

圆形均布荷载下铺面结构层应力的水平向分布规律

胡洪龙, 谈至明

(同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804)

摘要: 基于弹性层状理论, 研究圆形均布荷载作用下铺面结构层底弯拉应力, 土基顶面压应力水平向分布规律. 考察了铺面结构层层底径向应力系数 φ_r 、切向应力系数 φ_θ 和土基顶面压应力系数 φ_z 随距荷载圆中心点水平距离 r 的增加而衰减的规律, 分析总结了铺面结构参数对上述 3 个应力系数的影响, 给出了 3 个应力系数与铺面结构参数和距荷载圆中心点水平距离 r 之间的回归关系式.

关键词: 铺面工程; 均布荷载; 应力; 水平向分布

中图分类号: U416

文献标志码: A

Horizontal Distribution of Pavement Structure Layer Stress Under a Circular Uniform Load

HU Honglong, TAN Zhiming

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: Based on elastic layer theory, horizontal distributions of tensile stress and subgrade compressive stress of pavement structure layer are studied. The rules of the radial stress coefficient φ_r and tangential stress coefficient φ_θ at the bottom of pavement structure layer and stress coefficient on the top of subgrade φ_z decreasing with the increasing of the horizontal distance between the midpoint of load and the calculation point r are investigated in detail. The influence of pavement structure parameters on the three stress coefficients φ_i is analyzed. The regression relationship among the three stress coefficients φ_i , pavement structure parameters and the horizontal distance between the midpoint of load and the calculation point r is given. The research results can provide foundation for the studying of multi-axle load superposition effect.

Key words: pavement engineering; uniform load; stress; horizontal distribution

铺面结构层应力在水平向的分布规律是研究复杂荷载类型下铺面结构应力的基础. 早在 1929 年, Love^[1] 即采用势能法得出了半空间体在均布圆面积荷载作用下任意点应力的近似解. 随着二战中双轮飞机 B-29 轰炸机的出现, 多轮荷载的应力计算逐渐成为研究的难点和热点. Foster 等^[2] 和 Ahlvin 等^[3] 基于弹性半空间理论, 给出了圆形均布荷载下应力和位移随竖向距离和水平距离变化的图表. Huang^[4-5] 基于弹性层状理论, 研究了双层结构界面竖向挠度和第一层层底极限拉应变随荷载中心点距离变化的规律, 推荐了近似计算图表. 国内, 朱照宏和王秉纲^[6] 对此进行了较为系统的理论研究, 分别建立了弹性半空间体表面上的应力分量表达式, 文克勒地基和弹性半空间地基上无限大板在圆面积均布荷载作用下的挠度、反力和弯矩的理论表达式. 同济大学公路工程研究所和中国科学院计算技术研究所^[7] 对双层和三层弹性体系(层间连续和层间滑动)在圆形均布垂直荷载下的应力和位移进行了较全面的数值计算, 提出了数值表及计算图. 采用半无限弹性体与实际的铺面结构状况相差甚远, 其结果难言精度. 层状弹性理论更符合铺面的实际状况, 但理论表达式显得较为复杂且不易求解, 设计图表存在一定的局限性等问题使得有必要对圆形均布荷载下铺面结构层的水平向应力衰减规律进行更为全面、系统的研究.

1 铺面结构层应力系数

单圆荷载及铺面结构的示意图见图 1. 图 1 中, q 为均布荷载; δ 为荷载圆半径; (E_1, μ_1, h_1) , (E_2, μ_2, h_2) , (E_3, μ_3, h_3) , \dots , (E_n, μ_n, h_n) , 分别为第 1 层, 第 2 层, 第 3 层, \dots , 第 n 层的弹性模量、泊松比和厚度;

E_0, μ_0 为土基的弹性模量和泊松比. 原点设于单圆荷载中心下的面层顶面 O 点.

