

基于未知输入观测器的不匹配干扰系统滑模控制

朱芳来, 李 励

(同济大学 电子与信息工程学院, 上海 201804)

摘要: 针对具有不匹配未知干扰的非线性系统, 研究基于状态估计和未知输入重构的控制问题。在状态可测和未知干扰已知假设下, 提出了一种新滑模控制器设计方法, 以达到输出渐近稳定; 通过设计一种未知输入观测器, 对系统的时变未知输入进行重构; 基于高增益滑模观测器对未知干扰的微分和系统的输出微分信息进行了有限时间内的精确估计; 设计了一种新的基于观测器的控制策略, 并论证其可行性。利用一个实际模型验证该控制器的有效性。

关键词: 滑模控制器; 未知输入观测器; 高增益滑模观测器; 干扰重构

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Unknown Input Observer-based Sliding Mode Control for System with Mismatched Disturbance

ZHU Fanglai, LILI

(College of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: This paper considers a control approach for a nonlinear system with mismatched disturbances via the estimation of system states and unknown inputs reconstruction. First, under the assumptions that both states and unknown disturbance are measurable, a new sliding mode controller is proposed to stabilize the output of the system. Then, by designing a kind of unknown input observer (UIO), a time-varying unknown inputs reconstruction method is established. Meanwhile a set of high-gain sliding mode observers are considered to obtain the derivative information of system outputs and the unknown disturbance in finite time, which will be further used in reconstructing the disturbance and designing control strategy. Subsequently, a new observer-based controller is developed and its feasibility is proved. At last, a simulation example to a real model is given to verify the effectiveness of the proposed controller.

Key words: sliding mode controller; unknown input observer (UIO); high-gain sliding mode observer; disturbance reconstruction

控制系统的不确定性以及外部干扰使得系统输出不能稳定或渐近跟踪期望的目标, 如何抑制干扰对系统的影响, 是国内外学者所关注的热点, 为此提出了许多不同的鲁棒控制策略。

近 50 年, 滑模控制技术凭借自身概念的简易性和对干扰极强的鲁棒性, 成为工业应用领域的主要控制策略之一^[1]。很多滑模控制策略都是在干扰匹配的前提下提出的, 即干扰作为输入的一部分参与控制策略^[2]。事实上, 许多系统的外部干扰是不匹配的, 即系统的控制信号和外部干扰分别作用在不同通道。例如磁悬浮系统模型中的轨道纵向震动^[3]、磁力同步驱动系统的参数不确定性^[4]等都是不匹配干扰的情况。

针对不匹配干扰的抑制, 经典的控制策略如 Riccati 方式^[4]和线性矩阵不等式解方法^[2]等, 通常是以逐渐消失的干扰为处理对象; 另被称为带积分项的滑模控制^[5], 其基本思想是设计一个高频转换增益, 在干扰存在的情况下, 驱使状态逐步收敛到带积分的滑模面。最近许多学者提出了基于干扰观测器的控制器^[6-7], 其特点是在滑模面设计中引入干扰估计值, 克服了传统滑模控制只能针对具有 H_2 范数收敛条件干扰的控制局限^[6]。

未知输入观测器自 20 世纪 70 年代提出以来, 众多未知输入重构方式被提出。Ha 和 Trinh^[8]考虑了一个系统内部状态和外部未知输入(干扰)同时估计的问题, 提出了一种对 Lipschitz 非线性系统的观测器设计和未知输入重构方法。Yan 和 Edwards^[9]设计了一种自适应滑模观测器来估计未知系统参

收稿日期: 2013-11-10

基金项目: 国家自然科学基金(61074009); 高等学校博士学科点专项科研基金(20110072110015); 广西制造系统与先进制造技术重点实验室项目(PF110289); 上海市重点学科建设项目(B004)

第一作者: 朱芳来(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为观测器研究设计。E-mail: zhufanglai@tongji.edu.cn

数。考虑到系统输出微分通常是无法直接测量的情况,Zhu^[10]提出了一种利用高增益滑模观测器来估计系统状态和重构其未知输入的方法,其采用Levant^[11]的高阶滑模思想来估计系统输出的微分。

