

# 基于盾构隧道斜交下穿的修正 Peck 公式法

康 庄, 宫全美, 何 超

(同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804)

**摘要:** 在盾构隧道下穿导致的地表沉降计算中, 通常需利用 Peck 公式理论计算盾构横断面的二维沉降. 当盾构以斜交下穿时, 盾构横断面不再平行于上部线路沿线方向, 其沿线沉降的形式不符合正态分布, 因此需要将 Peck 法推广到平面上任意一点的沉降计算中. 综合考虑盾构坡角及隆起效应等影响因素, 引入角度系数对 Peck 公式进行修正, 使之可直接计算盾构斜交条件下地表平面上任一点的沉降, 进而直接计算上部线路沿线沉降. 通过有限元数值分析法进行验证, 并在此基础上利用动力学仿真分析研究不同斜交角度所产生的不同沉降形式对脱轨系数及减载率的影响.

**关键词:** 隧道; 盾构; 斜交; 沉降; 修正 Peck 法

**中图分类号:** U25

**文献标志码:** A

## Modified Peck Equation Method for Shield Tunnel Oblique Crossing Upper Railway

KANG Zhuang, GONG Quanmei, HE Chao

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** The Peck empirical equation is the most common method in the calculation of upper railway settlement at shield tunnel cross section. However, due to the shield tunnel oblique crossing upper railway, shield tunnel cross section is no more parallel to the upper railway direction and the settlement cannot be expressed as Gaussian distribution. The shield angle coefficients are proposed to modify the Peck equation with consideration of oblique angle, tunnel gradient and upheaval. The modified Peck equation is verified by finite-element numerical analysis, which is applicable for settlement expression in different sections. And with the different settlement and composite irregularity being obtained by the modified Peck method, the rail surface irregularity is affected. With dynamic simulated analysis, the influence on derail coefficient and wheel load reduction rate is researched.

**Key words:** tunnel; shield; oblique crossing; settlement;

modified Peck equation method

隧道下穿既有铁路时, 盾构隧道顶进施工势必引起地层扰动, 导致上部线路的轨面变形, 产生较大的轨道不平顺. 轨道不平顺是两根钢轨在高低和左右方向与钢轨理想位置几何尺寸的偏差, 是产生机车车辆系统振动和威胁安全性的重要外部激励. 随着高速铁路速度逐步提高, 在车辆高速运行中的微小沉降变化都可能对上部线路的行车安全产生影响, 因此需要分析不同斜交施工所引发变形量对列车运行的影响规律. 在盾构下穿损失计算理论中, 1969 年 Peck 提出的针对地下开挖所产生的地表沉降经验计算公式最为常用, 其反映了在盾构横断面上的地层沉降<sup>[1]</sup>, 而在盾构下穿方向与上部线路斜交时, 盾构横断面并不与上部线路沿线方向平行, Peck 公式无法直接应用于不同斜交角度下上部线路沿线轨下沉降的计算, 同时由于轨距的存在, 两条钢轨下将出现不同的沉降形式, 从而使得轨道在原有不平顺基础上产生一个更大的附加局部不平顺. 在前人的研究中, 针对盾构施工引起地层沉降的预测分析多为单一地借助数值分析法<sup>[2-4]</sup>进行计算, 缺乏理论提炼与总结, 不具备普适性. 本文通过对 Peck 公式的修正, 使之适用于存在斜交下穿角度与盾构坡角的情况下水平面上任一点的沉降计算, 并可以用于直接计算上部线路沿线沉降, 进而分析斜交角度等因素对相关安全指标的影响.