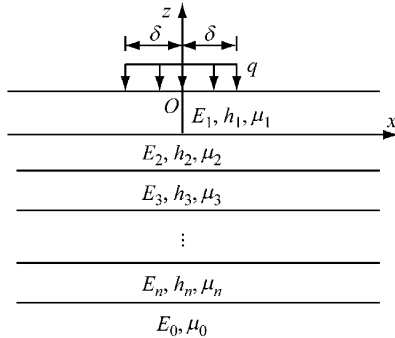


图 1 铺面结构及外荷载示意图

Fig.1 Pavement structure and loads

单圆荷载作用于铺面结构时,铺面结构层层底径向应力 σ_r 、切向应力 σ_θ 和土基顶面压应力 σ_z 随着距离荷载中心点 O 点的水平距离 r 的增加而衰减. 其中 σ_r 随着距离 r 的增加先减小至某一负值,而后再逐渐增加至零; σ_θ, σ_z 随着距离 r 的增加逐渐趋向于零. σ_r, σ_θ 和 σ_z 的衰减规律可用应力系数 φ_i ($i=r, \theta, z$, 分别代表径向应力系数、切向应力系数、土基顶面压应力系数)来表示

$$\varphi_r = \frac{\sigma_r(r)}{\sigma_{r0}}, \quad \varphi_\theta = \frac{\sigma_\theta(r)}{\sigma_{\theta0}}, \quad \varphi_z = \frac{\sigma_z(r)}{\sigma_{z0}} \quad (1)$$

式中: $\sigma_r(r), \sigma_\theta(r)$ 和 $\sigma_z(r)$ 分别为距荷载中心点 r 处的铺面结构层层底径向应力、切向应力和土基顶面压应力; $\sigma_{r0}, \sigma_{\theta0}$ 和 σ_{z0} 分别为荷载中心点处铺面结构层层底径向应力、切向应力和土基顶面压应力.

2 双层结构的应力系数

结构计算时选取的荷载和铺面结构参数: $q=1$ MPa, $\delta=0.1 \sim 0.4$ m, $h_1/\delta=1 \sim 4$, 面层和土基的广义模量比 $\lambda_E = \frac{1-\mu_0^2}{1-\mu_1^2} \frac{E_1}{E_0} = 20 \sim 300$, $\mu_1=0.15 \sim 0.30$, $\mu_0=0.3 \sim 0.4$. 面层与土基层间光滑.

2.1 面层层底切向应力系数 φ_θ

切向应力系数 φ_θ 随着水平距离 r 的增加从 1 逐渐趋近于 0, φ_θ 的衰减速度随着荷载圆半径 δ 、面层相对刚度半径 l 的变小而增大, 见图 2.

计算结果表明, 面层和土基广义模量比 λ_E 越大时, 切向应力系数 φ_θ 越大, 这可能是由于 λ_E 越大相应的切向应力的扩散面积也越大, 可认为较大的 λ_E 起到了扩大荷载半径的作用. 将相同 λ_E 时的水平距离 r 、面层刚度半径 l 、面层厚度 h_1 和荷载半径 δ 按

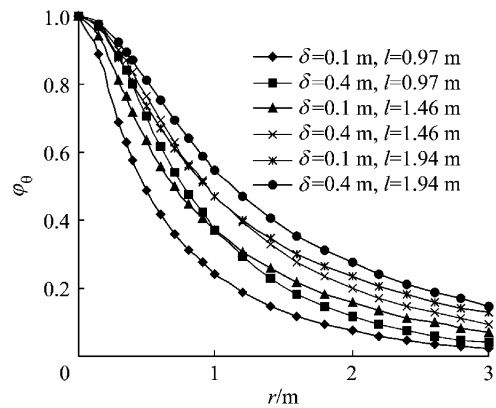


图 2 $\lambda_E=100$ 时, φ_θ 和 r 的关系曲线

Fig.2 Relation curves of $\varphi_\theta \sim r$, $\lambda_E=100$

式(2)合并为一个量纲为一参数 η_θ 后发现, 不同荷载和铺面结构参数的应力系数 φ_θ 可合并为一条曲线, 见图 3.

$$\eta_\theta = \frac{r}{l + (0.49 \ln \lambda_E + 0.61) \delta \exp(-0.5r/l)} \quad (2)$$

$$l = \sqrt[3]{\frac{2D_1(1-\mu_0^2)}{E_0}} \quad (3)$$

式中: D_1 为面层弯曲刚度.