文献[6]对不匹配干扰系统提出一种基于干扰估计的控制器设计方法,通过一种滑模控制消除了外部干扰对系统输出的影响,使得系统输出渐近稳定到平衡点。本文在渐近估计系统内部状态的情况下,提出一种时变干扰重构策略,改善了文献[6]对干扰观测器设计时,设定干扰本身是常数型和系统内部状态是完全可测的不足,将未知干扰的微分估计和系统状态估计引入控制器,提出新的滑模控制器设计方法。

1 系统描述及其问题提出

考虑如下 n 阶非线性不确定系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \sigma_1 d \\ \dot{x}_2 = x_3 + \sigma_2 d \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f(x) + bu + \sigma_n d \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x \in \mathbf{R}^n$ 是系统状态; $f(x)$ 为 Lipschitz 函数; b 为非零系数; $d, u, y \in \mathbf{R}$, 分别是有界外部干扰, 系统控制输入和系统的实际输出, 外部的未知干扰有界, 即满足 $\|d\| \leq \gamma$, γ 为正实数; $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ 为任意实常数。式(1)和(2)可以等价地写成矩阵形式的状态方程

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \phi(x) + Bu + Dd \\ y = Cx \end{cases} \quad (3)$$

式中: $A = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I_{(n-1) \times (n-1)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$, I 为单位矩阵; $\phi(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} f(x)$; $B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ b \end{bmatrix}$; $D = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_n \end{bmatrix}$; $C = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]$ 。

假设 1^[10] 存在常数矩阵 $L \in \mathbf{R}^n$ 使得如下的矩阵代数方程组

$$\begin{cases} (A - LC)^T P + P(A - LC) = -Q \\ D^T P = FC \end{cases} \quad (4)$$

对某个正定矩阵 Q , 有正定解 P , 其中 $F \in \mathbf{R}$ 为已知常数。

假设 2^[12] $f(x)$ 是关于 x 的 Lipschitz 函数, 即满足

$$\|f(x_a) - f(x_b)\| \leq \beta \|x_a - x_b\| \quad (5)$$

并假设 Lipschitz 常数还满足 $\beta \leq \lambda_{\min}(Q)/(2\lambda_{\max}(P))$, λ 为增益。

如果矩阵 B 和 D 是线性无关的, 则称这一类系统为不匹配干扰系统。

2 假设状态可测和干扰已知的控制器

在状态可测和干扰已知的前提下, 先提出一种滑模控制器设计方法, 使得引入滑模控制器后的闭环系统的输出渐近收敛到零。

假设 3 不确定性系统的外部干扰具有 n 阶可导性, 且其 n 阶微分都是连续有界光滑函数。即 $\|d^{(i)}\| \leq \theta, i=1, \dots, n$ 。

基于系统式(1), 选取滑模面如下:

$$S = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 (x_2 + \sigma_1 d) + \alpha_3 (x_3 + \sigma_2 d + \sigma_1 d^{(1)}) + \cdots + \alpha_n (x_n + \sigma_{n-1} d + \sigma_{n-2} d^{(1)} + \cdots + \sigma_1 d^{(n-2)}) \quad (6)$$

选取参数 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, 使如下多项式为 Hurwitz 多项式:

$$p_0(s) = \alpha_n s^{n-1} + \cdots + \alpha_2 s + \alpha_1 = 0 \quad (7)$$

一般 α_n 取为 1。假设系统的状态全部可测, 且外部干扰及其微分是已知的前提下, 设计滑模控制器为

$$u = b^{-1} \{-f(x) - \sigma_n d + \alpha_n^{-1} [-k \text{sign}(S) - \sum_{i=2}^n \alpha_{i-1} x_i - \phi(d, d^{(1)}, \dots, d^{(n-1)})]\} \quad (8)$$

式中: k 为系数; $\phi(d, d^{(1)}, \dots, d^{(n-1)})$ 是关于外部干扰 d 与其 $n-1$ 阶微分的一个线性函数, 取

$$\phi(d, d^{(1)}, \dots, d^{(n-1)}) = (\alpha_1 \sigma_1 + \cdots + \alpha_{n-1} \sigma_{n-1}) d + \alpha_2 \sigma_1 d^{(1)} + \alpha_3 (\sigma_2 d^{(1)} + \sigma_1 d^{(2)}) + \cdots + \alpha_n (\sigma_{n-1} d^{(1)} + \sigma_{n-2} d^{(2)} + \cdots + \sigma_1 d^{(n-1)}) \quad (9)$$

