验时

的人工肉眼判断。

1.2 实验步骤与记录

实验中,测试者在一块三向测力板上完成持续的原地连续跳跃运动,5 组实验工况为 1 组自由跳跃和 4 组节拍器引导的固定频率跳跃。跳跃频率依据人体生理条件并参考国外已有实验,定为 1.5、2.0、2.67 以及 3.5 Hz 四种,所对应的节拍器节奏分别为 90、120、160、210 拍·min⁻¹。测试者在每个实验工况需完成持续 30 s 以上的连续跳跃,双足完整落在测力板有效范围内作为合格工况。各工况间休息至无疲惫感后再进行下一个工况的实验。

图 2 是实测典型竖向力曲线。为更好地反映不同频率跳跃的特点,图 3 将某位测试者各固定频率的跳跃曲线按单次跳跃(即脚尖着地到下一次脚尖着地的区间)分割后绘制在同一张图中。图中, G 为跳跃者体重, $F(t)$ 为实测竖向跳跃力, K_p 为 $F(t)$ 与 G 的比值。可见,低频 1.5 Hz 跳跃时,由于频率低而存在类似步行运动时的脚尖和脚跟两次接触地面的情况,所以荷载曲线呈现双峰特性。2.0 Hz 以上是由于仅有脚尖一次着地,因此曲线为单峰,且频率越高脚尖与地面接触时间越短。更详细的实验设备与实验过程描述见文献^[5]。

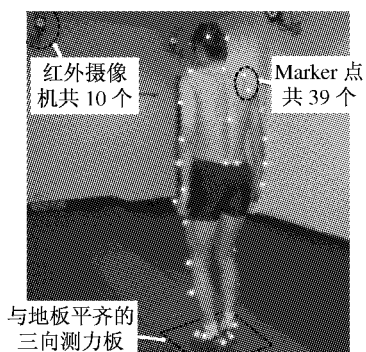


图 1 测试者进行单人跳跃实验

Fig.1 Test subject in the experiment

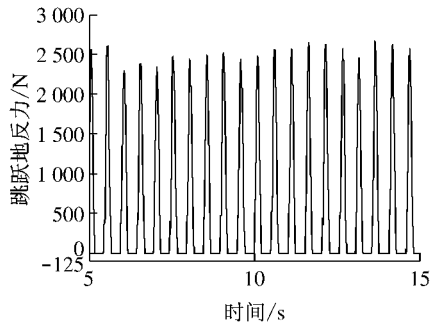


图2 典型单人跳跃竖向荷载曲线

Fig.2 Typical experiment curves of vertical jumping forces

2 跳跃荷载的傅里叶级数模型及模型参数的确定

2.1 跳跃荷载傅里叶级数模型

图2实测荷载曲线具有周期性重复的特征,因此一般可将人的跳跃荷载曲线 $F(t)$ 假定为周期性函数,并采用傅里叶级数模型来描述,即

$$F(t) = G(a_0 + \sum_{n=1}^N a_n \cos 2nf_p \pi t + \sum_{n=1}^N b_n \sin 2nf_p \pi t) = G(1.0 + \sum_{n=1}^N r_n \sin(2nf_p \pi t + \phi_n)) \quad (1)$$