$$D_1 = \frac{E_1 h_1^3}{12(1-\mu_1^2)} \quad (4)$$

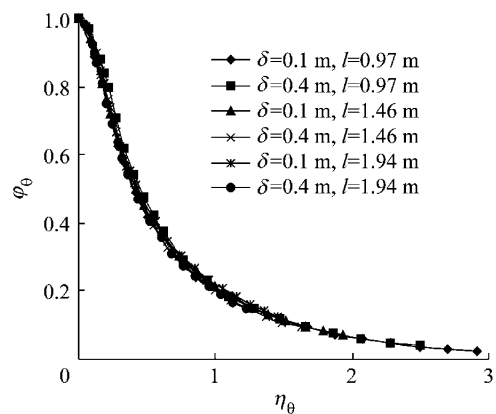


图 3 $\lambda_E=100$ 时, φ_θ 和 η_θ 的关系曲线

Fig.3 Relation curves of $\varphi_\theta \sim \eta_\theta$, $\lambda_E=100$

从图 3 可以看出, 所有不同荷载半径 δ 、不同相对刚度半径 l 的差异基本被消除, φ_θ 仅与 η_θ 和 λ_E 有关, 它们之间的关系可近似表示为

$$\varphi_\theta = \exp(-(a_\theta \eta_\theta^2 + b_\theta \eta_\theta)) \quad (5)$$

$$a_\theta = -0.008 \lambda_E^{0.704} \quad b_\theta = 0.856 \lambda_E^{0.158}$$

使用式(5)计算得到的 φ_θ 值与理论值相比, 除在 $r < 2.5\delta$ 时, 两者差值有可能较大外, 其他场合差值都很小, 在 $r \geq 2.5\delta$ 时, 两者相差最大不超过 0.05.

2.2 面层层底径向应力系数 φ_r

图 4 给出了 $\lambda_E=100$, 不同荷载半径 δ 和面层相对刚度半径 l 时, 层底径向应力系数 φ_r 随水平距离 r 的变化情况. 从图 4 中可以看到, φ_r 随 r 的变化情况较 φ_θ 随 r 的变化情况更复杂一些, φ_r 和 r 之间关系呈非单调性, 在 r 较小时, φ_r 衰减速度很快, φ_r 从初始值 1 衰减越过 0 之后, 在负值区触底然后慢慢上升并趋向于 0, 触底数值在 $-0.05 \sim -0.16$ 之间; 随着刚度半径 l 的增大, φ_r 衰减速度减慢, 触底数值增大; 随着荷载半径 δ 的增大, φ_r 衰减速度减慢, 触底数值减小.

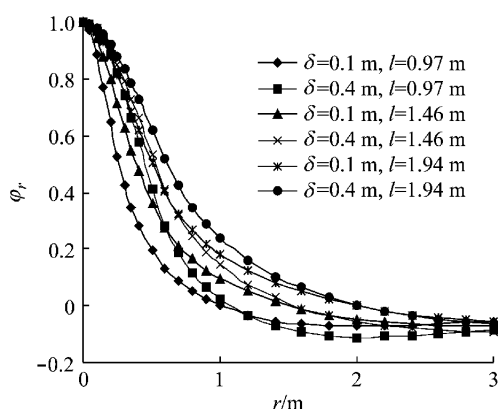


图 4 φ_r 和 r 的关系曲线
Fig.4 Relation curves of $\varphi_r \sim r$

通过对层底径向应力系数 φ_r 变化情况的研究发现, 将水平距离 r 、面层相对刚度半径 l 和荷载半径 δ 合并为如式(6)所示的量纲为一参数 η_r , 则可归并荷载半径 δ 、面层相对刚度半径 l 的影响, 图 4 则变换为图 5.

$$\eta_r = \frac{r}{l + 2\delta \exp(-r/l)} \quad (6)$$

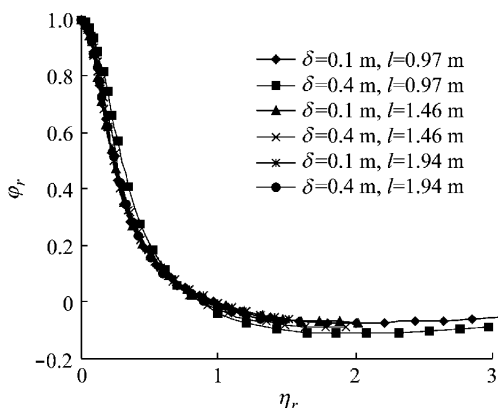


图 5 φ_r 和 η_r 的关系曲线
Fig.5 Relation curves of $\varphi_r \sim \eta_r$

经过以上变换之后, 不同荷载半径和面层刚度

半径对 φ_r 的影响并没有完全消除, 还需经过式(7)的转化才能将 φ_r 分布曲线完全拟合.

