

地面点云分层等值线表面重建和多分辨率表达

吴杭彬^{1,2}, 刘 春^{1,2}, 许正文³, 陆旻丰^{1,2}

(1. 同济大学 测绘与地理信息学院, 上海 200092; 2. 同济大学 现代工程测量国家测绘地理信息局重点实验室, 上海 200092;

3. 上海岩土工程勘察设计研究院有限公司, 上海 200438)

摘要: 提出一种基于分层等值线的地面激光扫描(TLS)数据表面重建及多分辨率表达方法。依据迭代的凸包算法,在具有垂直分布特点的点云中提取分层等值线。采用同步前进的最小外接圆方法完成分层等值线之间的三角剖分,得到地物局部三角形带。连接分层的局部三角形带并统一法线向量,得到地物整体三角网模型。采用等值线的高程间距和水平采样间隔作为控制参数,探讨了参数优化配置方法,实现地物整体模型的多分辨率表达。最后通过两个实例验证了本文方法的可行性。

关键词: 地面激光扫描(TLS); 表面重建; 点云; 等值线; 多分辨率

中图分类号: P237.3

文献标志码: A

Surface Reconstruction and Multi-Resolution Express from Terrestrial Laser Scanning Data Based on Stratified Contours

WU Hangbin^{1,2}, LIU Chun^{1,2}, XU Zhengwen³, LU Minfeng^{1,2}

(1. College of Surveying and Geo-Informatics, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Key Laboratory of Advanced Engineering Surveying of NASMG, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Shanghai Geotechnical Investigations & Design Institute Co., Ltd., Shanghai 200438, China)

Abstract: A stratified contours based surface reconstruction and multi-resolution express method is proposed in this paper. First, an iterated convex hull algorithm is hired to extract the stratified contours from vertical distributed point cloud. Then, based on the stratified contours, in synchronous headway premise, the shortest circumcircle radius method is adopted to finish the triangularization processing from adjacent contours to obtain the local object's model. After connecting the triangles in adjacent levels and unifying the normal vector for each triangle, the reconstructed surface

model could be used to express the object. To convey the surface model in multi-resolution, the elevation interval and horizontal resample distance is chosen as the model parameters for low resolution model generation. Furthermore, the optical parameter selection method is introduced to achieve better modeling results. At last, two case studies are chosen to verify the validity of the proposed method.

Key words: terrestrial laser scanning (TLS); surface reconstruction; point cloud; contour; multi-resolution

地面激光扫描(terrestrial laser scanning, TLS)获得的数据由全离散点云构成,通过拼接、去噪、分割、裁剪,对点云进行建模和分析。机械和测绘遥感领域已有很多学者开展了点云数据建模问题的研究,然而仍然没有一种算法能完全解决这一问题。

机械领域的点云表面重建主要研究数学曲面及曲面构造问题,称之为“逆向工程”。早在 1973 年, Baarhill 等^[1]从曲面造型的角度,分析了点云数据的插值方法,采用 BBG(Barnhill Birkhoff Gordon)格式作为点云表面重建的三角形构造格式。自此,连续三角 Bernstein-Bezier 曲面、 C^1 连续的 Bezier 曲面插值、分段三次 Bezier 三角代数曲面、非均匀有理 B 样条函数、径向基函数等曲面或曲面构造方法纷纷被提出并应用于点云建模,如 K 领域切平面法^[2]、 α -shape 算法^[3]、最小立方体分解法^[4]、局部曲面拟合法^[5]、三维表面增量重建算法^[6-7]、CS-RBF(自适应紧支撑函数)算法^[8]等。这些方法的主要思路是根据某一点及其邻域,构建数学曲面,然后通过各种数学方法,如 C^1 连续方程组、边界二次导数连续等,进行约束和优化,保证局部数学曲面光滑。其特点是数学模型严密,计算量大,构建的模型光滑、连续,是物体表面最佳逼近,一般针对小型物体、超高精度和密度

收稿日期: 2013-11-10

基金项目: 国家自然科学基金(41101382, 41371333); 国家“八六三”高技术研究发展计划(2013AA12A206); 测绘地理信息公益性行业科研专项(HY14122136)

第一作者: 吴杭彬(1983—),男,工学博士,主要研究方向为激光扫描数据处理理论与方法。E-mail: hb@tongji.edu.cn

点云的表面重建过程. 然而在一些模型复杂、特征细节多、地物本身并不光滑的区域或对象, 这些算法也存在一定的局限, 如切平面估算错误、拟合残差过大等.