定理 1 在假设 3 下, 系统(1),(2)在控制器(8)的作用下, 可以消除其外部干扰对其输出的影响, 使得输出信号能渐近收敛到零。

证明 结合系统方程(1)的前 $n-1$ 式, 将式(6)两边求导得

$$\dot{S} = \sum_{i=2}^n \alpha_{i-1} x_i + \alpha_n x_n^{(1)} + \phi(d, d^{(1)}, \dots, d^{(n-1)}) \quad (10)$$

将控制器式(8)和(9)代入系统(1)最后一个式子, 结合式(10)可得

$$\dot{S} = -k \text{sign}(S) \quad (11)$$

k 取合适的正常数, 经过有限时间后, 滑模面 $S \rightarrow 0$ 时, 将原不确定系统式(1)前 $n-1$ 式迭代入式(6)得

$$\alpha_n x_1^{(n-1)} + \alpha_{n-1} x_1^{(n-2)} + \cdots + \alpha_2 x_1^{(1)} + \alpha_1 x_1 = 0 \quad (12)$$

又由条件参数 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ 的选取需使式(12)成为 Hurwitz 多项式, $x_1(t)$ 在系统达到滑模面 $S=0$ 的有限时间内是趋向于零的, 即系统的输出 $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$, 于是达到了控制目的.

3 状态估计

在控制器设计过程中, 系统内部状态在控制环节中的调用对镇定系统和抑制干扰有重要的作用. 考虑工程上, 系统的内部状态往往不可直接测量, 有必要引入状态观测器. 具体的观测器设计如下:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \phi(\hat{x}) + Bu + L(y - C\hat{x}) + D\varepsilon \quad (13)$$

$$\varepsilon = \gamma \frac{F(y - C\hat{x})}{\|F(y - C\hat{x})\|} \quad (14)$$

将式(3)和式(13)相减, 观测器误差动态方程可得

$$\dot{\tilde{x}} = (A - LC)\tilde{x} + \tilde{\phi} + Dd - D\varepsilon \quad (15)$$

式中: $\tilde{x} = x - \hat{x}$, $\tilde{\phi} = \phi(x) - \phi(\hat{x})$

定理 2 假设 1,2 条件下, 由式(13)和(14)所确定的系统是原系统内部状态的渐近收敛估计观测器.

证明 考虑 Lyapunov 函数 $V = \tilde{x}^T P \tilde{x}$, 它沿着误差方程式(15)的微分为

$$\dot{V} = \tilde{x}^T [(A - LC)^T P + P(A - LC)] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T P \tilde{\phi} + 2\tilde{x}^T P D d - 2\tilde{x}^T P D \varepsilon \quad (16)$$

由于

$$2\tilde{x}^T P \tilde{\phi} \leqslant 2\|P\| \|\tilde{x}\| \|\tilde{\phi}\| \leqslant 2\beta \lambda_{\max}(P) \|\tilde{x}\|^2 \quad (17)$$

$$2\tilde{x}^T P D d \leqslant 2\gamma \|F C \tilde{x}\| \quad (18)$$

如果 ε 由式(14)确定, 则有

$$2\tilde{x}^T P D \varepsilon = 2\gamma \|F C \tilde{x}\| \quad (19)$$

将假设 1 式(4)的第一式和式(17), (18), (19)代入式(16)得到

$$\dot{V} \leqslant -\tilde{x}^T [Q - 2\beta \lambda_{\max}(P)I] \tilde{x} \quad (20)$$

由假设 2 可知, 矩阵 $Q - 2\beta \lambda_{\max}(P)I$ 是正定矩阵. 由 Lyapunov 稳定性理论可知式(13)是原系统(3)的状态渐近收敛观测器.

4 未知干扰及其微分估计

在一般实际模型中, 外部的未知干扰往往无法测量, 如果控制器中需引入外部干扰信号, 则需使用一个收敛于外部干扰的估计信号来参与控制.