$$\varphi_r = \lambda_r \frac{\sin x_r}{\sinh x_r} + (1 - \lambda_r) \frac{\cos x_r}{\cosh x_r}$$

$$x_r = \ln(1 + a_r \eta_r^{b_r}) \quad \lambda_r = 0.3 - 0.55 \frac{\delta}{l}$$

$$a_r = 6.5 - 1.4 \frac{\delta}{l} \quad b_r = 1.716 \lambda_E^{0.127} \quad (7)$$

用以上方法处理之后, 计算得到的 φ_r 值与理论值相比, 除在 $r < 2.5\delta$ 时, 两者的差值会超过 0.04 外, 其他情况差值均很小, 在 $r \geq 2.5\delta$ 时, 差值最大不超过 0.04.

2.3 土基顶面压应力系数 φ_z

土基顶面压应力系数 φ_z 随着距离 r 的增加单调下降, φ_z 的下降速率随着荷载圆半径 δ 、模量比 λ_E 和面层厚度 h_1 的增加而放慢, 参见图 6.

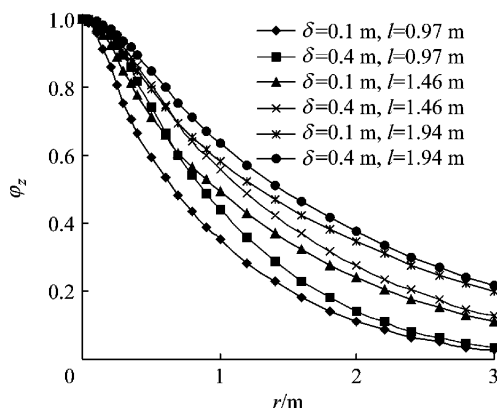


图 6 φ_z 和 r 的关系曲线
Fig.6 Relation curves of $\varphi_z \sim r$

为了归并不同荷载半径 δ 、面层相对刚度半径 l 对土基压应力系数 φ_z 的影响, 将水平距离 r 、刚度半径 l 和荷载半径 δ 按式(8)合并为一个参数 η_z

$$\eta_z = \frac{r}{l + 2\delta \exp(-r/l)} \quad (8)$$

图 7 为图 6 中横坐标 r 改为 η_z 后的结果. 从图 7 中可以看出, 不同荷载半径 δ 及面层相对刚度半径 l 时的 φ_z 曲线几乎重合. 因此, 土基压应力系数 φ_z 可回归为仅与 η_z 有关的公式

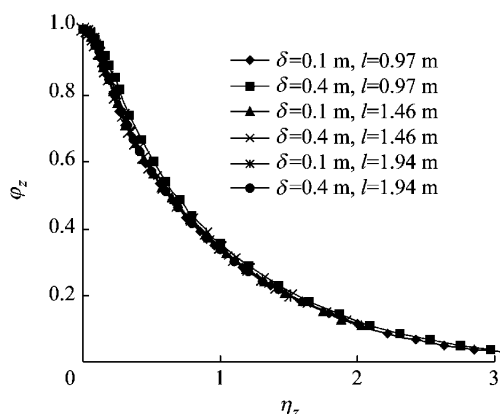
$$\varphi_z = \exp(-(0.0653\eta_z^2 + 1.014\eta_z)) \quad (9)$$

式(8)得到的土基压应力系数 φ_z 具有良好的精度, 在 $r \geq 2.5\delta$ 时, 回归偏差很小, 最大不超过 0.05.

3 多层结构的换算

3.1 刚性、半刚性基层铺面的换算方法

基层为刚性、半刚性材料的 3 层铺面结构, 由于

图 7 φ_z 和 η_z 的关系曲线Fig. 7 Relation curves of $\varphi_z \sim \eta_z$

基层刚度较大,沥青面层弯拉应变和土基顶面压应变一般均较小,对结构设计不起控制作用,但半刚性基层易因弯拉应力过大而造成结构断裂,因此,在铺面结构设计时需考虑基层层底弯拉应力.在计算刚性、半刚性类基层层底的切向应力系数 φ_θ 或径向应力系数 φ_r 时,要先将式(2)、式(5)、式(6)和式(7)中的面层刚度半径 l 改为面、基层总的弯曲刚度半径 l_g . l_g 按式(3)计算,只需将其中的面层弯曲刚度 D_1 改为面层和基层总的弯曲刚度 D_g 即可.