随着 TLS 技术在大型地物扫描中的广泛应用, 一些针对 TLS 数据特点的表面重建算法也随之提出并得到应用, 如田庆^[9]、Dorninger 等^[10]、Pu 等^[11]利用建筑物的特征和知识等提出的建模方法. 这类方法适用于大型构筑物的建模过程, 然而由于仅采用特征点或特征数据, 并未采用大量点云, 因此其模型往往偏重整体而忽略局部, 存在分辨率低、细节表达不足等缺点.

模型的多细节表示(level of detail, LoD)是指对同一模型, 存在着由简到繁或由粗到精的多种表示^[12]. 要素由高到低表示, 形式上类似于图形要素的数据压缩和综合, 最常见的方法是线状要素综合的 Douglas-Peucker 算法^[13]. 此外, 郭庆胜^[14]、Ekoule 等^[15]、吴杭彬等^[16-18]分别研究了线状要素、点云、三角网模型等对象的多细节表达方法.

针对地面激光扫描数据的高分辨率、高精度特点, 提出一种基于分层等值线的多分辨率表面重建方法. 首先根据点云的分层等值线提取技术获取等值线, 然后采用同步前进的最小外接圆法, 实现相邻两层等值线之间的局部表面重建, 得到局部模型. 连接局部模型, 得到整体的三角网模型. 中、低分辨率的地物模型在数据管理、多分辨率表达等方面也具有重要意义, 因此采用分层等值线的高程间隔、等值线的水平采样间隔等参数对等值线进行采样, 构建中、低分辨率的等值线模型, 达到多分辨率模型的目的. 最后, 探讨了多分辨率建模的参数优化配置问题.

1 基于分层等值线的点云重建方法

1.1 点云数据分层等值线提取方法

从高分辨率的点云中获取等值线是点云特征提取的重要内容. 一般来说, 等值线提取依赖于表面模型, 如在地学领域, 一般采用不规则三角网或规则格网, 通过内插、追踪获取等值线. 在地面激光扫描数据处理领域, 等值线也可以通过分层点云的迭代计算求得^[16,19], 此处不再赘述.

1.2 等值线表面重建模型

如图 1 所示, 令 S 和 T 分别为相邻的分层等值线. 基于分层等值线的三角网重建的关键在于如何构建

S 和 T 之间的三角网结构, 来表达局部区域表面模型.

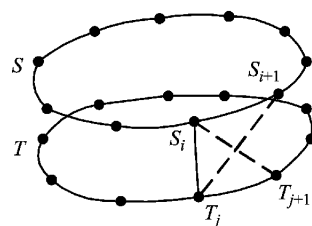


图 1 同步前进原则

Fig.1 Principle of synchronous headway for candidate points

基于等值线的表面重建方法是三维数据场的可视化方法之一, 一般用于医学领域的计算机断层摄影(CT)图像和核磁共振(MRI)图像切片重建过程^[12]. 重建方法主要有三种: 最短对角线法^[20]、最大体积法^[21]以及同步前进法^[22]. 本文提出采用融合同步前进的最小外接圆半径法, 保证构建的局部三角网在局部区域最优、惟一.

首先给出同步前进的最小外接圆半径法的两个初始条件:

- (1) 初始边为上下等值线节点间的最近边.
- (2) 定义待定点的同步前进方向为等值线的逆时针方向.

如图 2 所示, 令 $S_i T_j$ 为当前三角形待扩展的初始边. 最小外接圆半径法是依据 $S_i T_j$ 选择待定的点 (S_{i+1} 或 T_{j+1}) 进行外接圆半径判断. 依据同步前进原则, 可以定义两个初始的候选外接圆, 如图 2 实线和虚线圆. 显然, 在局部区域, 外接圆半径 $R > r$, 则定义的三角形 $S_i T_j S_{i+1}$ 的外接圆因包含待连接点 T_{j+1} 而不能满足空圆性质, 连接 $S_i T_{j+1}$ 并作为下次生长的初始边. 因此, 最小外接圆半径原则能保证生长的三角形在局部区域满足最优.

