

非饱和土真三轴双剪新强度准则及验证

张常光¹, 范文², 赵均海¹, 杜文超¹

(1. 长安大学 建筑工程学院, 陕西 西安 710061; 2. 长安大学 地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054)

摘要: 依据非饱和土的双应力状态变量理论, 在俞茂宏双剪新强度准则的基础上, 建立了适用于非饱和土的真三轴双剪新强度准则, 并用文献非饱和粉砂刚性与柔性真三轴试验结果进行了验证。研究结果表明: 该分段线性的真三轴双剪新强度准则能反映非饱和土强度的中间主应力效应及其区间性与单轴拉压不等特性, 且可线性逼近拓展的非线性 Spatially Mobilized Plane 准则; Mohr-Coulomb 强度准则的预测值偏小、外接圆 Drucker-Prager 准则的预测值明显偏大, 这两个准则对非饱和土的真三向应力状态及试验数据均不具有很好的适用性。

关键词: 非饱和土; 强度准则; 真三轴试验; 中间主应力; 基质吸力

中图分类号: TU432

文献标志码: A

A New Twin-shear True Triaxial Strength Criterion of Unsaturated Soils and Its Validations

ZHANG Changguang¹, FAN Wen², ZHAO Junhai¹, DU Wenchao¹

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, China; 2. School of Geological Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China)

Abstract: On the basis of the new twin-shear strength criterion of Mao-Hong Yu and the two stress state variables theory, a new twin-shear true triaxial strength criterion is derived and validated by the rigid and flexible true triaxial tests of unsaturated silty sand available in the literature. It is shown that the new piecewise linear twin-shear true triaxial strength criterion proposed in this study can reflect strength characteristics of unsaturated soils, such as the effect and its range of intermediate principal stress and strength differences among uniaxial tension and uniaxial compression; the new twin-shear strength criterion can be a linear approximation of the extended nonlinear Spatially Mobilized Plane criterion;

neither the Mohr-Coulomb strength criterion nor the circumscribed Drucker-Prager criterion has good applicability to true three dimensional stress states and test data of unsaturated soils, in that the predictions of Mohr-Coulomb strength criterion are small, whereas the predictions of circumscribed Drucker-Prager criterion are obviously large.

Key words: unsaturated soils; strength criterion; true triaxial test; intermediate principal stress; matric suction

工程实践中遇到的土体大多处于非饱和状态(地下水位之上)^[1], 在我国北方和中、西部地区更是如此。岩土工程中常常遇到三维问题, 量测和研究土体在三维应力状态下的强度特性具有理论和实践意义, 但因复杂应力状态下基质吸力的控制、量测和平衡等极其困难, 非饱和土的真三轴试验研究进展迟缓^[2], 至今国内外也仅有少数几家单位开展了有关非饱和土的刚性^[3]、柔性^[4-5]及刚柔复合型^[6-8]真三轴仪的研制与试验工作, 所得试验结果均表明: 中间主应力对非饱和土的强度具有显著影响。但现有基于 Mohr-Coulomb(M-C)强度准则而建立的 Bishop 有效应力抗剪强度公式^[9-10]、Fredlund 双应力状态变量抗剪强度公式^[11-13]和吸应力抗剪强度公式^[14-15], 都没有考虑中间主应力对非饱和土强度的影响^[16], 这既不能反映非饱和土的三向不等应力状态和真实强度特性, 也不能充分发挥其强度潜能和自承载能力。本文依据非饱和土的双应力状态变量理论^[17], 结合能合理考虑中间主应力影响的俞茂宏双剪新强度准则^[18-19], 发展并建立适用于非饱和土的真三轴双剪新强度准则, 并用文献非饱和粉砂刚性、柔性真三轴试验结果及其他准则预测值来比较与验证, 可以完善非饱和土的理论基础, 且对非饱和土工程设计具有很好的指导作用。

收稿日期: 2014-07-09

基金项目: 国家自然科学基金(41202191); 中国博士后科学基金(2014M562358); 陕西省自然科学基金基础研究计划(2014JQ7290, 2015JM4146); 长安大学中央高校基本科研业务费专项基金(2014G1281072)