## 1 修正 Peck 公式法

在不考虑加固的条件下, 利用地面沉降槽体积与地层损失体积相同的理论依据, 可获得盾构下穿在其横断面上所产生的正态分布沉降曲线, 通过

收稿日期: 2013-11-05

第一作者: 康 庄(1985—), 男, 博士生, 主要研究方向为路基动力学. E-mail: jeffreyykang@163.com

通讯作者: 宫全美(1967—), 女, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为路基动力学和工程地质. E-mail: gongqm@tongji.edu.cn

Peck 公式<sup>[5]</sup>表示为

$$S(x) = S_{\max} e^{-x^2/2i^2} \quad (1)$$

$$S_{\max} = \frac{V_{\text{loss}}}{\sqrt{2\pi}i} \approx \frac{V_{\text{loss}}}{2.5i}, \quad i = \frac{H+R}{\sqrt{2\pi} \tan(45^\circ - \varphi/2)}$$

式中:设地表纵坐标  $z=0$ ,以  $S(x)$  表示横断面上与隧道轴线距离为  $x$  的地面点在  $z$  轴上的沉降量; $S_{\max}$  为地面沉降量最大值,位于隧道中心线处; $i$  为沉降槽宽度系数,一般取地表沉降曲线反弯点与原点之间的距离; $V_{\text{loss}}$  为由隧道开挖引起的地层损失量; $H$  为覆土厚度; $R$  为盾构半径; $\varphi$  为地层内摩擦角.在图 1 中, $W$  为盾构影响宽度, $\theta$  为盾构影响角度范围.图 1 中所示的盾构与上部线路正交,由于上部线路沿线路方向为  $x$  轴方向,与盾构横断面  $xOz$  面平行,因此式(1)所得沉降曲线可以表示轨下沿线的沉降形式,且在沿盾构中心线方向的每一个横断面上所求得的地面沉降曲线均相同.

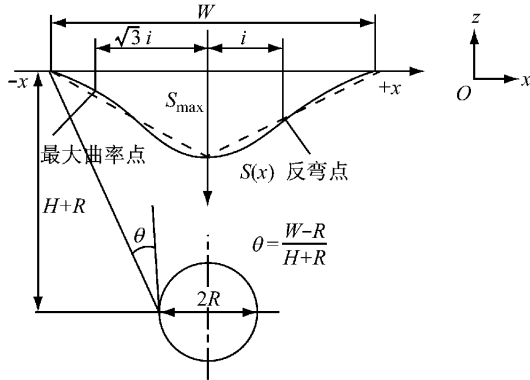


图 1 正交条件下盾构下穿引起地表横向沉降的 Peck 曲线  
Fig.1 The Peck prediction curve caused by upper settlement

若考虑盾构下穿与上部线路之间斜交角度为  $\alpha$ ,以盾构下坡为例可简化为图 2 所示的几何关系.取图中  $O$  点位置为原点,上部铁路沿线路方向为  $x$  方向,盾构中心线上的箭头表示盾构方向,则  $xOy$  平面上任一点可能因盾构引起的地层扰动在  $z$  方向上产生沉降或隆起.图 2a 中上部线路沿线路方向与盾构横断面间有夹角  $\alpha$ ,因此上部线路沿线沉降无法直接利用 Peck 公式(1)获得;图 2b 中盾构坡角以  $\pm\mu$  表示,其中“ $\pm$ ”表示盾构坡度,“ $+$ ”代表下坡,“ $-$ ”代表上坡.由于两条铁轨间在  $y$  方向上存在轨距  $H_R$ ,因此利用式(1)在沿盾构中心线的每个横断面上所求得的地面沉降也将不同.

为安全性考虑,一般所选的盾构下穿点以上部线路的直线段或缓和曲线段为主,且盾构会避免在下穿点处出现变坡点,因此上部线路选择直线路段,

且不考虑变坡条件.但需考虑施工过程中可能产生的隆起效应对垂向位置的影响.