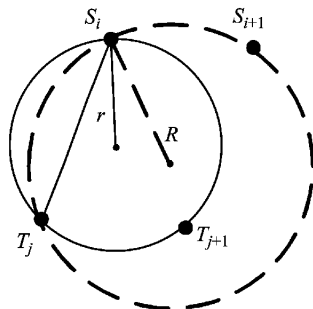


图 2 最短外接圆半径法

Fig.2 The shortest circumcircle radius method

计算开始时, 首先连接两层等值线之间距离最

短的两个点作为待扩展的边,然后以逆时针方向搜索待定点并按最小外接圆半径法确定扩展三角形。循环确定所有的待定点连接方式后,得到两层等值线之间的三角形片,称之为局部三角形带(见图3)。连接所有的相邻三角形带得到整体三角网,其局部区域重建过程如图4所示。



图3 局部三角形带重建结果

Fig.3 Local reconstruction results

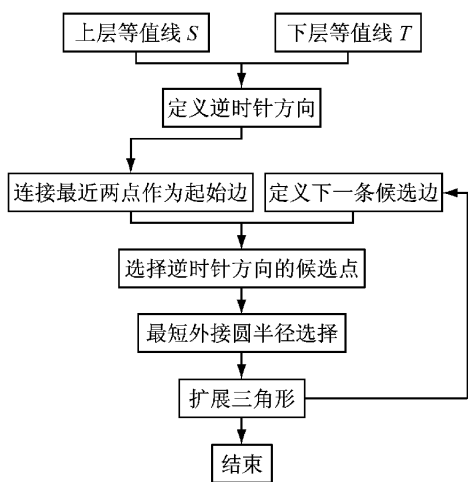


图4 局部三角形带重建流程

Fig.4 Flowchart of local reconstruction

2 模型的多分辨率表达与参数优化配置

2.1 模型的多分辨率表达

并非所有的实际应用中都需要最高分辨率的模型。高分辨率模型在表达地物细节方面具有明显的优势和必要性,而中、低分辨率模型在计算机快速绘制、数据管理等方面具有一定的优势。本文采用水平分辨率(R_H)和垂直分辨率(R_V)两个控制参数实现整体模型的多分辨率表达。其中,垂直分辨率采用等值线之间的高程间距。

由于点云分布的不均匀性,分层等值线上的激光点分布也是不均匀的。为实现不同分辨率的模型重建,需要对分层等值线进行重采样。主要步骤包括:首先,基于拟合等值线,按水平分辨率进行采样,得到第1次采样点。然后,对比第1次采样点与原始激光点云,保留与第1次采样点最近的激光点作为第2次采样点。因此,第2次采样点全部由原始点云中的激光点组成,精度高于第1次采样点。最后,将

第2次采样点与剩余的第1次采样点合并,得到水平采样点。

相比万程辉等^[19]采用的方法,本文的重建方法采用的点大部分为激光扫描获取的原始点云,少量为采样得到的点,这样能保证用于多分辨率建模的点具有高精度的特点。

2.2 多分辨率建模的参数优化配置原则

多分辨率建模的参数对建模结果有较大的影响,本文总结了以下三个原则用于多分辨率重建过程的参数优化配置:

(1) 参数选择应当考虑建模对象的整体大小。不同大小级别的对象,应选用不同级别的参数。如雕塑、部件等小型物体,扫描数据本身具备高分辨率特点,因此水平和垂直分辨率可选用 mm 级或 cm 级的参数;而大型物体,如建筑物、地形等,则可选用 dm 级或 m 级。

(2) 参数选择应当考虑建模目的。三维精细重建与分析需要采用较高的重建分辨率,以保证重建结果和分析结果的正确性。而整体三维可视化则只需要反映建模对象的整体结果,因此可以选取较低的分辨率。