第一作者: 张常光(1982—), 男, 工学博士, 副教授, 主要研究方向为非饱和土与结构强度理论。E-mail: zcg1016@163.com

1 基本理论

1.1 俞茂宏双剪新强度准则

俞茂宏教授利用双剪单元体模型建立的统一强度理论^[18-19],充分考虑了中间主应力效应及其区间性,适用于混凝土、岩石、饱和土等多种拉压特性不同的工程材料,具有重要的理论意义和工程应用价值.俞茂宏统一强度理论以拉应力为正^[18-19],按照岩土工程的应力使用习惯:取压应力为正,重新推导得到:当统一强度理论参数 $b=1/2$ 时,用粘聚力 c 和内摩擦角 φ 表示的双剪新强度准则为

$$F = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \cdot \sigma_1 - \frac{\sigma_2 + 2\sigma_3}{3} = \frac{2c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi},$$

当 $\sigma_2 \leq \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{\sin \varphi}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$ 时 (1a)

$$F' = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \cdot \frac{2\sigma_1 + \sigma_2}{3} - \sigma_3 = \frac{2c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi},$$

当 $\sigma_2 \geq \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{\sin \varphi}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$ 时 (1b)

式中: F 、 F' 分别为不同应力条件下的准则破坏函数; σ_1 、 σ_2 和 σ_3 分别为材料破坏时的第1(最大)、第2(中间)和第3(最小)主应力.

式(1)所表示的双剪新强度准则是统一强度理论新体系的一个特例,既考虑了中间主应力效应及其区间性,又能反映材料的单轴拉压不等特性,其 π 平面极限线为非正十二边形,较M-C强度准则具有明显的优越性,是取代拉压同性Drucker-Prager (D-P)准则的新强度准则.但式(1)没有考虑非饱和土基质吸力所引起的吸附强度 c_s ,不适用于非饱和土的真三向应力状态及强度预测.

1.2 非饱和土双应力状态变量理论

正确描述非饱和土的应力状态是研究非饱和土力学性质的关键,应力状态变量在理论上是合理的,概念与有效应力一致,且应用比有效应力更方便灵活,可适用于各种非饱和土. Fredlund等^[17]采用以孔隙气压力 u_a 为基准的净法向应力 $(\sigma - u_a)$ 和基质吸力 $(u_a - u_w)$ 的双应力状态变量,其中 σ 为法向应力、 u_w 为孔隙水压力,来描述非饱和土的力学性状,并用“零位”试验进行了验证. δ_{ij} 为克罗内克符号,非饱和土的应力状态用净应力张量 $(\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij})$ 和基质吸力张量 $(u_a - u_w) \delta_{ij}$ 可表示为

$$\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x - u_a & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - u_a & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - u_a \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$(u_a - u_w) \delta_{ij} = \begin{bmatrix} u_a - u_w & 0 & 0 \\ 0 & u_a - u_w & 0 \\ 0 & 0 & u_a - u_w \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: τ 为切向应力;下脚标 i, j =坐标 x, y, z ; δ_{ij} 为克罗内克符号,当 $i=j$ 时, $\delta_{ij}=1$,当 $i \neq j$ 时, $\delta_{ij}=0$.

因应力状态变量带有不同的土性参数,故上述两个张量不能合并.饱和土可看作是非饱和土的一个特例,随着饱和度 S 趋向100%,孔隙水压力 u_w 逐渐接近孔隙气压力 u_a ,基质吸力 $(u_a - u_w)$ 趋于零,此时只剩下第1个净应力张量:

$$\sigma_{ij} - u_w \delta_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x - u_w & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - u_w & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - u_w \end{bmatrix} \quad (4)$$

而没有第2个基质吸力张量.可见,从非饱和土到饱和土,或从饱和土到非饱和土,双应力状态变量都有一平顺的过渡.对于干土,基质吸力对其体积变化和抗剪强度已基本不起作用,净法向应力 $(\sigma - u_a)$ 成为控制干土力学性状的唯一应力状态变量.