式中: $F(t)$ 为跳跃力时程; t 为时间; N 为模型截断阶

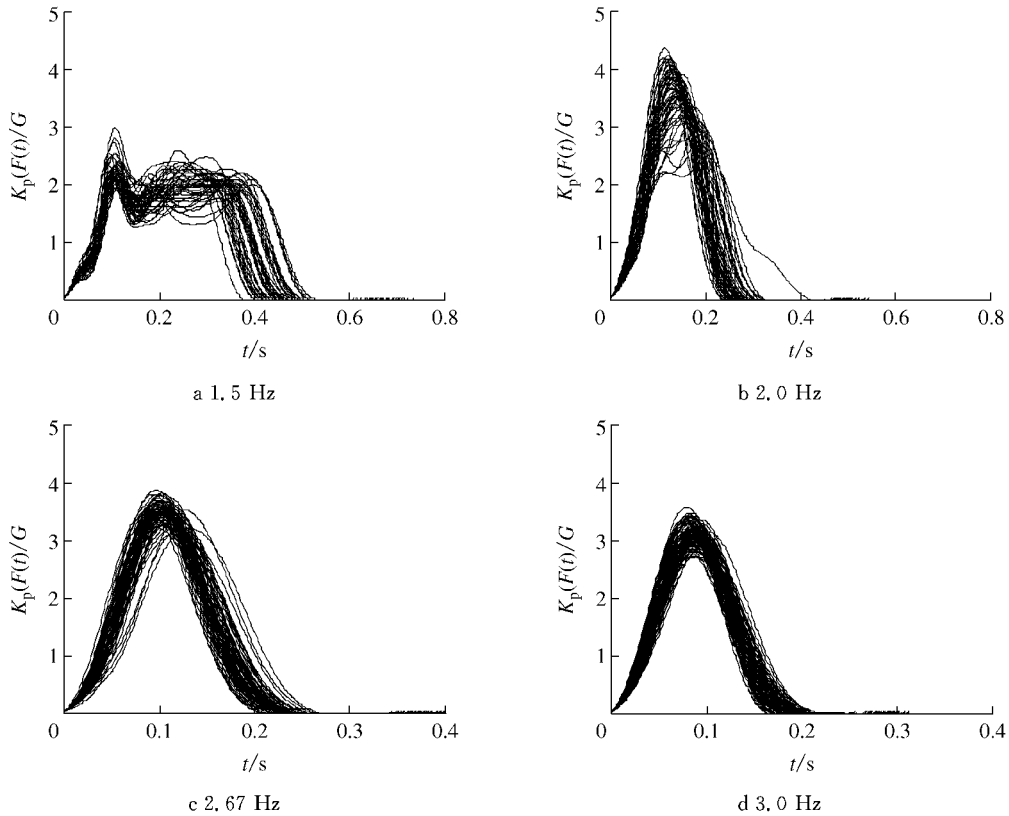


图3 某位测试者4组固定频率工况下的单次跳跃荷载曲线

Fig.3 Single jump curves of different jumping frequencies

数; f_p 为跳跃频率; r_n 为第 n 阶傅里叶系数,亦称为动载因子(dynamic load factor, DLF); ϕ_n 为第 n 阶相位角(弧度), a_0, a_n, b_n 为模型系数,各系数可通过以下的公式获得:

$$a_n = \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} F(t) \cos 2nf_p \pi t dt \quad (2a)$$

$$b_n = \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} F(t) \sin 2nf_p \pi t dt \quad (2b)$$

$$r_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (3)$$

$$\phi_n = \begin{cases} \tan^{-1} \left(\frac{a_n}{b_n} \right) + \pi, & b_n < 0 \\ -\frac{\pi}{2}, & b_n = 0, a_n < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & b_n = 0, a_n > 0 \\ \tan^{-1} \left(\frac{a_n}{b_n} \right), & b_n > 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中: T_p 为跳跃周期。

使用上述跳跃荷载模型时需要确定模型的阶次

N 以及动载因子 r_n, φ_n (或 a_n, b_n) 等参数。

2.2 模型阶数 N

荷载模型使用时应确定合理的计算谐波阶数 N 以对傅里叶级数进行截断。Ji^[6] 与 Racic^[7] 在其研究中指出, 所需傅里叶级数谐波阶数 N 的确定并非完全取决于对荷载曲线描述的准确程度, 还取决于对结构振动响应的贡献大小。最新的英国规范 BRE digest 426^[8] 中建议在设计含有健身房的多高层公寓时, 需要考虑荷载的高阶谐波分量对结构振动响应的影响, 并指出即使能量较低的第 6 阶谐波分量也可能引发结构振动舒适度问题。一般说来, 结构的刚度越大所需要考虑的谐波阶数越多, 例如 Ji^[6] 建议了以下的估计公式

$$N = \text{int}(f_1/f_p) \quad (5)$$

式中: f_1 为结构频率; f_p 为跳跃频率。

综合以上以及对本实验结果的分析, 本文取 $N=6$ 以满足荷载模型与振动响应准确性的要求。

2.3 动载因子取值

表 2 实验获得的前 6 阶动载因子与相位角变化范围和均值(括号内)

Tab. 2 Variation range and mean value of DLF and phase angles for the first 6 harmonics