当面层和基层连续时,面、基层总的弯曲刚度 D_g 按下式计算:

$$D_g = D_1 + D_2 + \frac{(h_1 + h_2)^2}{4} e$$

$$e = \left(\frac{1 - \mu_1^2}{E_1 h_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2 h_2} \right)^{-1} \quad (10)$$

式中: D_2 , E_2 , h_2 , μ_2 分别为基层的弯曲刚度、模量、厚度、泊松比.

面、基层当量结构层的厚度 h_g 、弹性模量 E_g 、泊松比 μ_g 按式(11)计算,其中, h_g 为 2 倍的面、基层共有中性轴至基层层底的距离.

$$h_g = h_2 + (h_1/h_2 + 1) \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} e$$

$$E_g = \frac{12 D_g (1 - \mu_g^2)}{h_g^3}$$

$$\mu_g = \mu_2 \quad (11)$$

当面层和基层光滑时,面层和基层均无轴向力,但由竖向压应力和剪切应力引起的截面曲面变形将导致面层与基层弯曲曲率的不同,面、基层总的弯曲刚度 D_g 按下式计算:

$$D_g = \lambda D_1 + D_2 \quad (12)$$

式中: λ 可称为面层与基层弯矩分配系数,其近似回归式为

$$\lambda = a \left[\ln \left(\frac{D_1}{D_2} \left(\frac{\delta}{h_2} \right)^3 \right) + 10 \right]^b \quad (13)$$

式中: a, b 为回归系数, $a = 13.4$, $b = -1.12$.

面、基层当量结构层的弹性模量 E_g 、厚度 h_g 、泊松比 μ_g 按下式计算:

$$E_g = \frac{E_1 h_1^2 + E_2 h_2^2}{h_1^2 + h_2^2}$$

$$h_g = \sqrt[3]{\frac{12(1 - \mu_g^2) D_g}{E_g}}$$

$$\mu_g = \mu_2 \quad (14)$$

然后将式(2)、式(4)、式(6)中的面层与土基的模量之比改为面、基层当量结构层的模量 E_g 与土基模量 E_0 之比,将 3 层结构换算成双层结构后,再按照双层结构的方法计算基层层底的切向应力系数 φ_θ 或径向应力系数 φ_r .

3.2 粒料基层的铺面换算方法

基层为粒料的 3 层铺面结构,铺面结构设计应控制沥青面层层底弯拉应变以防止沥青面层疲劳开裂;控制土基顶面压应变以避免土基出现过量的塑性变形.

土基顶面压应力系数 φ_z 的计算方法与刚性、半刚性基层的方法基本相同,只是在面、基层光滑,计算面层与基层弯矩分配系数 λ 时,需将其中的回归系数改为 $a = 13.7$, $b = -0.98$.

计算面层切向应力系数 φ_θ 和径向应力系数 φ_r 时,要将粒料基层和土基合并成模量为 E_t 、泊松比为 μ_t 的均质层,并将式(2)、式(5)和式(7)中的面层与土基的模量比改为面层模量 E_1 与基层顶面当量回弹模量 E_t 的模量比;将式(2)、式(6)和式(7)中的面层刚度半径 l 改为面层相对地基的刚度半径 l_t , l_t 可按式(3)计算,但要将其中的 E_0, u_0 换为 E_t, u_t . 然后再按照双层结构的计算方法进行计算.基于弯拉应力等效的基层顶面当量回弹模量 E_t 的计算方法可参照文献[8].

3.3 多层铺面结构的换算方法

若面层或基层由 2 层或 2 层以上不同弹性模量的材料构成时,可按照弯曲刚度等效原则换算为一均匀当量结构层.2 层结构时,当量结构的总弯曲刚度 D_g 按式(10)计算,当量层厚度 h_g 、弹性模量 E_g 按式(11)计算.若超过 2 层,可由上而下逐层换算.即先求出 1, 2 层当量结构层的厚度、弹性模量,然后将其视为新的第 1 层,再利用式(10)和式(11)求得 1, 2, 3 层总弯曲刚度、当量结构层厚度、弹性模量,如此重复,直至将多层的面层或基层分别换算成 1 层面层或基层后,再按照上面 3 层铺面结构的换算方

法计算铺面结构层的应力系数。

使用以上换算方法计算得到的 φ_θ , φ_r 和 φ_z 值与理论值的差值在 $r \geq 3\delta$ 时一般不超过 0.05, 可满足工程精度要求, 参见表 1。表中荷载半径 $\delta = 0.2$ m,