2 非饱和土真三轴双剪新强度准则

由第1.2节非饱和土Fredlund双应力状态变量理论知^[17]:净应力张量 $(\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij})$ 和基质吸力张量 $(u_a - u_w) \delta_{ij}$ 共同控制着非饱和土的力学性状,但二者又有很大的不同.基质吸力张量 $(u_a - u_w) \delta_{ij}$ 是静水中性力,各向同性且大小相等,应力分析时可只考虑 $(u_a - u_w) \delta_{ij}$ 所引起的吸附强度 c_s ,并将吸附强度 c_s 作为非饱和土强度中总粘聚力的组成部分之一.由净应力张量 $(\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij})$ 可求得球应力张量和偏应力张量,决定着非饱和土的主应力状态、主应力方向和应力不变量.

设非饱和土完全饱和即对应饱和土的有效粘聚力为 c' 、有效内摩擦角为 φ' ,将有效粘聚力 c' 与吸附强度 c_s 之和作为非饱和土的总粘聚力,基于俞茂宏双剪新强度准则式(1)发展并建立的非饱和土真三轴双剪新强度准则为

$$F = \frac{1 - \sin \varphi'}{1 + \sin \varphi'} \cdot (\sigma_1 - u_a) - \frac{(\sigma_2 - u_a) + 2(\sigma_3 - u_a)}{3} = \frac{2(c' + c_s) \cos \varphi'}{1 + \sin \varphi'}$$

当 $(\sigma_2 - u_a) \leq \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3 - 2u_a) - \frac{\sin \varphi'}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$ 时 (5a)

$$F' = \frac{1 - \sin \varphi'}{1 + \sin \varphi'} \cdot \frac{2(\sigma_1 - u_a) + (\sigma_2 - u_a)}{3} -$$

$$(\sigma_3 - u_a) = \frac{2(c' + c_s) \cos \varphi'}{1 + \sin \varphi'}$$

$$\text{当 } (\sigma_2 - u_a) \geq \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3 - 2u_a) - \frac{\sin \varphi'}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \text{ 时} \quad (5b)$$

本文所建立的非饱和土真三轴双剪新强度准则式(5)具有简单的分段线性表达式,继承了俞茂宏双剪新强度准则式(1)的所有特点,其 π 平面极限线亦为非正十二边形,能同时反映非饱和土强度的中间主应力效应及其区间性与单轴拉压不等特性;另外,确定式(5)只需 3 个参数:有效粘聚力 c' 、有效内摩擦角 φ' 和吸附强度 c_s ,相比不考虑中间主应力的现有非饱和土常用强度准则并没有增加新的参数,且这 3 个参数均具有明确的物理意义;其中,参数 c' 和 φ' 可利用饱和土的直剪或常规轴对称三轴试验确定、吸附强度 c_s 可利用非饱和土的直剪或常规轴对称三轴试验确定,以达到采用易于实现的直剪或常规三轴试验参数来反映非饱和土在一般应力状态下力学性状的目的,可避免复杂的非饱和土真三轴试验研究。

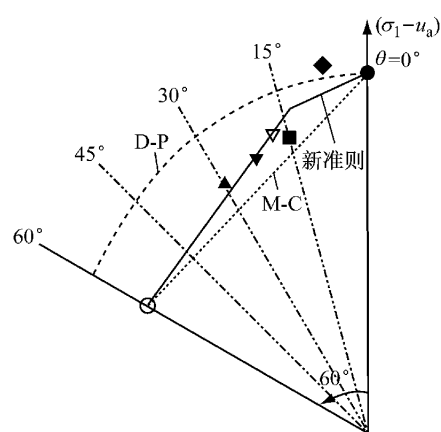
尤其注意的是:吸附强度 c_s 是非饱和土强度的核心问题,最好利用非饱和土的直剪或常规轴对称三轴试验来确定。除试验确定吸附强度 c_s 以外,在应用本文非饱和土真三轴双剪新强度准则式(5)时,其吸附强度 c_s 不拘泥于某一种固定形式,选用易于工程应用的各种不同表达式^[16],如取 $c_s = (u_a - u_w) \cdot \tan \varphi^b$, $c_s = \lambda(u_a - u_w) \tan \varphi'$, $c_s = (u_a - u_w) S^k \tan \varphi'$ 等,其中吸力角 φ^b ,有效应力参数 λ 、饱和度 S 及拟合参数 k 都是基质吸力 $(u_a - u_w)$ 的函数,且与土体类别相关。试验确定吸附强度 c_s 的具体大小或选取吸附强度 c_s 的表达式后,将其代入式(5),即可得到能反映基质吸力综合效应的非饱和土真三轴双剪新强度准则的具体表达式。