频率 /Hz	参数	模型阶数 n					
		$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$
1.5 Hz	r_n	0.8~1.6(1.20)	0.1~1.0(0.36)	0.1~0.4(0.24)	0.05~0.25(0.14)	0.05~0.2(0.12)	0.03~0.15(0.09)
	ϕ_n	1.2~2.1(1.63)	1.0~2.0(1.53)	1.2~2.0(1.59)	1.1~2.0(1.61)	1.1~2.2(1.61)	1.0~2.2(1.60)
2.0 Hz	r_n	1.2~1.7(1.43)	0.1~1.1(0.49)	0.05~0.35(0.15)	0.05~0.20(0.11)	0.02~0.15(0.08)	0.02~0.12(0.06)
	ϕ_n	1.0~2.0(1.60)	1.1~2.0(1.59)	1.2~2.0(1.62)	1.2~2.0(1.63)	1.2~1.8(1.58)	1.2~2.0(1.59)
2.675 Hz	r_n	1.3~1.7(1.49)	0.2~1.0(0.60)	0.05~0.30(0.16)	0.02~0.15(0.08)	0.02~0.10(0.04)	0.01~0.05(0.02)
	ϕ_n	1.1~2.0(1.59)	1.2~1.9(1.60)	1.4~1.8(1.58)	1.3~1.8(1.54)	1.3~1.8(1.58)	1.3~1.8(1.55)
3.5 Hz	r_n	1.4~1.7(1.48)	0.4~0.8(0.60)	0.05~0.25(0.14)	0.02~0.10(0.05)	0.02~0.05(0.02)	0.01~0.02(0.01)
	ϕ_n	1.3~1.8(1.54)	1.2~1.9(1.57)	1.4~1.8(1.54)	1.3~1.9(1.58)	1.3~1.7(1.56)	1.3~1.8(1.55)

表 3 各阶动载因子与跳跃频率直线方程的拟合系数

Tab. 3 The coefficients of Equation 5 for the first 6 harmonics

参数	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$
c_n	1.381	0.429	0.197	0.224	0.192	0.144
k_n	0.033	0.055	-0.017	-0.055	-0.054	-0.043

2.3.2 动载因子计算: 方法二

$F(t)$ 的函数模型, 需要首先定义曲线上几个重要的特征参数。图 5 为实测跳跃荷载时程, 两条竖向虚线间为单次跳跃曲线, T_p 为跳跃周期, t_p 为接触时间, $\alpha = t_p/T_p$ 定义为跳跃接触率, 脉冲系数 $K_p = F_{\max}/G$, 其中 $F_{\max}$ 为实测 $F(t)$ 的最大值。目前常用半正弦函数来描述单次跳跃曲线 $F(t)$, 即

$$F(t) = \begin{cases} K_p G \sin(\pi t/t_p) & 0 \leq t \leq t_p \\ 0 & t_p \leq t \leq T_p \end{cases} \quad (7)$$

作者在此前的研究^[9] 中根据实验结果指出式

利用实验记录确定荷载模型参数有两种方法:

(1) 将不同跳跃频率时的实测 $F(t)$ 代入式(2)~(4) 计算。注意, 此时 $F(t)$ 是对应一个跳跃周期 T_p 的实测曲线; (2) 由实验结果首先确定 $F(t)$ 的解析表达式后再代入式(2)~(4) 计算。以下分别给出两种方法的实验分析结果。

2.3.1 动载因子计算: 方法一

经数据质量检验后, 实验共获得了 22 921 条有效单次跳跃曲线 $F(t)$ 。将所有曲线按频率分组后, 按照方法一计算获得了前 6 阶动载因子和相位角, 统计结果见表 2。表中, 括号内数字为平均值。实验数据表明, 各阶相位角与跳跃频率没有明显的关联。另一方面, 图 4 结果表明第 1, 2 阶动载因子随跳跃频率呈线性增长趋势, 而第 3~6 阶动载因子则随跳跃频率呈线性下降趋势。因此, 利用如下直线方程拟合实验数据, 可得到方程中的参数, 见表 3。

$$r_n = c_n + k_n f_p \quad (6)$$

式中, c_n, k_n 均为拟合系数。

(7) 不能合理反映高频跳跃的情况, 并提出了半正弦平方的函数模型, 具体见式(8)。图 6 比较了不同跳跃频率时实测的 $F(t)$ 曲线以及由公式(7)~(8) 计算的曲线, 显然式(8) 的结果更为合理。

$$F(t) = \begin{cases} K_p G \sin(\pi t/t_p) & 0 \leq t < t_p, \text{ 当 } f_p \leq 1.5 \text{ Hz} \\ K_p G \sin^2(\pi t/t_p) & 0 \leq t < t_p, \text{ 当 } f_p \in (1.5, 3.5 \text{ Hz}] \\ 0 & t_p \leq t \leq T_p \end{cases} \quad (8)$$