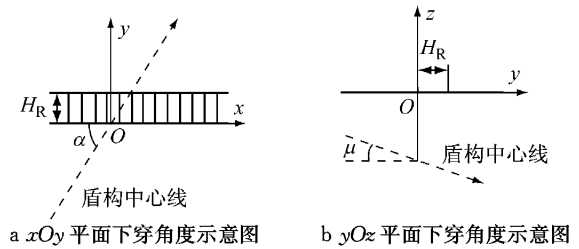


图 2 盾构下穿角度示意图

Fig.2 Diagram of under-ground shield angle

由于盾构开挖过程中地表将先表现出隆起特性,而其后续开挖表现为沉降特性<sup>[6]</sup>.刘建航在 Peck 法的基础上,提出了负地层损失概念,并将地层损失分成开挖面和盾尾后的地层损失两部分<sup>[7]</sup>.因此隆起效应也可以与坡角影响一并利用 Peck 法进行表示.如图 3 所示, $U_{\max}$  为隆起最大值, $S_{\max}$  为沉降最大值, $L$  为隆起最高点与沉降最低点间距离,定义隆起最高点与沉降最低点的连线与水平面间夹角为隆起偏角  $\gamma$ ,盾构坡角  $\mu$  与隆起偏角  $\gamma$  共同组成纵向夹角  $\beta = \gamma \mp \mu$ ,盾构上坡时  $\beta = \gamma - \mu$ ,盾构下坡时  $\beta = \gamma + \mu$ ,盾构坡角  $\mu = 0$  时  $\beta = \gamma$ .

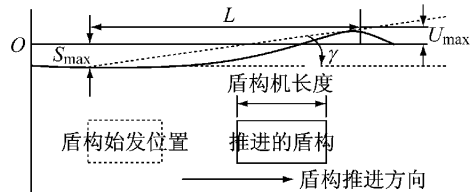


图 3 地表隆起简化为垂向角度示意图

Fig.3 Ground uplift is simplified as vertical angle

由式(1)可知, $V_{\text{loss}}$  与  $i$  决定了沉降槽宽, $i$  与  $x$  决定了沉降曲线的形状.因此,对 Peck 公式的修正可通过控制以上参数完成.引入斜交角  $\alpha$  对盾构横断面上沉降槽的宽度及其正态曲线分布形状产生影响,引入纵向夹角  $\beta = \gamma \pm \mu$  对盾构横断面沉降槽上的最大地面沉降量  $S_{\max}$  及其曲线的形状产生影响.当盾构斜交时 Peck 曲线修正公式如下:

$$S^*(x, y) = S_{\max}^* e^{-(ax-by)^2/2i^{*2}} \quad (2)$$

$$S_{\max}^* = \frac{V_{\text{loss}}}{2.5i^*}$$

$$i^* = i^*(x, y) = \frac{H \pm |bx + ay|c + R}{2.5 \tan(45^\circ - \varphi/2)}$$

设地表处的  $z=0$ ,地层损失量统一取  $V_{\text{loss}}$ ,以  $S^*(x, y)$  表示  $xOy$  平面上任一点  $(x, y)$  的沉降量, $a, b, c$  分别为与  $\alpha, \beta$  相关的角度系数,表示为

$$\begin{cases} a = \sin \alpha \\ b = \cos \alpha \\ c = \tan \beta = \tan(\gamma \pm \mu) \end{cases}$$

在考虑盾构坡角及最大隆起效应的条件下,  $H \pm |bx+ay|/c$  表示覆土厚度. 其中,  $H$  表示原点  $O$  处的覆土厚度;“ $\pm$ ”在坡度不同时取不同符号. 当沿图 2 所示盾构方向上坡时,若  $bx+ay>0$  则取“ $-$ ”, $bx+ay<0$  则取“ $+$ ”;当盾构方向下坡时,若  $bx+ay>0$  则取“ $+$ ”, $bx+ay<0$  则取“ $-$ ”.

利用以上修正 Peck 公式(2),便可求  $xOy$  平面上任一点的沉降. 当坐标原点如图 2 所示位置时,分别以  $y=0$  及  $y=H_R$  为已知条件,可直接计算得到轨距为  $H_R$  的两条钢轨下的沉降曲线. 通过计算,正交与斜交下穿上部线路的沿线纵截面上轨下沉降曲线分别如图 4 所示. 图 4a 中正交时两条钢轨下的沉降曲线在该平面重合,而图 4b 中所示斜交时沉降曲线不符合正态分布,同时由于两条轨道之间存在轨距  $H_R$ ,轨下沉降槽的最大沉降值及宽度均不相同,其最大沉降值处也不重合. 若将产生的沉降以不平顺的形式叠加在轨道上,则反映为复合不平顺的形式.