(3) 参数选择应当考虑建模对象主要特征大小。如多层房屋的分层建模过程中,需要考虑阳台处上下两层没有相连,因此分层参数需要综合考虑楼层高度、阳台区域高度,保证分层结果可以反映阳台部分凹进的特征;而人物雕塑多分辨率建模过程中,则需考虑脸部、手部等各种凹、凸细节特征大小来决定分辨率。

3 实例应用

采用两套数据进行实例分析。第1套数据为2004年采集的同济大学孔子像数据,由 MENSIGS200 激光扫描仪采集,总共设三站进行扫描。经拼接、去噪、裁剪等预处理,点云总数为 10.8 万,平均采样间隔为 2~3 mm。第2套数据为2013年采集的上海海洋水族馆裙楼数据,由 Faro Focus3D 总共设置八站进行扫描,经拼接、裁剪、数据压缩,点云总数为 16.1 万,平均采样间隔为 8~10 mm。两套点云数据如图5所示。

3.1 实验数据等值线模型

采用迭代凸包算法分别对两套数据进行等值线提取。考虑到孔子像采集为近景采集,因此采用较高的分辨率进行等值线提取与重建,等值线间隔为

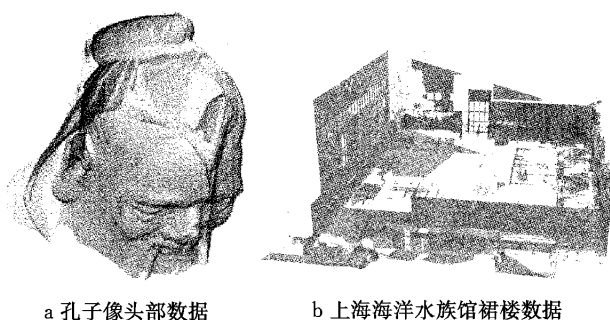


图 5 实例点云数据

Fig.5 Two datasets

5 mm, 而上海海洋水族馆数据场景较大, 采用 1 m 等值线间隔, 结果如图 6 所示. 可以看出, 在没有先验等值线知识和建立点云对象模型的前提下, 利用迭代的凸包算法可以有效地获取点云的等值线模型. 分层等值线符合一般等值线的特点, 不会产生交叉、重合等现象.

孔子像顶部、建筑物底部与顶部等值线存在与其他等值线方向不一致情况, 这是由于这些区域因遮挡等原因存在数据缺失, 从而导致这些区域的等值线偏差现象.

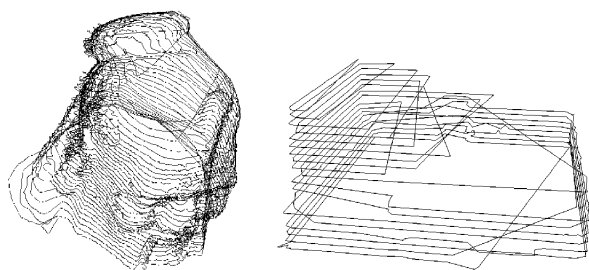
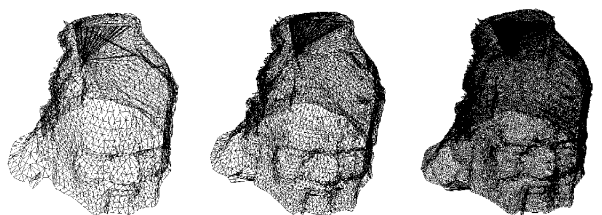


图 6 实例数据的分层等值线

Fig.6 Stratified contours for two datasets

3.2 模型的多分辨率表达

以不同分辨率对实例数据进行表面建模. 为表达方便, 在计算过程中设定模型的水平分辨率与垂直分辨率相等. 对孔子像头部分别采用 1.5, 1.0, 0.5 cm 为多分辨率重建参数, 得到不同分辨率下的对象模型如图 7 所示.



a 1.5 cm 分辨率模型 b 1.0 cm 分辨率模型 c 0.5 cm 分辨率模型

图 7 第 1 套数据不同分辨率建模结果

Fig.7 Multi-resolution express of the first dataset

采用 5, 3, 2, 1 m 分辨率, 对上海海洋水族馆点云进行多分辨率建模, 结果如图 8 所示.