将单次跳跃荷载曲线 $F(t)$ 的解析表达式(式(7)~(8))代入到式(2)中, 经推导可建立傅里叶级数的系数 a_n, b_n 与接触率 α 的关系式, 见式(9)(对应式(7)半正弦模型)及式(10)(对应式(8)半正弦平方模型)。

半正弦:

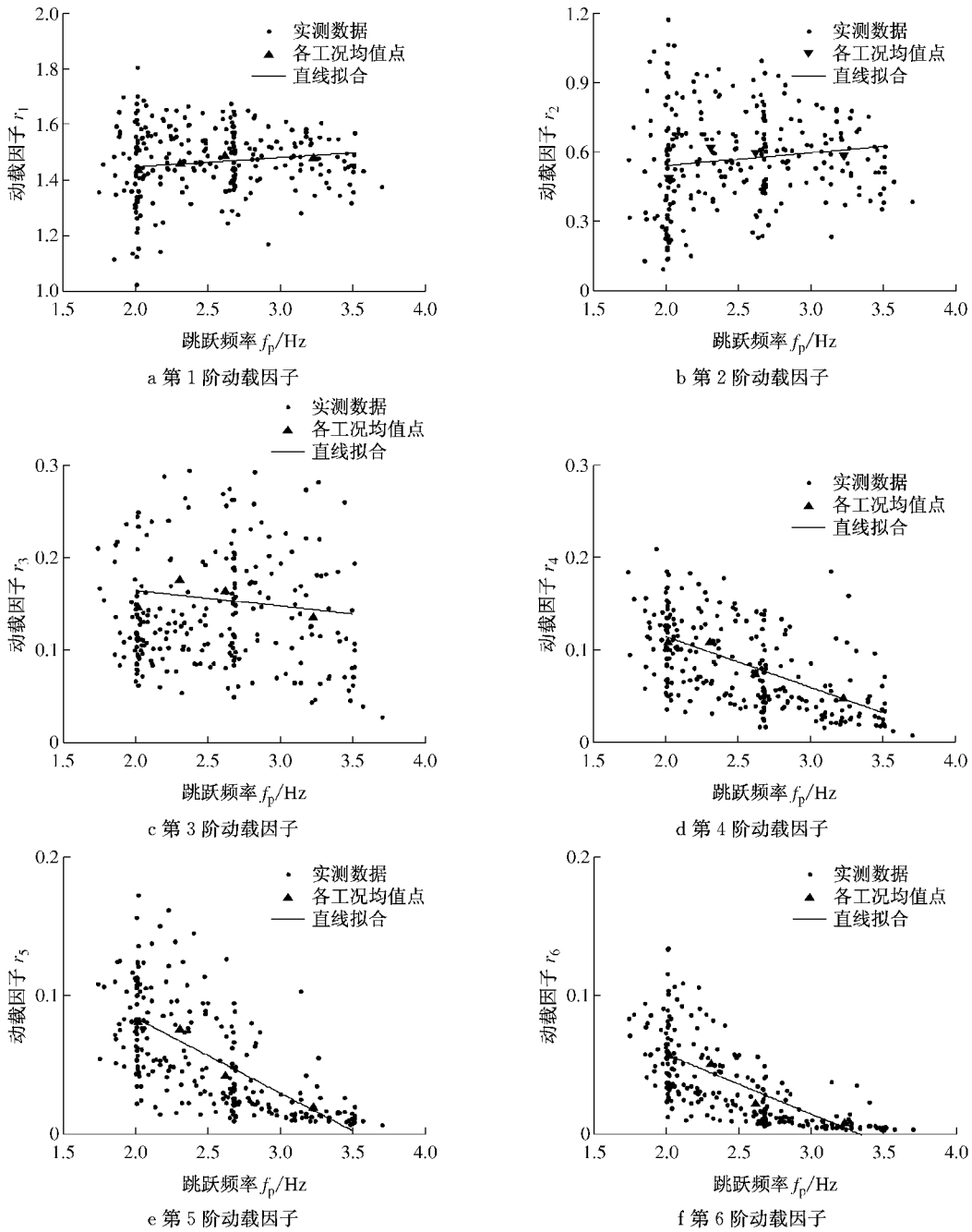


图4 前6阶动载因子随跳跃频率的变化趋势

Fig.4 Variation of DLFs for the first 6 harmonics with the jumping frequency

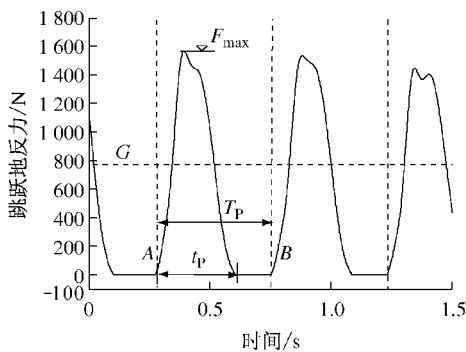


图5 单次跳跃荷载曲线特征参数定义

Fig.5 Definition of controlling parameters of the single jump force curve

$$a_n = \begin{cases} 0, & n\alpha = 0.5 \\ \frac{1 + \cos(2n\pi\alpha)}{(1 - 4n^2\alpha^2)}, & n\alpha \neq 0.5 \end{cases} \quad (9a)$$

$$b_n = \begin{cases} \pi/2, & n\alpha = 0.5 \\ \frac{\sin(2n\pi\alpha)}{(1 - 4n^2\alpha^2)}, & n\alpha \neq 0.5 \end{cases} \quad (9b)$$

半正弦平方:

$$a_n = \begin{cases} 0, & n\alpha = 1 \\ \frac{\sin(2n\pi\alpha)}{\pi n\alpha (1 - n^2\alpha^2)}, & n\alpha \neq 1 \end{cases} \quad (10a)$$

$$b_n = \begin{cases} 0, & n\alpha = 1 \\ \frac{1 - \cos(2n\pi\alpha)}{\pi n\alpha (1 - n^2\alpha^2)}, & n\alpha \neq 1 \end{cases} \quad (10b)$$