3 非饱和粉砂真三轴试验结果验证

3.1 刚性真三轴试验结果验证

Matsuoka 等^[3]的刚性真三轴试验采用非饱和击实粉砂,其重力含水量 w 为 17%,对应饱和土的有效粘聚力 c' 与有效内摩擦角 φ' 分别为 0 kPa 和 33°。试验控制基质吸力 $(u_a - u_w)$ 为 59 kPa,平均净主应力 $\sigma_{oct} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 - u_a$,为 98 kPa,试验测得吸附强度 c_s 为 32 kPa。共进行同一 π 平面上的 3 类排水试验:① 应力 Lode 角 θ 为 0°, 7.5°, 15°, 22.5°

和 30° 的真三轴试验;② 平面应变试验;③ 应力 Lode 角 θ 为 60° 的常规三轴伸长试验。本文非饱和土真三轴双剪新强度准则的预测值和试验结果的比较,如图 1 所示,并将 M-C 强度准则和外接圆 D-P 准则的预测值也一并标于图中。已知条件同图 1,图 2 给出了 Matsuoka 等^[3]基于拓展的非线性 Spatially Mobilized Plane (SMP) 准则的预测值与本文非饱和土真三轴双剪新强度准则极限线的比较。



●, ◆, ■, ▼, ▲ — 不同应力 Lode 角 θ 为 0°, 7.5°, 15°, 22.5° 和 30° 下的真三轴试验;

▽ — 平面应变试验; ○ — 常规三轴拉伸试验 (图 2 图例同此)。

图 1 双剪新强度准则与刚性真三轴试验比较

Fig. 1 Comparisons between the new twin-shear strength criterion and rigid true triaxial results

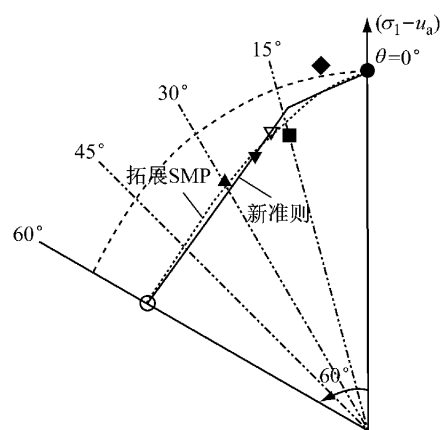


图 2 双剪新强度准则与拓展非线性 SMP 准则比较

Fig. 2 Comparisons between the new twin-shear strength criterion and the extended nonlinear SMP criterion

由图 1—2 可以看出:(1) M-C 强度准则的预测值较试验值偏小,难以充分发挥非饱和土的强度潜能;外接圆 D-P 准则不能反映不同应力 Lode 角 θ 下的强度差异,且预测强度明显偏大。(2) 随着净中间

主应力($\sigma_2 - u_a$)的增加,非饱和击实粉砂的强度先增大后减小,在常规三轴伸长时强度最低,本文真三轴双剪新强度准则能反映非饱和击实粉砂强度的中间主应力效应及其区间性,且与试验结果吻合得较好(除应力 Lode 角 $\theta = 7.5^\circ$ 试验点以外),验证了本文真三轴双剪新强度准则的正确性和适用性。(3) 基于拓展非线性 SMP 准则的预测值和本文真三轴双剪新强度准则的极限线非常接近,因此本文分段线性的真三轴双剪新强度准则可看作是拓展非线性 SMP 准则的线性逼近,但相比之下,本文分段线性的双剪新强度准则较拓展的非线性 SMP 准则应用更简单、方便且易于得出实用解析解^[20-22]。

3.2 柔性真三轴试验结果验证

Macari 和 Hoyos^[4]的柔性真三轴试验亦采用非饱和击实粉砂,初始孔隙比 e_0 为 0.98,平均干重度 γ_d 为 $10.8 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$,对应饱和土的有效粘聚力 c' 为 0 kPa、有效内摩擦角 φ' 为 30° ;不同基质吸力对应不同的吸附强度,3 种基质吸力(50、100 和 200 kPa)下