4.1 虚拟输出的构造

由控制器的设计(8)可以看出, 在未知输入 d 及其微分被估计出之前, 控制信号是未知的. 所以, 为了基于式(3)和(8)的闭环系统提出对未知输入 d 及其各阶微分的估计, 必须对未知的控制信号 u 一并估计, 为此将系统(3)改写为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \phi(x) + E\xi \\ y = Cx \end{cases} \quad (21)$$

式中: $E = [B \ D]$; $\xi = [u \ d]^T$, 可以看成系统(3)的未知输入.

基于文献[10]所提出的未知输入重构方法, 对系统(21)中的未知输入进行重构. 注意到该方法可以实施的一个必要条件是 $\text{Rank } C \geq \text{Rank } E$, 但对系统(21), 有 $\text{Rank } C = 1$, 而 $\text{Rank } E = 2$. 为解决该矛盾, 引入一个虚拟的输出 y_e , 令

$$y_e = C_e x \quad (22)$$

式中: $C_e \in \mathbf{R}^{1 \times 3}$. 系统(3)或者(21)被转换为具有如下扩展输出的系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \phi(x) + E \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix} \\ y_a = C_a x \end{cases} \quad (23)$$

式中: $C_a = \begin{bmatrix} C \\ C_e \end{bmatrix}$; $y_a = \begin{bmatrix} y \\ y_e \end{bmatrix}$. 而 C_e 的选取需满足 C_e 与 C 线性无关; 且 $\text{Rank}(C_a E) = \text{Rank } E$.

由于虚拟的输出不能直接测得, 所以利用 UIO (Unknown Input Observer) 的状态估计来模拟, 即采用观测器的输出 (\hat{x}) 通过 C_e 的线性变换来追踪虚拟输出, 如下所示:

$$\hat{y}_a = \begin{bmatrix} y \\ y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cx \\ C_e \hat{x} \end{bmatrix} \quad (24)$$

显然, 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} (y_a - \hat{y}_a) = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} (\dot{y}_a - \dot{\hat{y}}_a) = 0$.

4.2 信号各阶微分的估计

现采用文献[10]超螺旋算法 (Super Twisted Algorithm) 方式来估计外部某信号 $r(t)$ 的各阶微分. 其中 $r(t)$ 是时变有界信号, n 阶微分存在且有界. 具体算法如下:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - w_1 \\ \vdots \\ \dot{z}_n = z_{n+1} - w_n \\ \dot{z}_{n+1} = -w_{n+1} \end{cases} \quad (25)$$

其中

$$\begin{cases} w_0 = z_1 - r \\ w_j = \lambda_j |w_{j-1}|^{(n-j+1)/(n-j+2)} \text{sign}(w_{j-1}) \\ j = 1, \dots, n+1 \end{cases}$$

而 λ_j 是正常数增益。文献[11]已经证明,只要适当地选取增益 λ_j ,算法(25)能在有限时间内给出信号 $r(t)$ 各阶微分的估计值,即 $[z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_n]^T \rightarrow [r(t) \ r^{(1)}(t) \ \cdots \ r^{(n-1)}(t)]^T$ 。

现假设控制器有效, \hat{y}_a 及其1,2阶微分光滑有界,引入一对二阶高增益滑模观测器作为微分器,即式(25)中 $n=1$,并改写式(25)如

$$\begin{cases} \dot{\hat{y}}_{i,1} = \hat{y}_{i,2} - w_{i,1} \\ \dot{\hat{y}}_{i,2} = -w_{i,2} \end{cases} \quad i = 1, 2 \quad (26)$$

$$\begin{cases} w_{i,0} = \hat{y}_{i,1} - y_{i,1} \\ w_{i,j} = \lambda_{i,j} |w_{i,j-1}|^{(2-j)/(3-j)} \text{sign}(w_{i,j-1}) \end{cases} \quad j = 1, 2 \quad (27)$$

其中 $\begin{cases} y_{1,1} = y_1 = y \\ y_{2,1} = \hat{y}_e \end{cases}$,令 $\zeta = \begin{bmatrix} \dot{\hat{y}}_{1,2} \\ \dot{\hat{y}}_{2,2} \end{bmatrix}$,则它是 $\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\hat{y}}_e \end{bmatrix}$ 的渐近收敛估计,用它取代算法中用到的 $\dot{y}_a = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\hat{y}}_e \end{bmatrix}$ 信息。