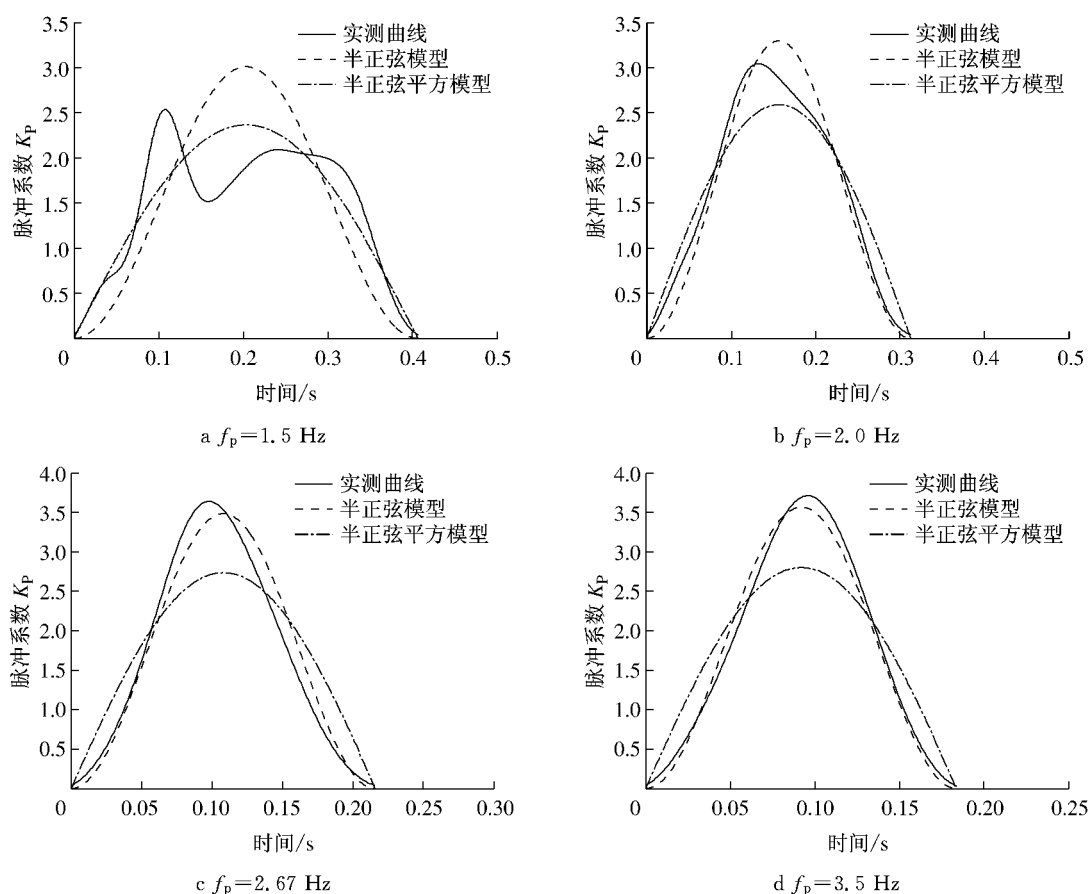


图 6 跳跃荷载模型曲线与实测力时程曲线的对比

Fig.6 Comparison of the measured and the calculated jumping force curves

进一步将式(9)(或式(10))所得 a_n , b_n 值代入式(3)~(4), 便可获得动载因子 r_n 以及相位角 φ_n 与接触率 α 之间的关系曲线. 图 7 比较了前 4 阶动载因子与接触率 α 关系曲线与实测值的对比, 其中虚线为半正弦模型结果(即式(9)), 实线为半正弦平方模型结果(即式(10)), 散点为实验结果. 可见, 本研究建议的半正弦平方模型的结果更接近实测值.

3 跳跃荷载模型参数的确定及荷载模型使用步骤

基于跳跃荷载傅里叶级数模型(式(1))及以上关于模型参数取值的讨论, 本文提出下面两种针对不同已知条件的荷载模型参数的确定方法和模型应用步骤.

3.1 方法 1: 已知跳跃频率 f_p

(1) 确定跳跃者体重 G ;

(2) 由式(6)和表 2, 由 f_p 计算前 6 阶动载因子 r_n . 前 6 阶相位角 φ_n 取表 1 中与 f_p 接近的实测结果的均值;

(3) 将 r_n 和 φ_n 代入式(1)可获得跳跃荷载时程曲线用于结构响应计算.

方法 1 的最大优点是使用方便. 因为人致结构振动分析往往针对最不利的共振情况, 此时可方便地由目标结构的频率确定 f_p , 进而生成跳跃荷载用于分析. 缺点是当目标结构的高阶模态贡献不能忽略时, 需要经过试算来确定最不利频率; 此外, 此方式只能获得最多 6 阶动载因子, 相位角的确定完全依赖实验数据.

3.2 方法 2: 已知跳跃接触率 α

(1) 确定跳跃者体重 G ;

(2) 由目标结构的功能要求确定可能的跳跃接触率 α . 确定的一般原则是运动越剧烈、跳跃频率越高则跳跃接触率 α 越小. 例如, 有氧健身操可取 0.67~0.70; 有氧跳跃运动取 0.50; 剧烈跳跃运动取 0.40 等;

(3) 按式(10)计算 a_n , b_n , 进而由公式(3)~(4)计算 r_n , φ_n , 代入式(1)形成跳跃时程.

表 4 给出了一些常用接触率下 r_n , φ_n 的计算结果.