面层模量 $E_1 = 3\,000$ MPa, 泊松比 $\mu_1 = 0.3$, 厚度 $h_1 = 0.18$ m; 基层模量 $E_2 = 10\,000, 5\,000, 400$ MPa, 泊松比 $\mu_2 = 0.15 \sim 0.30$, 厚度 $h_2 = 0.40$ m; 土基模量 $E_0 = 80$ MPa, 泊松比 $\mu_0 = 0.35$ 。

表 1 $\varphi_\theta, \varphi_r$ 计算值与理论值的偏差

Tab.1 The deviation of the calculated value with the theoretical value of $\varphi_\theta, \varphi_r$

基层模量/ MPa	应力系数	应力系数计算值与理论值的偏差						
		$r=0.6$ m	$r=0.9$ m	$r=1.2$ m	$r=1.5$ m	$r=2.0$ m	$r=2.5$ m	$r=3.0$ m
10 000	φ_θ	0.015	0.031	0.028	0.021	0.014	0.011	0.010
	φ_r	-0.022	-0.024	-0.017	-0.009	-0.003	-0.005	-0.011
5 000	φ_θ	0.011	0.027	0.022	0.016	0.010	0.008	0.007
	φ_r	-0.040	-0.032	-0.020	-0.010	-0.006	-0.011	-0.018
400	φ_θ	-0.050	-0.028	-0.010	-0.004	-0.001	0.001	0.003
	φ_r	-0.009	0.008	0.005	0.003	0.002	0.002	0.001

4 结论

(1) 铺面结构层层底径向应力 σ_r 、切向应力 σ_θ 和土基顶面压应力 σ_z 随着距离荷载中心点的水平距离 r 的增加而衰减, 其衰减规律可用应力系数 φ_i 来表示。

(2) 双层结构时, 面层层底切向应力系数 φ_θ 的衰减速度随着荷载半径 δ 、刚度半径 l 的变小而增大。径向应力系数 φ_r 随水平距离 r 的变化情况较 φ_θ 随 r 的变化情况更复杂, φ_r 和 r 之间关系呈非单调性。土基顶面压应力 σ_z 在水平向分布情况较 σ_r 和 σ_θ 的水平向分布情况要简单。 φ_θ , φ_r 和 φ_z 均可用含 r , δ , λ_E 和 l 的回归式近似计算, 回归结果具有较高的精度。

(3) 计算多层结构时的应力系数, 要按照弯曲刚度等效原则将多层结构换算成双层结构, 然后再按照双层结构的方法进行计算。

(4) 圆形均布荷载下铺面结构层应力的水平向分布规律是研究多轮荷载应力叠加的基础, 研究成果可为复杂荷载(双轴或多轴的车辆荷载、飞机荷载和港口装运机械荷载)的铺面结构设计提供依据。

参考文献:

[1] Love A E H. The stress produced in a semi-infinite solid by

pressure on part of the boundary[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, 1929, 228: 377.

[2] Foster C R, Ahlvin R G. Stresses and deflections induced by a uniform circular load[J]. Journal of Highway Research Board, 1954, 33: 467.

[3] Ahlvin R G, Ulery H H. Tabulated values for determining the complete pattern of stresses, strains and deflections beneath a uniform circular load on a homogeneous half space[J]. Journal of Highway Research Board, 1962, 41: 1.

[4] Huang Y H. Computation of equivalent single-wheel loads using layered theory[J]. Journal of Highway Research Board, 1969, 48: 144.

[5] Huang Y H. Critical tensile strain in asphalt pavements[J]. Transportation Engineering Journal, ASCE, 1973, 99(3): 553.

[6] 朱照宏, 王秉纲. 路面力学计算[M]. 北京: 人民交通出版社, 1984.

ZHU Zhaohong, WANG Binggang. Pavement mechanics calculation[M]. Beijing: China Communications Press, 1984.

[7] 同济大学公路工程研究所. 路面厚度计算图表[M]. 北京: 人民交通出版社, 1975.

Highway Engineering Research Institute of Tongji University. Calculation chart of pavement thickness [M]. Beijing: China Communications Press, 1975.

[8] 谈至明, 胡洪龙. 港口重型铺面设计方法研究[R]. 上海: 同济大学, 2013.

TAN Zhiming, HU Honglong. Design method for harbour heavy duty interlocking block pavements [R]. Shanghai: Tongji University, 2013.