

基于二次场算法的大地电磁二维有限单元法正演

张志勇¹, 李曼^{2,3}, 邓居智³, 杨海燕³

(1. 中南大学 地球科学与信息物理学院, 湖南 长沙 410083; 2. 同济大学 海洋与地球科学学院, 上海 200092;

3. 东华理工大学 核资源与环境教育部重点实验室, 江西 南昌 330013)

摘要: 推导了同时考虑电阻率与磁导率变化的大地电磁二维方程, 并应用有限单元法进行数值模拟。为了提高计算精度与效率, 简化计算节点生成, 采用格林定理处理二次场方程源项, 并设计实现了一种基于二叉树结构的收缩网格剖分算法; 采用基于最少填入元思想的稀疏矩阵符号分析方法, 实现了稀疏线性方程组的 LDL^T 求解。利用二次场算法进行模型试算, 结果表明所采用的新计算方法大大减少了计算单元数量, 提高了计算精度与效率。

关键词: 大地电磁; 有限单元法; 数值模拟; 稀疏矩阵

中图分类号: P631.3

文献标志码: A

Secondary Field-Based Two-Dimensional Magnetotelluric Numerical Simulation by Finite Element Method

ZHANG Zhiyong¹, LI Man^{2,3}, DENG Juzhi³, YANG Haiyan³

(1. School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha 410083, China; 2. School of Ocean and Earth Science, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Key Laboratory of Nuclear Resources and Environment of the Ministry of Education, East China Institute of Technology, Nanchang 330013, China)

Abstract: The Helmholtz equations for the secondary fields are almost the same as those for the total fields; the main differences are the addition of source terms involving the primary fields and the conductivity (TM mode) or magnetic permeability (TE mode) difference between the abnormal body and the host. In this paper a forward code was proposed using the finite element method, in which not only the conductivity but also the magnetic permeability differences were considered. In order to increase the calculation accuracy and efficiency, some special technologies were adopted. First, Green's theorem was used to treat the source term of the secondary field equations as the volume-integral and boundary integrals at elements. Next, the contraction grid algorithm was designed based on the binary tree structure. The advantage of the mesh was that it greatly reduced the

number of nodes with almost the same precision as the uncontracting mesh. Moreover, sparse linear system of equations was solved by using the LDL^T method, in order to reduce the calculation time. The sparse matrix symbolic analysis method based on the minimum fill-in element were adopted before the LDL^T. Finally, the two models were tested. The results showed that the calculation accuracy and efficiency were greatly improved by using the treatment method of secondary filed source term, the domain discrete method and the LDL^T.

Key words: magnetotellurics; finite element method; numerical simulation; sparse matrix

自 Coggon 将有限单元法引入到地球物理领域以来^[1], 该方法在数值模拟中的应用越来越广泛, 而大地电磁法(magnetotelluric, MT)有限单元正演问题一直都是研究热点。陈乐寿^[2]采用矩形与三角形相结合的剖分方法。Wannamaker 等^[3]进行了大地电磁地形影响研究。为提高计算精度, 徐世浙等^[4]与史明娟等^[5]采用了二次插值四边形网格。刘云等^[6]利用等参单元变换, 采用四边形网格实现了带地形的大地电磁正演。陈小斌等^[7]研究了有限单元直接迭代方法。马为等^[8]在此基础上进行了辅助场计算的研究。为了克服结构化网格的不足, Key 等^[9]采用非结构化的自适应剖分算法进行海洋大地电磁的正演。Li 等^[10]利用非结构化网格进行了各向异性问题的二维大地电磁正演。为提高正演线性方程组求解的计算速度, 柳建新等^[11]研究了不完全 LU 分解预处理, 张继锋等^[12]研究了不完全 LDL^T 预处理共轭梯度迭代解法。研究表明, 由于大地电磁有限单元法形成的稀疏矩阵性质不好, 会造成低频计算特别是 TM 模式(也称 H 型波)的计算困难。Wannamaker 等^[13]首先采用求解二次场的方法, 提高低频场值的

计算精度. 刘小军等^[14]考虑电导率变化的二次场 TE 模式(也称 E 型波)的计算. Key 等^[9]提出了无需进行单元边界积分的二次场方程源项计算方法.

为了继续深入研究大地电磁场的计算方法,并探求效率更高的正演算法技术,本文着眼于同时考虑电阻率与磁导率变化的大地电磁二维问题,采用格林定理处理二次场方程源项,实现了一种基于二叉树结构的收缩网格剖分算法.采用基于最少填入元思想的稀疏矩阵符号分析方法,实现了线性方程组的 LDL^T 求解,有效减少了方程组求解时间.最后利用二次场算法,分别对存在电阻率及磁导率异常的模型进行试算,验证了新算法技术的计算效果.