的吸附强度 c_s 根据相应常规三轴压缩试验来确定。共制作 3 个非饱和土试样,均始于同一初始状态,分别对应常规三轴压缩、纯剪切和常规三轴伸长 3 种试验,相应的应力 Lode 角 θ 分别为 0° 、 30° 和 60° ,对每个试样都采用多级加荷法进行了 9 级试验,共得 27 个试验数据。将所得的 27 个试验数据按平均净主应力 σ_{oct} 分为 3 组,每组又根据基质吸力($u_a - u_w$)分为 3 个不同的试验条件,本文非饱和土真三轴双剪新强度准则的预测值与试验结果的比较,如图 3—5 所示,外接圆 D-P 准则和 M-C 强度准则的预测值也标于图中。图 3—5 中黑色实心圆点代表 3 种不同应力 Lode 角 θ 下的试验数据。

由图 3—5 可以看出:(1) 纯剪切条件下土体强度高于 M-C 强度准则的预测值,外接圆 D-P 准则预测强度明显偏大,特别是应力 Lode 角 θ 为 60° 时的常规三轴伸长强度,且这种差异随着基质吸力($u_a - u_w$)和平均净主应力 σ_{oct} 的增加而不断变大。(2) 本文真三轴双剪新强度准则的极限线范围随着基质吸

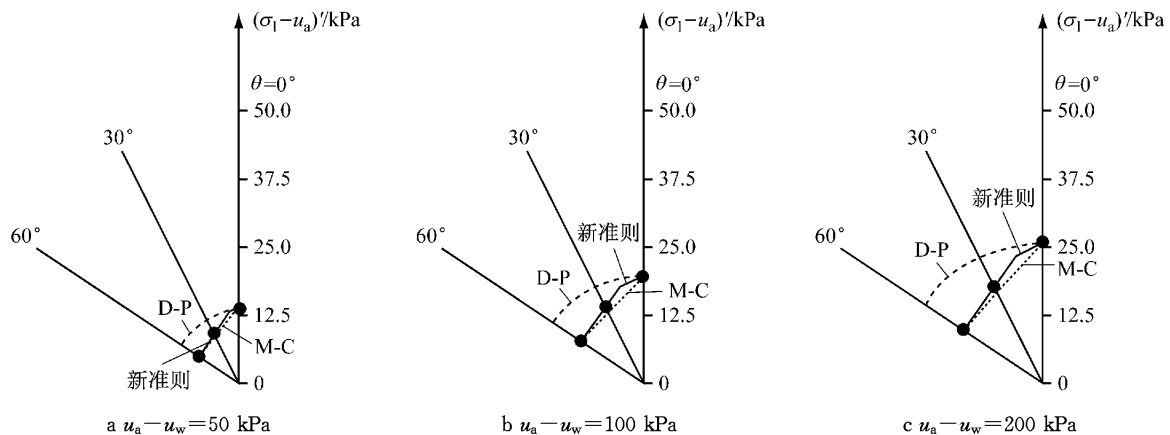


图3 双剪新强度准则与柔性真三轴试验比较($\sigma_{\text{oct}} = 50 \text{ kPa}$)

Fig.3 Comparisons between the new twin-shear strength criterion and flexible true triaxial results ($\sigma_{\text{oct}} = 50 \text{ kPa}$)