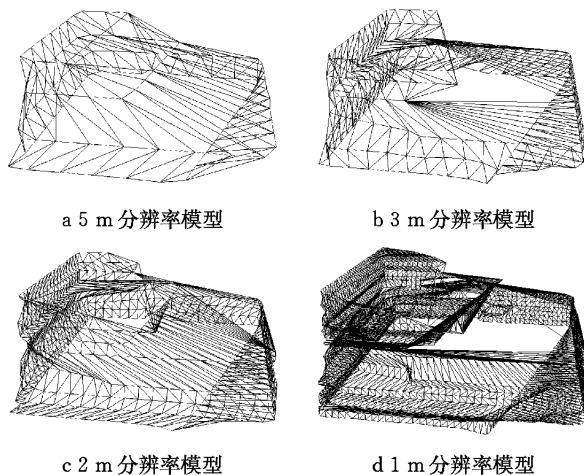
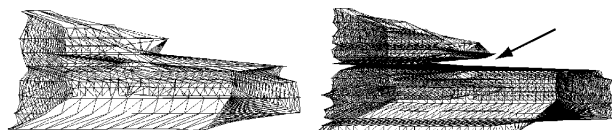


图 8 第 2 套数据的多分辨率建模结果

Fig.8 Multi-resolution express of the second dataset

从图 7 和 8 可以看出, 采用 R_v 和 R_H 作为控制参数, 可以实现对高分辨率点云的多分辨率重建, 构建中、低分辨率的模型.

对比上海海洋水族馆裙楼的建模结果, 可以发现随着模型分辨率的提高, 模型对地物的表达能力也随之提高. 如在 2 m 分辨率模型中, 建模结果表明建筑物顶部与底部为直接相连, 而从 1 m 分辨率模型中可发现, 建筑物顶部与底部存在明显的裂缝(见图 9b 箭头位置), 与点云数据表现的特征相同. 这也是参数优化配置需要考虑的问题.



a 2 m 分辨率模型中的侧面模型 b 1 m 分辨率模型中的侧面模型

图 9 局部重建效果比较

Fig.9 Comparison of local reconstruction results with different resolutions

3.3 本文方法的效率评估

在 CPU 为 Intel 奔腾 4 双核 2.8 G、2 G 内存、AutoCAD2002 与 ObjectARX2002 编程环境下测试本文方法的效率. 采用孔子像头部数据, 以 2.0, 1.5, 1.0, 0.5 cm 为分辨率, 分别记录构建多分辨率模型(包括等值线与三角网模型)的时间及其采用的采样点数、三角形数和等值线数, 结果见表 1.

对上海海洋水族馆裙楼的数据也进行效率评估, 结果见表 2.

表 1 和 2 中, 百分比为模型采用的采样点数与原始点云数据之比. 从这一参数可以看出, 只需要采

用少量点,即可完成对地物模型的表达,其余数据不参与模型的构建。

表1 孔子头像多分辨率建模的效率评估

Tab.1 Efficiency evaluation of the proposed method for the first dataset

模型分辨率/cm	采样点数	百分比/%	三角形数	等值线数	模型构建时间/s
2.0	1 187	1.1	2 834	24	13.6
1.5	2 167	2.0	5 006	35	17.4
1.0	4 776	4.4	11 456	49	27.5
0.5	19 912	18.4	45 502	99	63.6

表2 上海海洋水族馆裙楼多分辨率建模的效率评估

Tab.2 Efficiency evaluation of the proposed method for the second dataset

模型分辨率/m	采样点数	百分比/%	三角形数	等值线数	模型构建时间/s
5	167	0.1	242	4	1.1
3	305	0.2	479	7	2.1
2	679	0.4	1 175	10	5.9
1	3 025	1.8	5 695	17	22.6

从模型构建时间数据可以看出,本文方法可高效地实现高分辨率地面激光扫描数据的等值线提取和三角网模型的构建。

4 结语

针对地面点云数据的特点,提出以分层等值线作为建模依据,以同步前进的最小外接圆为判断条件,实现相邻分层等值线之间的模型重建。技术关键在于:①采用同步前进的最小外接圆半径法完成相邻分层等值线之间的模型重建;②采用高程间距和水平采样间隔作为控制参数实现模型的多分辨率表达。实例应用结果表明,本文方法可有效地获取地面激光扫描数据的多分辨率表面模型。