1 基于二次场的有限单元法二维大地电磁场数值模拟原理

考虑地下电导率与磁导率变化,二次电磁场满足如下形式的麦克斯韦方程组(取时间因子为 e^{-iωt}, 其中 ω 为角频率):

$$\nabla \times \mathbf{H}_s = \tilde{\sigma} \mathbf{E}_s + \Delta \sigma \mathbf{E}_b \tag{1a}$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_s = \tilde{\mu} \mathbf{H}_s + \Delta \tilde{\mu} \mathbf{H}_b \tag{1b}$$

式中:∇为哈密尔顿算子;E_b, H_b 分别为一次电场、磁场强度;E_s, H_s 分别为二次电场、磁场强度;σ̃ = σ - iωε, 为复电导率;σ 为电导率, σ = Δσ + σ₀; Δσ 为异常电导率;σ₀ 为背景电导率;ε 为介电常数(取真空中介电常数 ε₀ = 8.854 2 × 10⁻¹² F · m⁻¹);μ 为磁导率(取真空中磁导率 μ₀ = 4π × 10⁻⁷ H · m⁻¹);Δμ 为异常磁导率;μ̃ = iωμ; Δμ̃ = iωΔμ.

二维条件下,取地质体走向为 y 轴,则走向方向二次电场 E_{s,y} 与磁场 H_{s,y} 满足如下偏微分方程:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\tilde{\mu}} \frac{\partial E_{s,y}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\tilde{\mu}} \frac{\partial E_{s,y}}{\partial x} \right) + \tilde{\sigma} E_{s,y} = -\Delta \sigma E_{b,y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\Delta \tilde{\mu}}{\tilde{\mu}} H_{b,z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Delta \tilde{\mu}}{\tilde{\mu}} H_{b,x} \right) \tag{2a}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\tilde{\sigma}} \frac{\partial H_{s,y}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\tilde{\sigma}} \frac{\partial H_{s,y}}{\partial x} \right) + \tilde{\mu} H_{s,y} = -\Delta \tilde{\mu} H_{b,y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\Delta \sigma}{\tilde{\sigma}} E_{b,z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Delta \sigma}{\tilde{\sigma}} E_{b,x} \right) \tag{2b}$$

式(2a)代表 TE 模式,式(2b)代表 TM 模式.式(2)右端项为“源项”,式(2a)和(2b)可统一写成如下形式:

$$-\nabla \cdot (a(x,z) \nabla V) + b(x,z)V = -f(x,z) \tag{3}$$

构造式(3)的泛函

$$F(V) = \int_{\Omega} \left\{ \frac{a(x,z)}{2} \left[\left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right] + \right.$$

$$\left. \frac{b(x,z)}{2} V^2 + Vf(x,z) \right\} dx dz \tag{4}$$

微分方程(3)的解与求解泛函(4)的极值问题等价.

对研究区域进行剖分,则泛函式(4)可表示为如下离散形式:

$$F(V) = \sum_{\Omega} \int_{\Omega_e} \frac{1}{2} a(x,z) \left[\left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right] dx dz + \sum_{\Omega} \int_{\Omega_e} \frac{1}{2} b(x,z) V^2 dx dz + \sum_{\Omega} \int_{\Omega_e} fV dx dz = \mathbf{V}^T \left(\frac{1}{2} \sum_{\Omega} \mathbf{K}_{1e} + \frac{1}{2} \sum_{\Omega} \mathbf{K}_{2e} \right) \mathbf{V} + \mathbf{V}^T \sum_{\Omega} \mathbf{B}_e = \mathbf{V}^T \mathbf{K} \mathbf{V} + \mathbf{V}^T \mathbf{B} \tag{5}$$

取式(5)的变分可得到有限单元计算方程组

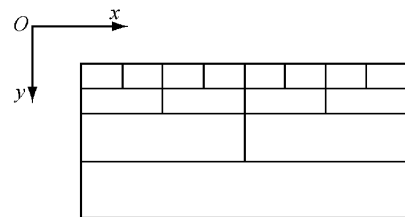
$$\mathbf{K} \mathbf{V} = \mathbf{B} \tag{6}$$

求解式(6)即可得到节点的场值.