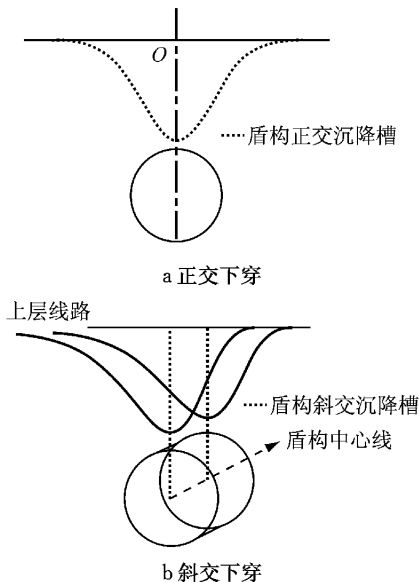


图 4 盾构正交与斜交时沿线纵截面上沉降关系示意图  
Fig.4 Diagram of settlement caused by different shield positions on section along upper rails

## 2 有限元数值分析验证

选取宁波地铁盾构下穿杭甬铁路工程中较具代表性的下穿点<sup>[8]</sup>,利用有限元数值分析方法建立三维有限元模型对修正 Peck 公式进行验证,并对角度

系数所引起的沉降变化规律进行研究. 所选下穿点处杭甬铁路,为碎石道床,通过车辆均为 CRH2 型动车组,下穿点隧道位于宁波⑤<sub>1</sub> 粉质黏土层中,摩擦角  $\varphi$  按该土层参数取  $11.4^\circ$ ,覆土厚度  $H$  为  $25.8\text{ m}$ ,下穿段隧道线间距为  $11\text{ m}$ ,隧道外径  $6.2\text{ m}$ ,管片厚度  $350\text{ mm}$ ,隧道顶距离杭甬铁路路基桩基础的最小距离为  $4.64\text{ m}$ ;盾构隧道纵坡坡率取  $\mu=30\%$ ,对于盾构下穿过程中所产生的隆起,按工程指标取最大隆起部分及沉降部分分别不超过  $+10\text{ mm}$  和  $-30\text{ mm}$ <sup>[9]</sup>,以  $8\text{ m}$  长的盾构机前后各取 3 环盾构作为隆起部分的长度,计算得到隆起偏角最大为  $\gamma=20\%$ . 盾构下穿过程中各项施工参数控制合理有效,地层损失控制在  $0.5\%$  以内. 参考上述实际工程参量采用 PLAXIS 3D 有限元数值进行分析,建立下穿平面夹角  $\alpha=50^\circ$  时考虑纵向夹角  $\beta$  前后的模型并计算上层沉降,与利用修正 Peck 公式计算所得的沉降相对比. 由图 5 可见,修正公式所得沉降曲线与有限元数值分析所得曲线基本重合,因此可以证明该修正 Peck 公式的适用性,同时也可见纵向夹角  $\beta$  的存在会对沉降槽的形式产生影响.

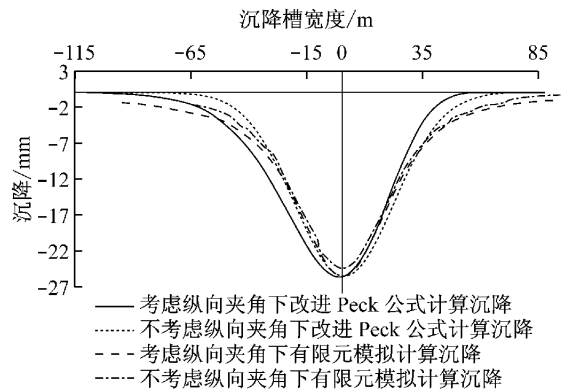


图 5 修正 Peck 公式与数值分析计算结果对比  
Fig.5 Results comparison between new Peck equation and numerical analysis method