4.3 未知干扰的重构

由式(23),得到关于 $[u \ d]^T$ 的解为

$$\begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix} = \mathbf{u}_{eq} = (\mathbf{C}_a \mathbf{E})^{-1}(\dot{y}_a - \mathbf{C}_a \mathbf{A}x - \mathbf{C}_a \phi(x)) \quad (28)$$

定理3 如果未知干扰 d 及其微分与系统受控后的状态 x 是有界的,则

$$\hat{d} = [\mathbf{0} \ \mathbf{I}_{1 \times 1}] (\mathbf{C}_a \mathbf{E})^{-1} (\zeta - \mathbf{C}_a \mathbf{A}\hat{x} - \mathbf{C}_a \phi(\hat{x})) \quad (29)$$

是未知输入 d 渐近收敛估计,其中 $\zeta = [\hat{y}_{1,2} \ \hat{y}_{2,2}]^T$ 为虚拟输出 y_a 的微分的估计,由二阶高增益滑模观测器(26)和(27)给出; \hat{x} 为系统状态估计,由滑模观测器(13)和(14)给出。

证明 将式(28)改写成

$$d = [\mathbf{0} \ \mathbf{I}_{1 \times 1}] (\mathbf{C}_a \mathbf{E})^{-1} (\dot{y}_a - \mathbf{C}_a \mathbf{A}x - \mathbf{C}_a \phi(x)) \quad (30)$$

与式(29)相减得

$$\tilde{d} = [\mathbf{0} \ \mathbf{I}_{1 \times 1}] (\mathbf{C}_a \mathbf{E})^{-1} (\tilde{y}_a - \mathbf{C}_a \mathbf{A}\tilde{x} - \mathbf{C}_a \tilde{\phi}) \quad (31)$$

其中记 $\tilde{d} = d - \hat{d}$, $\tilde{y}_a = \dot{y}_a - \zeta = \dot{\hat{y}}_a - \zeta + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_e \dot{\hat{x}} \end{bmatrix}$, $\tilde{x} = x - \hat{x}$, $\tilde{\phi} = \phi(x) - \phi(\hat{x})$ 。

由收敛性可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{x} = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{y} = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\phi}(x) = 0$,所以 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{d} = 0$ 。

4.4 未知干扰的各阶微分估计

在式(25)中,将 r 替换为 \hat{d} ,在有限时间内得到重构干扰的各阶微分估计值,即

$$[z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_n]^T \rightarrow [\hat{d} \ \hat{d}^{(1)} \ \cdots \ \hat{d}^{(n-1)}]^T$$

又因为 $\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (d - \hat{d}) = 0$,其中 $\Delta(t)$ 是光滑有界且 n 次导数存在,所以当 $t \rightarrow \infty$, $\Delta^{(i)}(t) \rightarrow 0$, $i = 1, \dots, n$,那么式(25)可以渐近收敛于干扰的各阶微分,即有

$$[z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_n]^T \rightarrow [d \ d^{(1)} \ \cdots \ d^{(n-1)}]^T$$

5 新型控制器设计

现根据状态估计和未知干扰重构和其微分估计部分的论述,提出一种基于未知输入观测器的滑模控制器,得到

$$u = b^{-1} \{-f(\hat{x}) - \sigma_n \hat{d} + \alpha_n^{-1} [k \text{sign}(\hat{S}) - \sum_{i=2}^n \alpha_{i-1} \hat{x}_i - \phi(\hat{d}, z_2, z_3, \dots, z_n)]\} \quad (32)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{S} = & \alpha_1 \hat{x}_1 + \alpha_2 (\hat{x}_2 + \sigma_1 \hat{d}) + \\ & \alpha_3 (\hat{x}_3 + \sigma_2 \hat{d} + \sigma_1 z_2) + \cdots + \\ & \alpha_n (\hat{x}_n + \sigma_{n-1} \hat{d} + \sigma_{n-2} z_2 + \cdots + \sigma_1 z_{n-1}) \end{aligned} \quad (33)$$