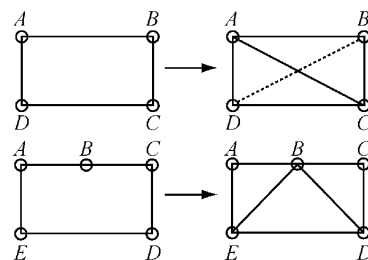
2 基于二叉树结构的收缩网格剖分

为了减少计算结点数量、提高计算效率,考虑电磁场的传播特点,设计了基于二叉树结构的收缩网格剖分算法.在图论中二叉树定义为:一个连通的无环图,并且每个顶点的度 ≤ 3;有根二叉树还要满足根节点的度 ≤ 2,有了根节点之后,每个顶点定义唯一的父节点和最多 2 个子节点.

在计算模型中,由底部至地表分辨率逐渐变高,采用四边形剖分,则具有二叉树式的结构,剖分结构中的四边形为四点和五点(图 1)两种形式,这两种四边形很容易进行三角化(图 2).利用对三角单元边的访问可实现二次插值(图 3),有二次插值结点的三角



a 四边形收缩网格



b 四边形三角化

图 1 基于二叉树的收缩结构示意图
Fig. 1 Mesh based on bi-tree structure

形还可进一步离散为 4 个三角形,从而实现二次剖分(图 4).

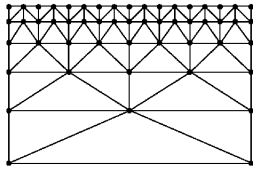


图 2 三角化

Fig.2 Triangulation

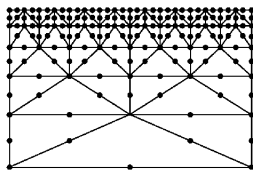


图 3 二次插值

Fig.3 Insertion of middle points

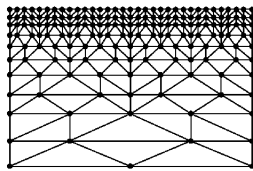


图 4 二次剖分

Fig.4 Second discrete

利用二叉树与四边形变三角形,由三角形边插入二次节点,带二次节点三角形二次离散,可设计收缩网格剖分算法:① 根据二叉树生成四边形二次收缩网格,得到一次剖分的节点;② 对四边形进行三角化,得到边集;③ 利用边集插入二次节点,实现二次插值;④ 根据单元要求,对有二次节点的三角形进行二次剖分,生成二次剖分三角形;⑤ 重复③和④直到达到剖分要求.

当二叉树收缩结构收缩速度过快时,会造成模型底部单元剖分网格过大.为此,可在收缩过程中引入缓冲层,即每隔几层收缩一次^[15].

3 刚度矩阵计算

收缩网格剖分单元为三角单元,利用自然坐标可得到单元上的刚度矩阵,其中 $\mathbf{K}_{1e}, \mathbf{K}_{2e}$ 与总场方程相同^[15],而源项矩阵 \mathbf{B}_e 与总场算法不同.平面波入射到均匀半空间或水平层状介质时,一次场 $E_{b,z} = H_{b,z} = 0, \frac{\partial E_{b,x}}{\partial z} = \tilde{\mu} H_{b,y}, \frac{\partial H_{b,x}}{\partial z} = \tilde{\sigma} E_{b,y}$,式(2a)和式

(2b)中的源项可进一步简化为

$$f_E = -\Delta\sigma E_{b,y} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Delta\tilde{\mu}}{\tilde{\mu}} H_{b,x} \right) = - \left(\Delta\sigma + \frac{\Delta\tilde{\mu}\tilde{\sigma}_b}{\tilde{\mu}} \right) E_{b,y} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Delta\tilde{\mu}}{\tilde{\mu}} \right) H_{b,x} \quad (7a)$$

$$f_H = -\Delta\tilde{\mu} H_{b,y} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Delta\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}} E_{b,x} \right) = - \left(\Delta\tilde{\mu} + \frac{\Delta\tilde{\sigma}\tilde{\mu}_b}{\tilde{\sigma}} \right) H_{b,y} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Delta\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}} \right) E_{b,x} \quad (7b)$$

Wannamaker^[13]没有考虑磁导率的变化,采用式(7a),(7b)中最右端项,假定一次场在计算单元内、三角单元边界上为常数,通过将一次场设置在三角单元各边中点与中心点的方法,开展了近似计算. Key^[9]认为 TM 模式在考虑边界上电流密度法向分量连续的条件下,在构造的泛函中不包含边界积分.下面根据格林定理对二次场方程源项计算方法进行推导,格林定理为

$$\int_{\Omega_e} \phi \frac{\partial \varphi}{\partial z} dx dz = - \int_{\Omega_e} \frac{\partial \phi}{\partial z} \varphi dx dz + \oint_{\partial\Omega_e} \phi \varphi n_z dl \quad (8)$$