在考虑纵向夹角  $\beta$  的条件下,利用修正 Peck 公式计算盾构下穿平面夹角  $\alpha$  分别为  $50^\circ, 70^\circ$  斜交以及正交条件下上部线路沿线沉降. 为分析角度对沉降形式的影响,此处仅考虑单轨下沉降. 如图 6 所示,斜交时沉降槽呈非对称形态,平面夹角  $\alpha$  越大,上部铁路沿线方向上的沉降槽宽度越小,沉降最大处的深度及沉降曲线的最大曲率半径均递减;当  $\alpha=90^\circ$  即盾构下穿正交时,沉降槽呈现正态分布,此时沉降槽的宽度及深度均为最小.

利用有限元数值分析法在相同条件下对盾构下穿平面夹角  $\alpha$  为  $50^\circ, 70^\circ$  斜交及正交的沉降进行计

算,其计算结果(图 7)与修正公式的计算结果(图 6)有相同的规律,因此可验证修正 Peck 公式中的角度系数对沉降槽形式的影响规律.在此基础上研究非正交工况下两条钢轨下不同沉降叠加产生的轨面不平顺对脱轨系数及减载率的影响.

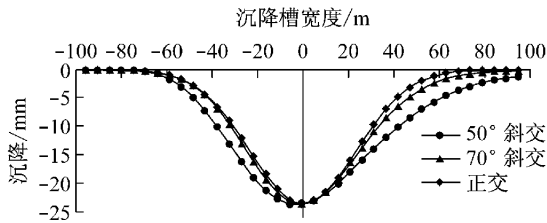


图 6 修正 Peck 公式计算结果  
Fig.6 Modified Peck equation results

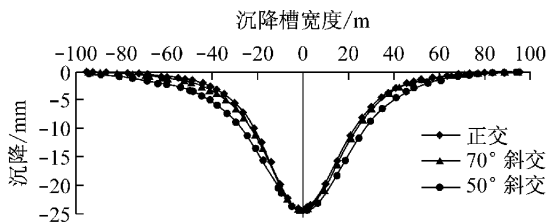


图 7 有限元计算结果  
Fig.7 Finite element method results

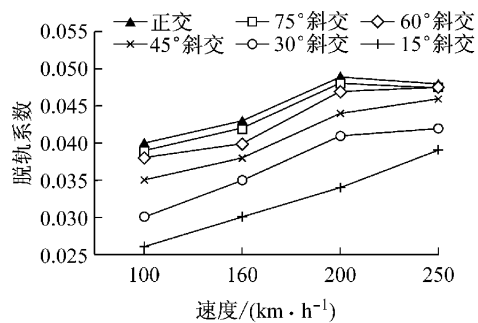
### 3 斜交对脱轨系数及减载率的影响

在影响车辆运行的诸多外部扰动因素中,车辆动力学上对于运行安全起到决定性作用的指标主要为脱轨系数与减载率.其中,脱轨系数为轮对一侧车轮的侧向压力  $Q_1$ (或  $Q_2$ )与动轮重  $P_1$ (或  $P_2$ )之比,记作  $Q/P$ ;减载率为轮对的侧向压力与动轮重之比,记作  $\Delta P/P$ <sup>[10]</sup>.

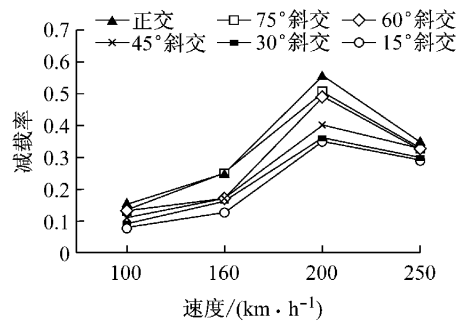
在车辆动力学仿真计算中,需对轨道结构进行一定的简化及假设.在没有实测轨道不平顺数据的条件下,在仿真计算中利用随机变化规律的函数来描述轨道不平顺,并以这一不平顺函数作为车辆动力计算的激励函数.在我国动态管理值标准<sup>[11]</sup>中,对高速铁路轨道不平顺的最大高低不平顺要求有较严格的限制,因此选择与我国动态管理值标准相符的德国高干扰谱<sup>[12]</sup>作为随机函数得到所仿真轨道的随机不平顺数据.另外,限定上部线路为有砟轨道或非板式结构的无砟轨道,这样可认为沉降能够以轨面不平顺的形式直接反映在轮轨作用面上,与轨面随机不平顺叠加为新的不平顺激励.