称为观测滑模面。

定理4 在假设1,2,3下,系统(1),(2)在控制器(32),(33)的作用下,可消除其外部时变干扰对其输出的影响,使得输出信号能渐近收敛到零。

证明 将式(32)代入系统(1)中的最后一行

$$\begin{aligned} \dot{x}_n = & f(x) - f(\hat{x}) + \sigma_n \tilde{d} + \\ & \alpha_n^{-1} [-k \text{sign}(\hat{S}) - \sum_{i=2}^n \alpha_{i-1} \hat{x}_i - \phi(\hat{d}, z_2, \\ & z_3, \dots, z_n)] \end{aligned} \quad (34)$$

将式(34)左右移项得

$$\begin{aligned} \sum_{i=2}^n \alpha_{i-1} \hat{x}_i + \alpha_n \dot{x}_n + \phi(\hat{d}, z_2, z_3, \dots, z_n) = & \\ -k \text{sign}(\hat{S}) + \alpha_n \tilde{f} + \alpha_n \sigma_n \tilde{d} \end{aligned} \quad (35)$$

结合真实滑模面的微分式(10)与式(35),有

$$\begin{aligned} \dot{S} = & -k \text{sign}(S - \hat{S}) + \alpha_n \tilde{f} + \alpha_n \sigma_n \tilde{d} + \\ & \sum_{i=2}^n \alpha_{i-1} \tilde{x}_i + [\phi(d, d^{(1)}, \dots, d^{(n-1)}) - \phi(\hat{d}, z_2, \\ & z_3, \dots, z_n)] \end{aligned} \quad (36)$$

由状态观测器的收敛作用和超螺旋算法的收敛性可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{S} = \lim_{t \rightarrow \infty} (S(t) - \hat{S}(t)) = 0$, k 的选取遵循

如下规则:

$$\begin{aligned} \text{定义 } n^* &= \sup_{t>0} |n(t)| \\ k > \alpha_n \tilde{f}^* + \alpha_n \sigma_n \tilde{d}^* + \sum_{i=2}^n \alpha_{i-1} \tilde{x}_i + \\ &[\phi(d, d^{(1)}, \dots, d^{(n-1)}) - \phi(\hat{d}, z_2, z_3, \dots, z_n)]^* \end{aligned} \quad (37)$$

当 $S \rightarrow 0$ 时

$$\alpha_n x_1^{(n-1)} + \alpha_{n-1} x_1^{(n-2)} + \dots + \alpha_2 \dot{x}_1^{(1)} + \alpha_1 x_1 = 0 \quad (38)$$

此时,输出 $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{C}x(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = 0$.

6 仿真分析

本节基于磁悬浮系统模型进行仿真,以证明本文所提之控制方法的可行性与优越性。模型的状态空间描述如文献[3]所示。假设外部干扰信号为 $= 5\sin(2t)$, 控制目标是使输出悬浮车垂直位移 $y \rightarrow 0$ 。

首先,考虑文献[6]的DOB(Disturbance Observer)控制策略,其干扰观测器的追踪效果系统输出效果由图1所示。可见在具有强时变干扰的情况下,文献[6]的干扰观测器无法准确估计外部干扰(存在时延),且控制效果是不成功的,为此基于本文所提的方法进行控制器设计。

现根据式(32)设计新型控制器。

$$\begin{aligned} u = -\hat{d} + a_3^{-1} [k \text{sign}(\hat{S}) - a_1 \hat{x}_2 - \\ a_2 \hat{x}_3 - a_1 \hat{d} - a_2 z_2 - a_3 z_3] - f(\hat{x}) \end{aligned} \quad (39)$$

其中取参数 $k=40, a_1=6, a_2=4, a_3=1$, 得

$$\hat{S} = a_1 \hat{x}_1 + a_2 \hat{x}_2 + a_3 \hat{x}_3 + a_2 \hat{d} + a_3 z_2 \quad (40)$$