式中 n_z 边界外法向方向与 z 轴夹角的方向余弦.式(7a),(7b)中间项可写为统一形式

$$f = \varphi u - \frac{\partial(\varphi w)}{\partial z} \quad (9)$$

则源项可表示为

$$\mathbf{V}^T \sum_{\Omega} \mathbf{B}_e = \sum_{\Omega} \int_{\Omega_e} \varphi V U dx dz + \sum_{\Omega} \int_{\Omega_e} V \frac{\partial(\varphi W)}{\partial z} dx dz \quad (10)$$

如果 V, U 采用相同的插值形式,式(10)中右端第一项体积分单元刚度矩阵 \mathbf{K}_{3e} 与 \mathbf{K}_{2e} 形式相同.式(10)右端第二项,利用式(8)改写为

$$\sum_{\Omega} \int_{\Omega_e} V \frac{\partial(\varphi W)}{\partial z} dx dz = - \sum_{\Omega} \psi \int_{\Omega_e} \frac{\partial V}{\partial z} W dx dz + \sum_{\Omega} \psi \oint_{\partial\Omega_e} V W n_z dl = - \mathbf{V}^T \left(\sum_{\Omega} \mathbf{K}_{4e} \right) \mathbf{W} + \mathbf{V}^T \left(\sum_{\Omega} \mathbf{K}_{5e} \right) \mathbf{W} \quad (11)$$

对三角单元节点采用逆时针编号 i, j, m ,如果有二次插值节点则为 i, j, m, r, p, q .其中, r 为边 ij 中点, p 为边 jm 中点, q 为边 mi 中点.当选择双线性插值, \mathbf{K}_{4e} 矩阵元素为

$$\mathbf{K}_{4e} = \frac{\psi}{3} \begin{bmatrix} b_i & b_i & b_i \\ b_j & b_j & b_j \\ b_m & b_m & b_m \end{bmatrix} \quad (12a)$$

当选择双二次插值, \mathbf{K}_{4e} 矩阵为

$$K_{4e} = \frac{\psi}{30} \begin{pmatrix} 4b_i & -2b_i & -2b_m & -2b_j - 2b_m & -2b_i + 4b_m & -2b_i + 4b_j \\ -2b_i & 4b_j & -2b_m & -2b_j + 4b_m & -2b_i - 2b_m & 4b_i - 2b_j \\ -2b_i & -2b_j & 4b_m & 4b_j - 2b_m & 4b_i - 2b_m & -2b_i - 2b_j \\ -2b_i & 6b_j & 6b_m & 16b_j + 16b_m & 16b_i + 8b_m & 16b_i + 8b_j \\ 6b_i & -2b_j & 6b_m & 16b_j + 8b_m & 16b_i + 16b_m & 8b_i + 16b_j \\ 6b_i & 6b_j & -2b_m & 8b_j + 16b_m & 8b_i + 16b_m & 16b_i + 16b_j \end{pmatrix}^T \quad (12b)$$

其中 a, b, c 等参数的定义参见文献[16].

当选择双线性插值时, $K_{i,5e}$ 三角单元各边上的积分为

$$K_{i,5e} = \frac{l\psi m_z}{6} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (13a)$$

当选择双二次插值时, 可得到

$$K_{i,5e} = \frac{l\psi m_z}{30} \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad (13b)$$

其中 l 为计算边的长度.

4 基于矩阵重排的稀疏线性方程组快速解法

求解有限单元产生的稀疏线性方程组的方法有两类: 分别为迭代法和直接解法. 目前采用预处理技术的共轭梯度解法在地球物理正演中应用较为广泛, 但迭代方法的计算精度有限; 此外, 预处理矩阵获得过程需要求取刚度矩阵的近似逆, 需要额外的计算时间与内存. 对于稀疏矩阵 A , 其 LDL^T 分解矩阵 $L+D+L^T$ 的非零元素一般不同于 A 填入元(称与 A 分布位置不同的非零元素为填入元)的数量与原矩阵的非零元素分布相关. 通过对矩阵的重排减少填入元的数量, 通过符号分析确定 L 的元素分布, 就可以充分利用矩阵的稀疏性提高计算速度. 基于上述考虑, 本次研究工作在 Cholsky 分解基础上, 开发了一种高效的 LDL^T 分解算法.

Rose 等给出的填入路径定理^[17] 奠定了基于图论理论进行 Cholsky 分解中的非零填入元符号分析的基础. 减少矩阵填入元, 一般采取启发式的算法, 有 3 种策略^[18]: ① 最小度; ② 递归分块; ③ 减小矩阵带宽. 而最小度(简称 AMD)算法适用于对称正定矩阵, 其原理是寻找变换矩阵 P 使 PAP^T 的分解比直接对矩阵 A 进行分解有更少的填入元.