利用 Adams/rail 动力学仿真对上部线路通行的 CRH2 型动车进行建模.设其轴重为 14 t,单列车

厢定员质量 47.2 t,根据车辆在该线路运行中 250  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$  以下的时速范围,选择与之相应的德国高干扰不平顺谱生成轨面随机不平顺数据;利用修正 Peck 公式分别计算不同平面夹角  $\alpha$  条件下两条钢轨下的沉降曲线,并以轨面不平顺的形式将沉降曲线与随机不平顺数据叠加分别施加于两条钢轨.依据宁波地铁下穿杭甬铁路的下穿点工程参数,分别计算平面夹角  $\alpha$  为  $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$  盾构下穿时对应车速为 100, 160, 200 及 250  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$  的安全性指标,其计算结果如图 8 所示.



a 脱轨系数



b 减载率

图 8 不同盾构交角对应不同车速的安全性指标曲线  
Fig.8 Curves of safety index with different shield angles at different vehicle speeds

在图 8 中,当  $\alpha < 60^\circ$  时,脱轨系数随速度的加快而上升,当  $\alpha > 60^\circ$  时,脱轨系数随车辆速度升高到 200  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$  后趋势曲线出现了拐点;而减载率在不同盾构交角  $\alpha$  下具有相同的趋势,且在 200  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$  处也明显地出现拐点.拐点的出现主要是由于车辆在低速行驶中车轮转速相对较慢,与轨面接触过程时间充足,轮轨接触力的冲量能够完整地将沉降与轨面不平顺共同作用的影响反映出来,而当车辆达到一定速度后,车轮转速变快,轮面与轨面接触时间缩短,导致轮轨接触作用力冲量减小,沉降的影响反映不完整,此时的脱轨系数及减载率可以认为已不能作为正确的指标反映车辆的运行情况了.

通过分析可见,盾构交角  $\alpha$  越大,脱轨系数及减

载率越高. 从理论上分析, 虽然考虑轨距及纵向角度影响后两轨轨下沉形式不同, 正交条件下表现为轨面高低不平顺, 而斜交条件下表现为更为复杂的轨面复合不平顺, 但是由于  $\alpha$  越大, 沉降槽越窄, 沉降曲线变化越快, 轨道不均匀沉降斜率越大, 综合作用下造成轮对垂向减载量上升, 并同时加剧了车体垂向振动, 使得动态冲击更加明显.

## 4 结论

(1) 通过引入角度系数, 得到修正的 Peck 经验公式, 并通过数值分析法对公式进行了验证. 利用该方法可以计算盾构下穿在上部线路所在平面上任意一点的沉降, 并可以直接求得上部线路沿线方向的沉降.

(2) 斜交下穿时上部线路沿线沉降槽呈现非对称形态, 上部线路轨面沉降槽随着斜交角度  $\alpha$  的增大而呈现宽度与深度的递减; 当盾构正交下穿时沉降槽宽度及深度均为最小.

(3) 不同斜交角度条件下所产生的不同沉降槽, 与因轨距而产生的复杂轨面不平顺的共同作用, 对于上部线路行车的影响体现为斜交角度越大, 脱轨系数和减载率越高.