本文方法进行表面重建的重要前提是某一高程上只有一条等值线。对于同时扫描多个物体,或同一物体存在多条等值线的情况,本文方法就不能进行准确建模。点云中常见的缺失现象也会影响建模结果,如本文第2套数据的屋顶部分。此外,本文重建的表面模型具有局部最优的性质,还无法达到全局最优。因此,如何考虑这些条件下的建模是进一步研究的方向。

参考文献:

[1] Barnhill R E, Birkhoff G, Gordon W J. Smooth interpolation in triangles theory [J]. Journal of Approximation Theory, 1973,

8(2):114.

- [2] Hoop H, Derosé T, Duchamp T, *et al.* Surface reconstruction from unorganized points [C]// Proceedings of the 19th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, Chicago, USA. New York: ACM Press, 1992:71-78.
- [3] Bajaj C, Bernardini F, Xu G. Automatic reconstruction of surfaces and scalar fields from 3D scans[C]// Proceedings of the 22nd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1995: 109-118.
- [4] Dominique Attali. Regular shape reconstruction from unorganized points [C]// Proceedings of the 13th Annual Symposium on Computational Geometry, Nice, France. New York: ACM Press, 1997: 248-273.
- [5] Amenta N, Bern M, Kamvyselis M. A new Voronoi based surface reconstruction algorithm[C] // Proceedings of the 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, Orlando, FL, USA. New York: ACM Press, 1998:415-421.
- [6] 谭建荣, 李立新. 基于曲面局平特性的散乱数据拓扑重建算法[J]. 软件学报, 2002, 13(11):2121.
- TANG Jianrong, LI Lixing. An algorithm for topology reconstruction from unorganized points based on local flatness of surface[J]. Journal of Software, 2002, 13(11):2121.
- [7] 王青, 王融清, 鲍虎军, 等. 散乱数据点的增量快速曲面重建算法[J]. 软件学报, 2000, 11(9):1221.
- WANG Qing, WANG Rongqing, BAO Hujun, *et al.* A fast progressive surface reconstruction algorithm for unorganized points[J]. Journal of Software, 2000, 11(9):1221.
- [8] 刘春, 姚银银, 吴杭彬. 基于自适应紧支撑径向基函数的点云三维建模[J]. 地理与地理信息科学, 2009, 25(1): 88.
- LIU Chun, YAO Yinyin, WU Hangbin. Shape reconstruction from point cloud via adaptive compactly supported radial basis function[J]. Geography and Geo-Information Science, 2009, 25(1):88.
- [9] 田庆. 地面激光雷达数据的分割与轮廓线提取[D]. 北京: 北京建筑工程学院, 2008.
- TIAN Qing. Segmentation and boundary extraction of LiDAR data[D]. Beijing: Beijing University of Civil Engineering and Architecture, 2008.
- [10] Dorninger P, Pfeifer N. A comprehensive automated 3D approach for building extraction, reconstruction, and regularization from airborne laser scanning point clouds[J]. Sensors, 2008, 8(11):7323.
- [11] Pu S, Vosselman G. Knowledge based reconstruction of building models from terrestrial laser scanning data[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2009, 64: 575.
- [12] 唐泽圣. 三维数据场可视化[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.
- TANG Zesheng. Visualization of three dimensional data filed [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1999.
- [13] Douglas D H, Peucker T K. Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a digitized line or its caricature[J]. The Canadian Cartographer, 1973, 10(2): 112.