基于图 5 的剖分结构, MT 正演形成的刚度矩阵非零元素分布如图 6a, 非零元素数量为 141 433. 不采用 AMD 算法重排, 直接分解的下三角矩阵如图 6b; 对其进行 AMD 重排形成的下三角矩阵如图

6c, 进行 LDL^T 分解的下三角矩阵(L)如图 6d. 分析图 6 可知, 采用 AMD 重排大大减少了填入元的数量. 为了进一步比较迭代法与直接解法的计算效率, 在同一模型下进行了试算, 其中迭代法采用预处理共轭梯度法(CG), 计算效率见表 1. 由表 1 可知, 不采用 AMD 算法和采用 AMD 算法时 L 矩阵的非零元素相差 10 多倍, 而计算时间相差 80 多倍; 计算时间比共轭梯度快一倍, 高于松弛迭代(SOR)预处理算法. 采用的计算平台参数为: CPU, Q6600; 主频, 2.4 GHz; 内存, 2.0 GB.

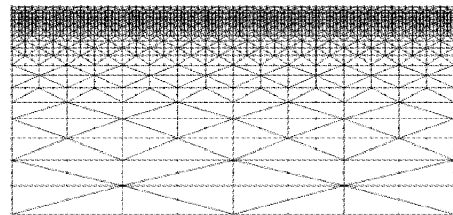


图 5 试算网格
Fig.5 Mesh grid of test

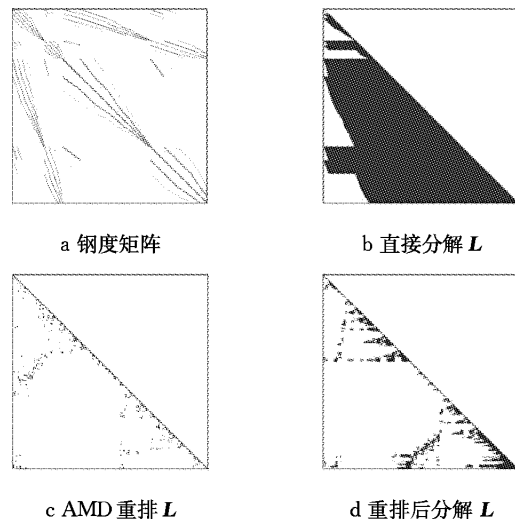


图 6 刚度矩阵非零元素分布
Fig.6 Distribution of nonzero of FEM matrix

5 算例分析

在 $\rho_0 = 100 \Omega \cdot m, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H \cdot m^{-1}, \epsilon_0 = 8.854 2 \times 10^{-12} F \cdot m^{-1}$ 均匀半空间内设置 3 个截面

表 1 计算效率比较

Tab.1 Comparison of computational efficiency

方法	算法	L 非零元素	迭代次数	精度	求解时间/s
LDL ^T	直接分解	3 261 388			162.084
	AMD 重排	302 308			2.126
CG	直接迭代		1 000	3.5×10^{-5}	5.133
	SOR 预处理		516	1.6×10^{-5}	2.980

为正方形(边长 300 m)的二度体,二度体上顶埋深 220 m,间距 550 m,模型设置如图 7 所示.在地表采用 50 m 点距进行大地电磁测量,观测频率范围为 $2^{-12} \sim 2^{12}$ Hz.

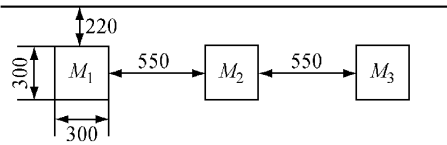
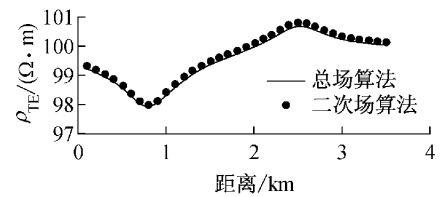


图 7 计算模型(单位:m)

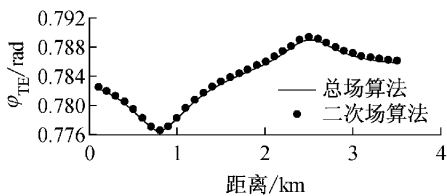
Fig.7 Test model (unit: m)

算例一:电阻率模型,取异常体磁导率、介电常数等于围岩, M_1 异常体 $\rho_1 = 50 \Omega \cdot m$, M_2 异常体 $\rho_2 = 100 \Omega \cdot m$, M_3 异常体 $\rho_3 = 200 \Omega \cdot m$.