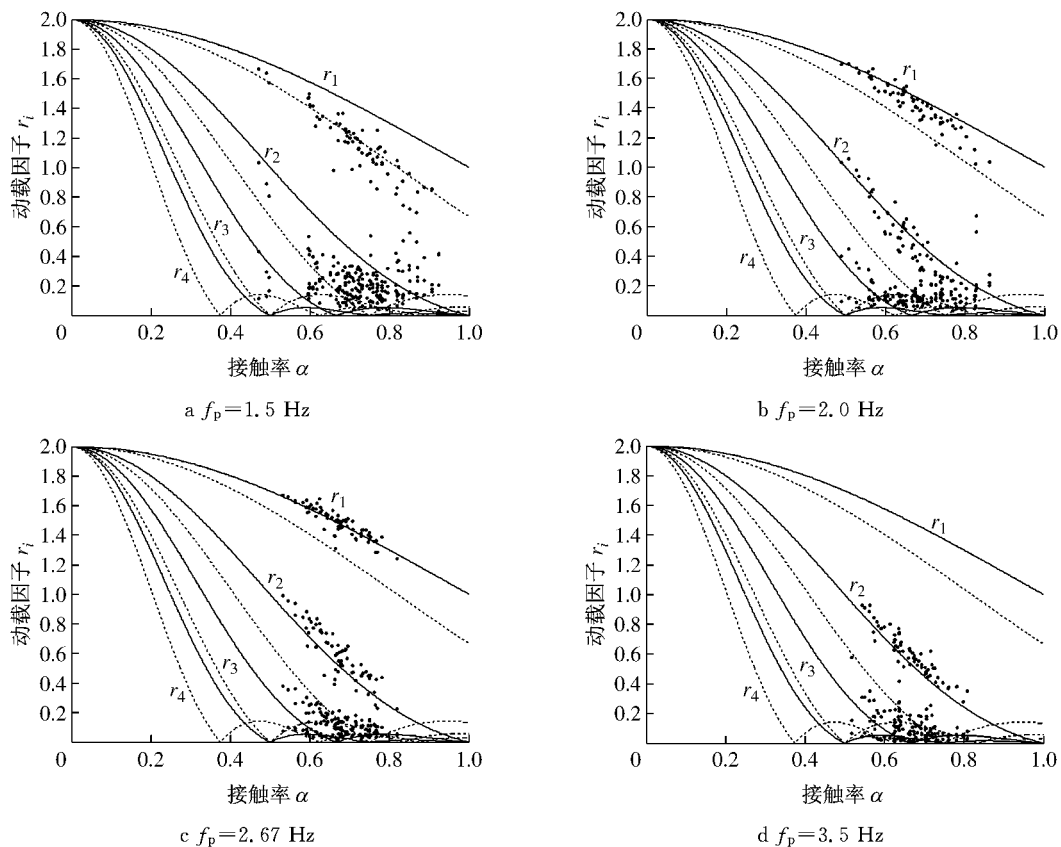


图7 动载因子和接触率关系的理论解与实测结果的对比

Fig.7 Comparison of theoretical and experimental results for DLF-contact ratio relationship

表4 典型接触率下傅里叶模型系数的计算结果

接触率 α	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$
2/3	r_n 1.488 6	0.531 6	0	0.033 8	0.016 4	0
	φ_n $-\pi/6$	$7\pi/6$	$\pi/2$	$5\pi/6$	$7\pi/6$	$\pi/2$
1/2	r_n 1.697 7	0	0.339 5	0	0.048 5	0
	φ_n 0	0	π	$\pi/2$	π	$\pi/2$
1/3	r_n 1.860 7	1.488 6	0	0.531 6	0.186 1	0
	φ_n $\pi/6$	$-\pi/6$	0	$7\pi/6$	$5\pi/6$	$\pi/2$
1/4	r_n 1.920 7	1.697 7	1.371 9	0	0.640 2	0.339 5
	φ_n $\pi/4$	0	$-\pi/4$	$7\pi/6$	$5\pi/4$	π

采用跳跃接触率表征动载因子是国外已有研究的一种主流方式. 由于提供了参数 r_n, φ_n 的解析解, 因而可以计算任意阶的动载因子和相位角, 所以方法 2 在涉及理论分析的研究中有价值. 此外, 同一个结构虽然频率不变, 但在不同跳跃类型(剧烈或不剧烈)作用下的响应会不同, 这是采用方法 2 确定参数比方法 1 更合理. 方法 2 主要缺点是跳跃接触率值需要由设计者根据经验判断, 并且同一结构在服役期内的功能要求可能会有变化.