- [14] 郭庆胜. 线状要素图形综合的渐进方法研究[J]. 武汉测绘科技大学学报, 1998, 23(1): 52.
GUO Qingsheng. Study on progressive approach to graphic generalization of linear feature[J]. Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, 1998, 23(1): 52.
- [15] Ekoule A B, Peyrin F C, Odet C L. A triangulation algorithm from arbitrary shaped multiple planar contours [J]. ACM Transactions on Graphics, 1991, 10: 182.
- [16] 吴杭彬, 刘春. 激光扫描数据的等值线分层提取和多细节表达[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2009, 37(2): 267.
WU Hangbin, LIU Chun. Point cloud-based stratified contour extraction and its multi-lod expression with ground laser range scanning[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2009, 37(2): 267.
- [17] 刘春, 吴杭彬. 基于真三维 TIN 的三维激光扫描数据压缩方法[J]. 武汉大学学报信息科学版, 2006, 31(10): 908.
LIU Chun, WU Hangbin. Compress method for three dimension laser scanning data based on 3d triangular irregular network[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2006, 31(10): 908.
- [18] 刘春, 吴杭彬. 基于平面不规则三角网的 DEM 数据压缩和质量分析[J]. 中国图象图形学报, 2007, 12(5): 836.
LIU Chun, WU Hangbin. Data compress of DEM based on plane triangulation irregular network [J]. Journal of Image and Graphics, 2007, 12(5): 836.
- [19] 万程辉, 程效军, 程小龙. 基于快速成型技术生成等高线的方法[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2013, 41(6): 926.
WAN Chenghui, CHENG Xiaojun, CHENG Xiaolong. Contours generated by rapid prototyping technology [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2013, 41(6): 926.
- [20] Christiansen H N, Sederberg T W. Conversion of complex contour line definitions into polygonal elements mosaics[J]. Computer Graphics, 1978, 12(2): 187.
- [21] Keppel E. Approximation complex surfaces by triangulation of contour lines[J]. IBM Journal Research and Development, 1975, 19(1): 2.
- [22] Ganapathy S, Denneth T G. A new general triangulation method for planner contours[J]. Computer Graphics, 1982, 16(3): 69.

~~~~~

(上接第 225 页)

- [8] Pande A, Abdel-Aty M. Assessment of freeway traffic parameters leading to lane-change related collisions [J]. Accident Analysis & Prevention, 2006, 38(5): 936.
- [9] Abdel-Aty M, Pande A, Das A, *et al.* Assessing safety on Dutch freeways with data from infrastructure-based intelligent transportation systems [J]. Journal of the Transportation Research Board, 2008(2083): 153.
- [10] Pande A, Nuworsoo C, Shew C. Proactive assessment of accident risk to improve safety on a system of freeways [R]. San Luis Obispo, CA: California Polytechnic State University, 2012.
- [11] Hossain M, Muromachi Y. A Bayesian network based framework for real-time crash prediction on the basic freeway segments of urban expressways [J]. Accident Analysis & Prevention, 2012, 45: 373.
- [12] Pham M H, Faouzi E, Dumont A G. Real-time identification of risk-prone traffic patterns taking into account weather conditions [C]//Transportation Research Board 90th Annual Meeting. Washington D C, WA: Transportation Research Board, 2011.
- [13] Ahmed M, Abdel-Aty M, Yu R. A Bayesian updating approach for real-time safety evaluation using AVI data [J]. Journal of the Transportation Research Board, 2012(2280): 60.
- [14] Hossain M, Muromachi Y. Understanding crash mechanism on urban expressways using high-resolution traffic data [J]. Accident Analysis & Prevention, 2013, 57: 17.
- [15] 孙剑, 孙杰. 城市快速路实时交通流运行安全主动风险评估[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2014, 42(6): 873.  
SUN Jian, SUN Jie. Proactive assessment of real-time traffic flow accident risk on urban expressway[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2014, 42(6): 873.
- [16] Zainal A, Maarof M A, Shamsuddin S M. Feature selection using rough set in intrusion detection [C]//TENCON 2006, 2006 IEEE Region 10 Conference. Hong Kong: IEEE, 2006: 1-4.
- [17] Breiman L. Random forests[J]. Machine Learning, 2001, 45(1): 5.
- [18] Archer K J, Kimes R V. Empirical characterization of random forest variable importance measures [J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2008, 52(4): 2249.
- [19] De Oña J, Mujalli R O, Calvo F J. Analysis of traffic accident injury severity on Spanish rural highways using Bayesian networks [J]. Accident Analysis & Prevention, 2011, 43(1): 402.
- [20] Zhang K, Taylor M A P. Effective arterial road incident detection: a Bayesian network based algorithm [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2006, 14(6): 403.