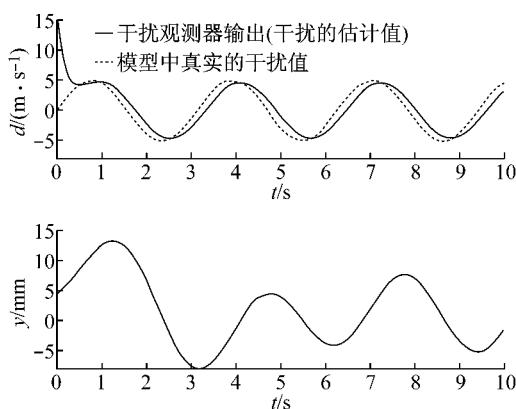


图1 干扰观测器估计和DOB控制系统输出

Fig.1 Disturbance observation and the system's output under DOB law

状态估计效果由图2给出。原系统输出的微分及其虚拟输出微分的估计由式(26)和(27)给出,估计效果由图3反映。未知输入(干扰)的一阶和二阶微分的估计效果见图4。对比图1和图4,本文的干扰重构相对文献[6],可以准确追踪外部扰动,且获取了扰动的微分信息。

实施式(39)的控制效果见图5,相比文献[6]的控制效果(见图1),本文的控制设计使系统输出完全消除了不匹配干扰的影响。

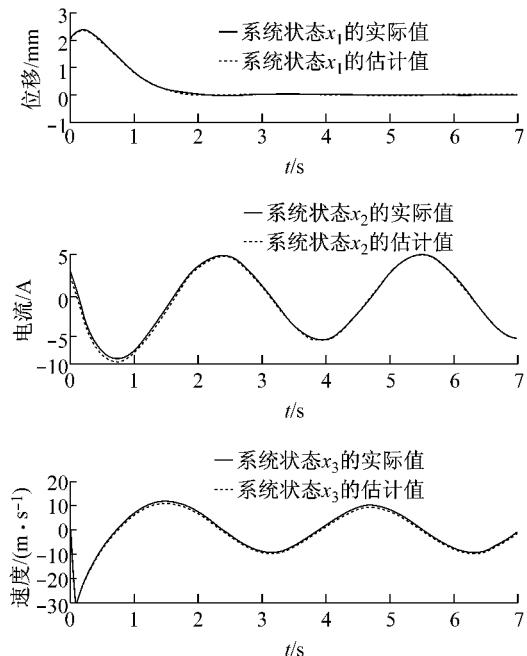


图2 系统内部状态及其估计值
Fig.2 System's inner states and their estimations

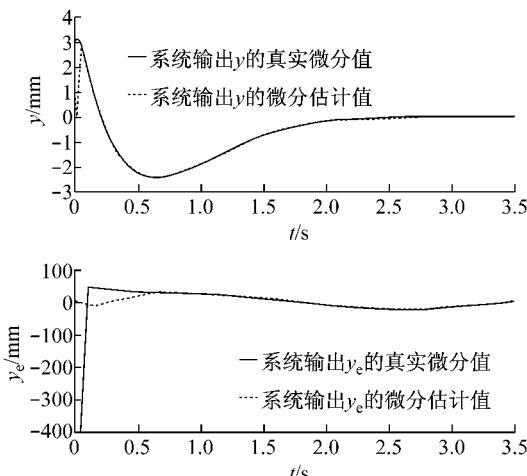


图3 扩展系统输出微分估计
Fig.3 The derivatives estimations of the extended system's outputs

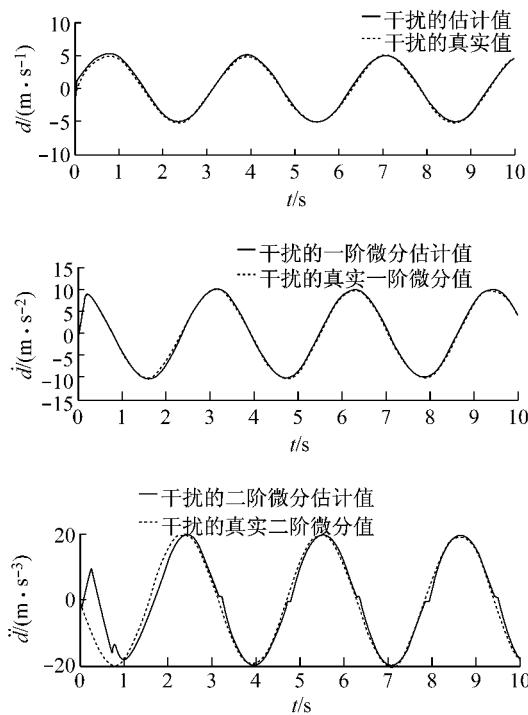


图4 外部干扰重构及其各阶微分估计

Fig. 4 The estimation of disturbance and the 1st and the 2nd derivatives

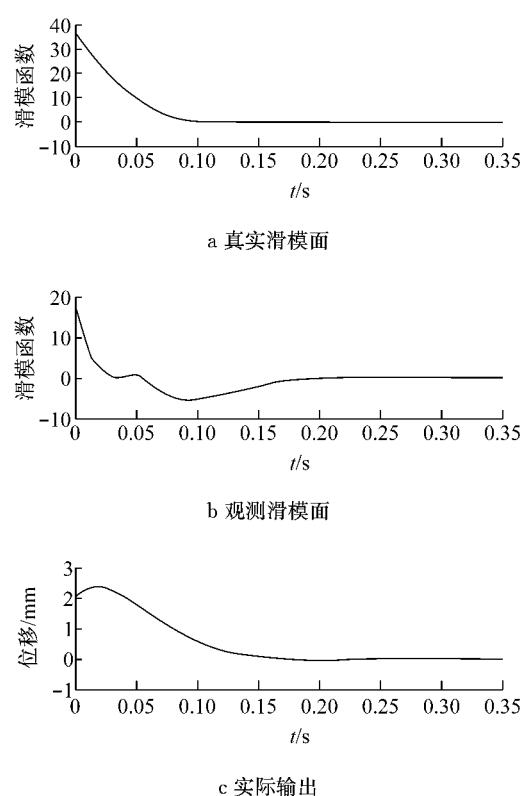


图5 系统真实滑模面、观测滑模面、实际输出仿真

Fig. 5 The real sliding surface, the observed sliding surface and the system's output

7 结语

提出一种新型未知输入观测器支持的滑模控制器,将其适用范围扩展到干扰时变有界;另外,将观测器设计研究结合到具体的控制器设计中,解决了系统内部状态不易测量的问题。方法通过引入高增益滑模观测器来提供对系统输出的微分值和干扰微分值的估计。

参考文献:

- [1] Yu X, Kaynak O. Sliding-mode control with soft computing: a survey [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(9): 3275.
- [2] Choi H. H. LMI-based sliding surface design for integral sliding mode control of mismatched uncertain systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(4): 736.
- [3] Yang J, Zolotas A, Chen W H, et al. Robust control of nonlinear MAGLEV suspension system with mismatched uncertainties via DOBC approach [J]. ISA Transactions, 2011, 50(3): 389.