本算例,首先通过与总场对比,分析二次场算法的有效性及其改进 TM 模式低频计算精度的效果;然后分析低阻体与高阻体形成的异常特征.为验证二次场算法的计算效果,选择 TE 模式 1Hz 计算结果与总场算法^[15]进行比较(图 8).其中二次场算法采用线性插值基函数,总场算法采用二次插值基函数.由图 8 可见,无论是视电阻率还是相位二次场算法与总场算法的计算结果形态完全吻合,二次场算法在远离异常体时电阻率更接近背景电阻率,验证二次场算法正确,且二次场算法采用线性插值基函数



a TE 模式视电阻率 ρ_{TE} 曲线

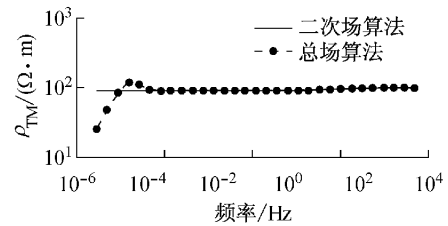


b TE 模式阻抗相位 φ_{TE} 曲线

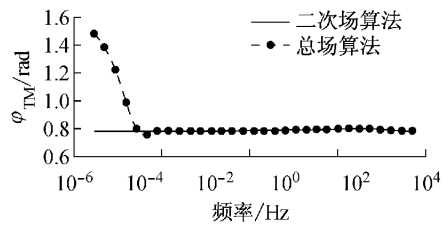
图 8 1 Hz 视电阻率与阻抗相位总场算法与二次场算法对比
Fig.8 1 Hz apparent resistivity and phase of second field algorithm and total field algorithm

就可取得较理想的计算效果.图 8 中的 ρ_{TE}, φ_{TE} 分别为 TE 模式下的视电阻率与阻抗相位.

为验证二次场算法改进 TM 模式低频计算精度的效果,在第 20 个测点位置进行总场算法与二次场算法测深曲线(图 9)比较分析,其中二次场算法与总场算法均采用二次插值基函数.由图 9 可知,当频率 $> 2^{-10}$ Hz,无论视电阻率还是相位二次场算法与总场算法计算曲线吻合性都很好,由于第 20 个测点位置主要受低阻异常体 M_1 影响,高频约 2^{10} Hz 出现视电阻率升高,随后下降 1 Hz 以后趋于稳定值;当频率 $< 2^{-10}$ Hz 时,总场算法出现计算错误,偏离测深曲线尾支渐近线.由此可见,二次场算法可以有效改善 TM 模式低频计算稳定性,提高计算精度.图 9 中的 ρ_{TM}, φ_{TM} 分别为 TM 模式下的视电阻率与阻抗相位.



a TM 模式视电阻率 ρ_{TM} 曲线



b TM 模式阻抗相位 φ_{TM} 曲线

图 9 第 20 个测点总场算法与二次场算法测深曲线对比
Fig.9 Comparison of 20th site second field algorithm with total field algorithm

为分析低阻体与高阻体形成的异常特征,分别计算 TE 模式与 TM 模式视电阻率与相位等值断面图(图 10).在只考虑电阻率影响条件下, M_1 形成低阻异常, M_3 形成高阻异常;TE 模式视电阻率成局部圈闭异常,相位形成上下相对的两组圈闭异常;TM 模式视电阻率异常向低频发展不圈闭,相位形成两个圈闭异常.

算例二:磁导率与电阻率模型,取异常体介电常数等于围岩, M_1 异常体 $\rho_1 = 50 \Omega \cdot m, \mu_1 = 2\mu_0$; M_2 异常体 $\rho_2 = 100 \Omega \cdot m, \mu_2 = 2\mu_0$; M_3 异常体 $\rho_3 = 200 \Omega \cdot m, \mu_3 = 2\mu_0$,计算结果如图 11 所示.