3.3 建议模型动载因子与已有结果的比较

表 5 对比了不同接触率下, 本文建议荷载模型的动载因子与国外学者结果的对比. 就 1 阶动载因子而言, 本文建议模型的动载因子值大于文献[10-

表5 傅里叶模型动载因子对比

Tab.5 Comparison of dynamic load factors from different models

接触率 α	运动形式	动载因子			
		r_1	r_2	r_3	r_4
2/3	人行 ^[10]	1.10	0.20	0.10	0.05
	有氧运动 ^[11]	1.20	0.22	0.06	
	半正弦模型	1.286	0.164	0.133	0.036
	本文模型	1.489	0.532	0	0.034
1/2	节奏运动 ^[10]	1.60	0.60	0.20	0.10
	剧烈有氧运动 ^[11]	1.50	0.60	0.10	
	半正弦模型	1.571	0.667	0	0.133
	本文模型	1.700	0	0.340	0
2/3	正常跳跃(2 Hz) ^[12]	1.80	1.30	0.70	
	正常跳跃(3 Hz) ^[12]	1.70	1.10	0.05	
	半正弦模型	1.80	1.286	0.667	0.164
	本文模型	1.861	1.489	0	0.532
1/4	剧烈跳跃(2 Hz) ^[12]	1.90	1.60	1.10	
	剧烈跳跃(3 Hz) ^[12]	1.80	1.30	0.80	
	半正弦模型	1.886	1.571	1.131	0.667
	本文模型	1.921	1.700	1.372	0

12]中给出的动载因子值. 除去人种、实验方法和分析手段的不同所可能带来的差别外, 另一个可能原因是本研究采用了半正弦平方模型. 从图 6—7 的分析已知, 半正弦平方模型更符合实验结果. 需要指出, 由于模型阶数不同(以往大部分研究取 $N=4$),

荷载模型某阶因子的大小与模型施加到具体结构上的计算响应大小没有直接的因果关系。

4 结论

本研究开展了大量单人跳跃荷载曲线的实验。通过学科交叉引入先进的测试技术,解决了以往实验中无法记录跳跃者运动状态记录的问题,提高了实验结果的可靠性。利用实验数据并结合傅里叶级数荷载模型,提出了基于跳跃频率和跳跃接触率的两种确定模型参数的方法,阐明了参数确定方法的合理性,并给出了荷载模型的详细使用步骤及使用条件。文中所建议的跳跃荷载模型可供相关人致结构振动的工程设计与分析使用。

参考文献:

- [1] Erlingsson S, Bodare A. Live load induced vibrations in Ullevi Stadium—dynamic soil analysis [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1996, 15(3): 171.
- [2] Jones C A, Reynolds P, Pavic A. Vibration serviceability of stadia structures subjected to dynamic crowd loads; a literature review [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(8): 1531.
- [3] CCTV. Asia today 20110721[EB/OL]. [2014-01-04]. <http://news.cntv.cn/world/20110721/100340.shtml>.
- [4] Racic V, Pavic A. Mathematical model to generate near-periodic human jumping force signals[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010, 24, 138.
- [5] 王玲. 跳跃激励动力特性实验与荷载模型研究 [D]. 上海: 同济大学, 2012.
WANG Ling. Experimental and model study on dynamic properties of human jumping load [D]. Shanghai: Tongji University, 2012.
- [6] Ji T. Floor vibration induced by dance-type loads: theory [J]. *Structural Engineer*, 1994, 72(3/1): 37.
- [7] Racic V, Pavic A. Stochastic approach to modelling of near-periodic jumping loads [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010, 24(8): 3037.
- [8] Ellis B R, Ji T. Building research establishment digest: the response of structures to dynamic crowd loads [D]. [S. l.]: Building Research Establishment, 2004.
- [9] Chen J, Wang L, Chen B, et al. Loads generated by human jumping: experiments and numerical modeling [C]//The Twelfth International Symposium on Structural Engineering. Beijing: Science Press, 2012: 679-685.
- [10] Pernica G. Dynamic load factors for pedestrian movements and rhythmic exercises[J]. *Canadian Acoustics*, 1990, 18(2): 13.
- [11] Allen D E. Building vibrations from human activities [J]. *Design and Construction*, 1990, 12(6): 66.
- [12] Euro-international Committee for Concrete. Vibration problems in structures; practical guidelines [M]. Lausanne: Comité Euro-international du Béton, 1991.