- [4] Kim K S, Park Y, Oh S H. Designing robust sliding hyperplanes for parametric uncertain systems: a Riccati approach [J]. Automatica, 2000, 36(7): 1041.
- [5] Utkin V, Shi J. Integral sliding mode in systems operating under uncertainty condition [C]//Proceedings of Conference of Decision Control. Koba: IEEE, 1996: 4591-4596.
- [6] Yang J, Li S, Yu X. Sliding-mode control for systems with mismatched uncertainties via a disturbance observer [J]//IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(1): 160.
- [7] Wu S N, Sun X Y, Sun Z W, et al. Sliding-mode control for staring-mode spacecraft using a disturbance observer [J]. Journal of Aerospace Engineering, 2010, 224(2): 215.
- [8] Ha Q P, Trinh H. State and input simultaneous estimation for a class of non-linear systems [J]. Automatica, 2004, 40(10): 1779.
- [9] Yan X G, Edwards C. Adaptive sliding-mode-observer-based fault reconstruction for nonlinear systems with parametric uncertainties [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2008, 55(11): 4029.
- [10] ZHU Fanglai. State estimation and unknown input reconstruction via both reduced-order and high-order sliding mode observers [J]. Journal of Process Control 2012, 22(1): 296.
- [11] Levant A. High-order sliding modes: differentiation and output-feedback control [J]. International Journal of Control, 2003, 76(9/10): 924.
- [12] Raghavan S, Hedrick J K. Observer design for a class of nonlinear systems [J]. International Journal of Control, 1994, 59(2): 515.