## 参考文献:

- [1] 李惠平, 夏明耀. 盾构姿态自动控制技术的应用与发展[J]. 地下空间, 2003, 23(1): 75.  
LI Huiping, XIA Mingyao. Application and development of automatic direction control of the shield machine[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2003, 23(1): 75.
- [2] 陈军, 刘波, 陶龙光. 暗挖地铁车站引起地表沉降拟合分析与 Peck 法比较研究[J]. 岩土工程技术, 2005, 19(1): 1.  
CHEN Jun, LIU Bo, TAO Longguang. Numerical simulation for ground subsidence due to underground metro-station excavation and comparison with peck volume loss model[J]. Geotechnical Engineering Technique, 2005, 19(1): 1.
- [3] 汪洋, 何川, 曾东洋, 等. 盾构隧道正交下穿施工对既有隧道影响的模型试验与数值模拟[J]. 铁道学报, 2010, 32(2): 79.  
WANG Yang, HE Chuan, ZENG Dongyang, et al. Model test and numerical simulation of influence of perpendicular undercross shield tunnel construction on existing tunnel[J]. Journal of the China Railway Society, 2010, 32(2): 79.
- [4] 李东海, 刘军, 萧岩, 等. 盾构隧道斜交下穿地铁车站的影响与

- 监测研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(z1): 3186.  
LI Donghai, LIU Jun, XIAO Yang, et al. Research on influence and monitoring of shield tunnel obliquely crossing beneath existing subway station[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(S1): 3186.
- [5] Peck R B. Deep excavations and tunneling in soft ground[C]// Proceeding of 7th International Conference SMFE. Mexico City: [s. n.], 1969: 225-290.
- [6] 韩焯, 李宁, Standing J R. Peck 公式在我国隧道施工地面变形预测中的适用性分析[J]. 岩土力学, 2007, 28(1): 23.  
HAN Xuan, LI Ning, Standing J R. An adaptability study of Gaussian equation applied to predicting ground settlements induced by tunneling in China[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(1): 23.
- [7] 刘建航, 侯学渊. 盾构法隧道[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1991.  
LIU Jianhang, HOU Xueyuan. Shield tunnel [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1991.
- [8] 同济大学交通运输工程学院. 宁波市轨道交通 3 号线工程下穿铁路技术方案研究[R]. 上海: 同济大学交通运输工程学院, 2013.  
College of Transportation Engineering of Tongji University. Technical scheme report of Ningbo No. 3 metro under-passing Hangzhou-Ningbo railway [R]. Shanghai: College of Transportation Engineering of Tongji University, 2013.
- [9] 中铁二院工程集团有限责任公司. TB10121—2007 铁路隧道监控量测技术规程[S]. 北京: 中华人民共和国铁道部, 2007.  
China Railway Eryuan Engineering Group Co. Ltd.. TB10121—2007 Technical code for monitoring measurement of railway tunnel[S]. Beijing: Ministry of Railways of the People's Republic of China, 2007.
- [10] 铁道部标准计量研究所. GB5599—85 铁道车辆动力学性能评定和试验鉴定规范[S]. 北京: 中华人民共和国铁道部, 1985.  
Standards and Metrology Research Institute of the Ministry of Railways of the People's Republic of China. GB5599—85 Railway vehicle dynamic performance evaluation and test standard[S]. Beijing: Ministry of Railways of the People's Republic of China, 1985.
- [11] 中华人民共和国铁道部运输局. 客运专线 300~350 km/h 轨道不平顺动静态管理值[R]. 北京: 中华人民共和国铁道部科技司, 2008.  
Transport Bureau of the Ministry of Railways of the People's Republic of China. Management value of static and dynamic track irregularity of passenger dedicated railway line at speed of 300~350 km · h<sup>-1</sup> [R]. Beijing: Technology Division of the Ministry of Railways of the People's Republic of China, 2008.
- [12] 李再伟, 练松良, 李秋玲, 等. 城市轨道交通轨道不平顺谱分析[J]. 华东交通大学学报, 2011, 28(10): 83.  
LI Zaiwei, LIAN Songliang, LI Qiuling. Characteristic analysis of track irregularity spectrum of urban rail transit[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2011, 28(10): 83.