由图 11 可见,同时考虑电阻率、磁导率影响条

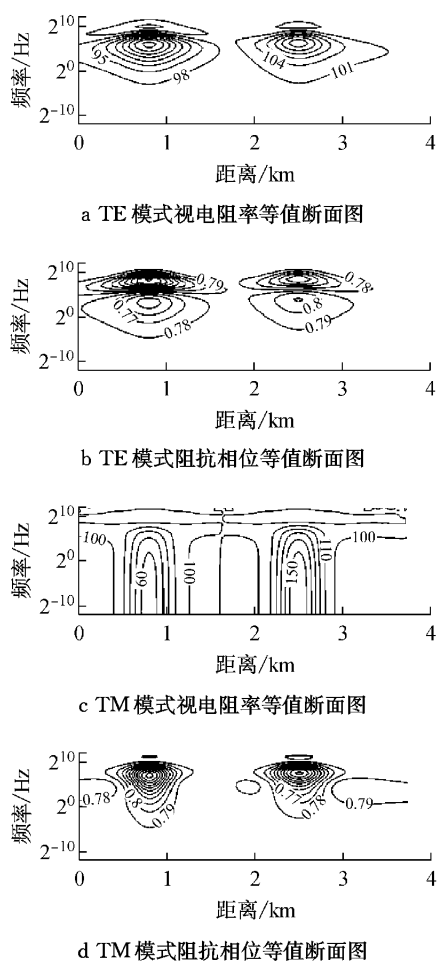


图 10 视电阻率与相位等值断面图(算例一)
Fig. 10 Contours of apparent resistivity and phase (test 1)

件下, TE 模式视电阻率均为高阻异常, M_1, M_2 引起的异常向低频发展不圈闭, M_3 引起的异常成半圈闭并向低频发展开口; TE 模式视相位, M_1 形成上下两个圈闭异常且下部圈闭异常明显, M_2, M_3 形成圈闭异常; TM 模式视电阻率, M_1 形成低阻向低频发展不圈闭异常, M_2 形成高阻圈闭异常, M_3 形成高阻向低频发展不圈闭异常; TM 模式视相位, M_1, M_2 形成上下两个圈闭异常且 M_1 下部圈闭异常比上部明显, M_3 形成圈闭异常。

对比算例一与算例二发现, 地下电导率与磁导率的变化均对视电阻率及相位产生明显影响; 在磁导率影响下, TE 模式异常形态向 TM 模式异常形态转变, 同时有可能将低阻异常变为高阻异常; 磁导率对 TM 模式异常形态影响没有 TE 明显, 低阻异常仍为低阻; 只有磁导率差异的异常体会产生明显的异常, 其 TE 模式的异常形态类似于 TM 模式的电阻率异常, 反之亦然。

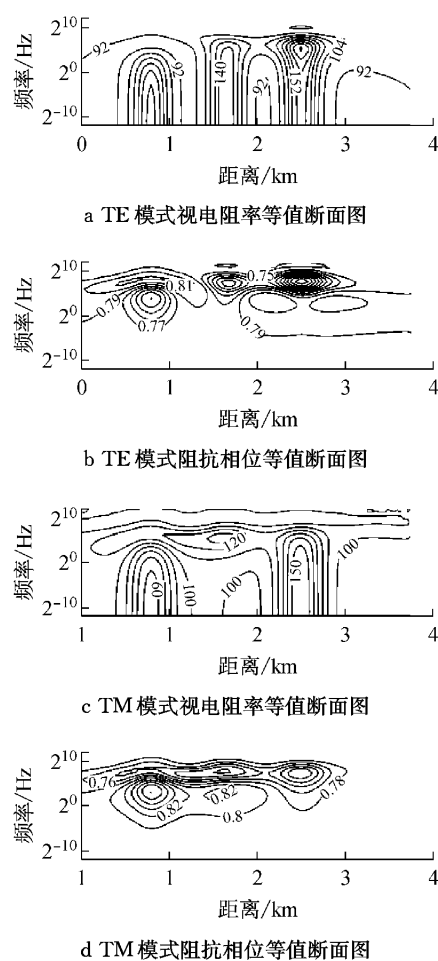


图 11 视电阻率与相位等值断面图(算例二)
Fig. 11 Contours of apparent resistivity and phase (test 2)

6 结论

(1) 利用格林定理处理源项, 提高了源项计算精度, 简化了一次场生成。

(2) 设计并实现了一种基于二叉树结构的收缩网格剖分算法, 该网格计算精度与规则网格相当, 却可以大大减少剖分节点数。

(3) 采用基于图论理论的符号分析方法及基于 AMD 算法的矩阵重排方法, 大大提高了稀疏线性系统的求解速度与精度。

(4) 探讨了磁导率对大地电磁视电阻率及相位的影响, 对铁磁性矿产勘探及水下目标体探测有参考价值。

参考文献:

- [1] Coggon J H. Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method[J]. Geophysics, 1971, 36(1): 132.

- [2] 陈乐寿. 有限元法在大地电磁场正演计算中的应用及改进[J]. 地球科学, 1981(2): 241.
CHEN Leshou. Improvements on the application of finite element method to the two dimensional forward solution in the magnetotelluric method[J]. Journal of Earth Science, 1981(2):241.
- [3] Wannamaker P E, Stodt J A, Rijo L. Two-dimensional topographic responses in magnetotelluric modeled using finite elements[J]. Geophysics, 1986, 51(11): 2131.
- [4] 徐世浙,于涛,李予国,等. 电导率分块连续变化的二维 MT 有限元模拟[J]. 高校地质学报, 1995,1(2): 65.
XU Shizhe, YU Tao, LI Yuguo, *et al.* The finite element method for modeling 2-D MT field on a geoelectrical model with continuous variation of conductivity within each block [J]. Geological Journal of Universities, 1995, 1(2): 66.
- [5] 史明娟,徐世浙,刘斌. 大地电磁二次函数插值的有限元法正演模拟[J]. 地球物理学报, 1997, 40(3): 421.
SHI Mingjuan, XU Shizhe, LIU Bin. Finite element method using quadratic element in MT forward modeling[J]. Chinese Journal Geophysics, 1997, 40(3): 421.
- [6] 刘云,王绪本. 大地电磁二维自适应地形有限元正演模拟[J]. 地震地质, 2010, 32(3):382.
LIU Yun, WANG Xuben. FEM using adaptive topography in 2D MT forward modeling[J]. Seismology and Geology, 2010, 32(3): 382.
- [7] 陈小斌,张翔,胡文宝. 有限元直接迭代算法在 MT 二维正演计算中的应用[J]. 石油地球物理勘探, 2000, 35(4): 487.
CHEN Xiaobin, ZHANG Xiang, HU Wenbao. Application for direct iterative algorithm in MT 2D forward computation[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2000, 35(4): 487.
- [8] 马为,陈小斌,赵国泽. 大地电磁测深二维正演中辅助场的新算法[J]. 地震地质, 2008,30(2): 525.
MA Wei, CHEN Xiaobin, ZHAO Guoze. A new algorithm for the calculation of auxiliary field in MT 2D forward modeling [J]. Seismology and Geology, 2008, 30(2): 525.
- [9] Key K, Weiss C. Adaptive finite-element modeling using unstructured grids: The 2D magnetotelluric example [J]. Geophysics, 2006, 71(6): 291.
- [10] Li Y, Pek J. Adaptive finite element modelling of two-dimensional magnetotelluric fields in general anisotropic media [J]. Geophysical Journal International, 2008, 175: 942.
- [11] 柳建新,蒋鹏飞,童孝忠,等. 不完全 LU 分解预处理的 BICGSTAB 算法在大地电磁二维正演模拟中的应用[J]. 中南大学学报:自然科学版, 2009, 40(2): 484.
LIU Jianxin, JIANG Pengfei, TONG Xiaozhong, *et al.* Application of BICGSTAB algorithm with incomplete LU decomposition preconditioning to two-dimensional magnetotelluric forward modeling[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2009, 40(2): 484.
- [12] 张继锋,汤井田,王焯,等. 基于预处理共轭梯度的大地电磁快速正演[J]. 中南大学学报:自然科学版, 2010, 41(5): 1877.
ZHANG Jifeng, TANG Jingtian, WANG Ye, *et al.* Magnetotellurics fast forward based on preconditioning conjugate gradient[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2010, 41(5): 1877.
- [13] Wannamaker P E, Stodt J A, Rijo L. A stable finite element solution for two-dimensional magnetotelluric modelling [J]. Geophysical Journal Research, 1987, 88(1): 277.
- [14] 刘小军,王家林,于鹏. 基于二次场的二维大地电磁有限元法数值模拟[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2007,35(8): 1113.
LIU Xiaojun, WANG Jialin, YU Peng. Secondary field based on two dimensional magnetotelluric numerical modeling by finite element method [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2007, 35(8): 1113.
- [15] 张志勇,刘庆成. 基于收缩二叉树结构网格剖分的大地电磁二维有限单元法正演研究[J]. 石油地球物理勘探, 2013, 48(3): 482.
ZHANG Zhiyong, LIU Qingcheng. 2D MT numerical simulation using FEM base on bi-tree grid [J]. Oil Geophysical Prospecting, 2013, 48(3): 482.
- [16] 徐世浙. 地球物理中的有限单元法[M]. 北京:科学出版社, 1994.
XU Shizhe. FEM in geophysics[M]. Beijing: Science Press, 1994.
- [17] Rose D J, Tarjan R E, Lueker G S. Algorithmic aspects of vertex elimination on graphs[J]. SIAM Journal on Computing, 1976, 6: 266.
- [18] Davis T A. Direct methods for sparse linear systems [M]. Philadelphia: SIAM, 2006.