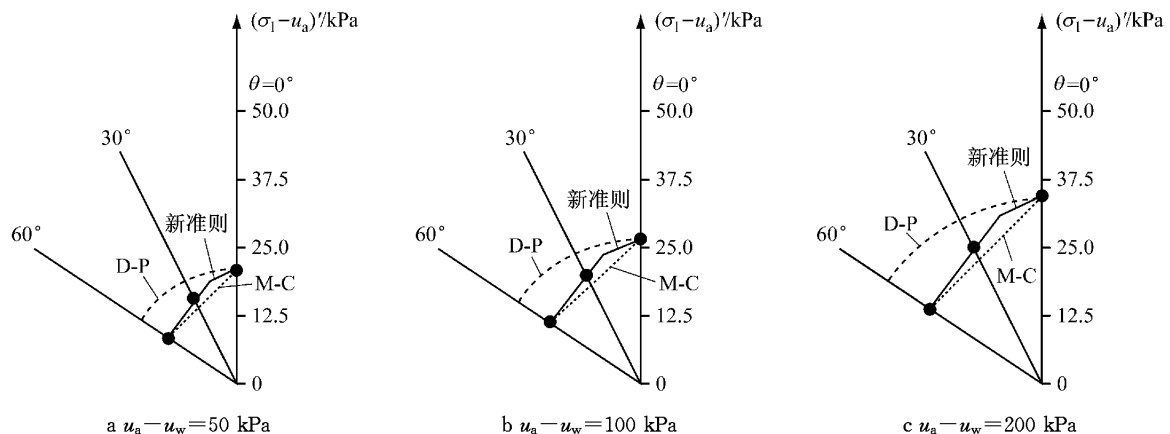


图4 双剪新强度准则与柔性真三轴试验比较($\sigma_{\text{oct}} = 100 \text{ kPa}$)

Fig.4 Comparisons between the new twin-shear strength criterion and flexible true triaxial results ($\sigma_{\text{oct}} = 100 \text{ kPa}$)

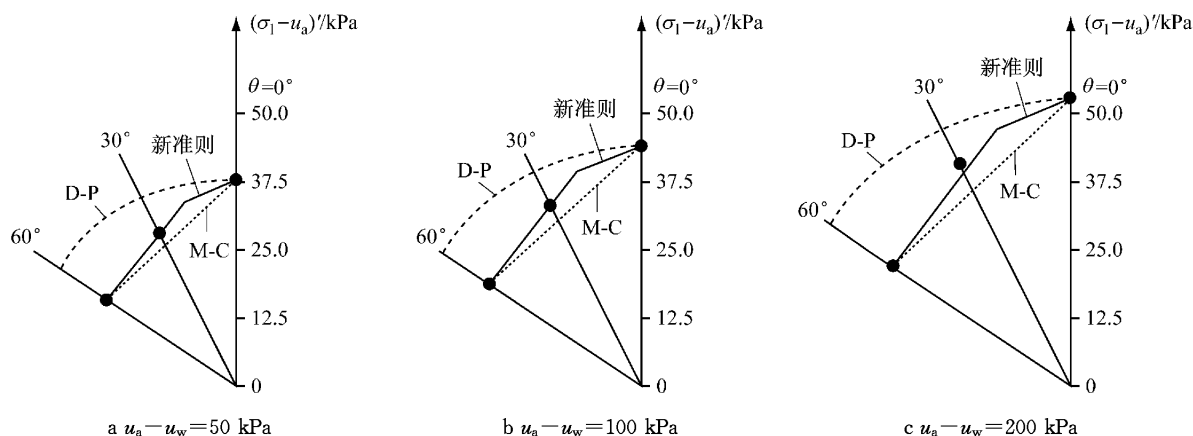


图 5 双剪新强度准则与柔性真三轴试验比较 ($\sigma_{oct} = 200$ kPa)

Fig.5 Comparisons between the new twin-shear strength criterion and flexible true triaxial results ($\sigma_{oct} = 200$ kPa)

力($u_a - u_w$)和平均净主应力 σ_{oct} 的增加而不断扩大,且与所有试验数据点均吻合较好,验证了本文真三轴双剪新强度准则对试验所用非饱和击实粉砂三向不等应力状态的适用性和合理性。

本文所建立的非饱和土真三轴双剪新强度准则式(5)对处于非饱和状态三向不等应力下不同特性的土体均适用,但鉴于现有的非饱和土真三轴试验数据库情况^[2],只对其进行了非饱和粉砂的刚性与柔性真三轴试验结果验证,还有待更多不同类别非饱和土真三轴试验结果的进一步验证。

4 结论

(1) 依据基质吸力引起总粘聚力的吸附强度分量,以及净法向应力控制应力状态及破坏的非饱和土双应力状态变量理论,在已有俞茂宏双剪新强度准则的基础上,建立了适用于非饱和土的分段线性真三轴双剪新强度准则。该新强度准则的平面极限线为非正十二边形,能反映非饱和土强度的中间主应力效应及其区间性与单轴拉压不等特性,且其 3 个参数均具有明确的物理意义,便于利用(非)饱和土直剪或常规轴对称三轴压缩试验确定。

(2) 用文献非饱和粉砂刚性与柔性真三轴试验结果对本文真三轴双剪新强度准则的正确性及适用性进行了验证,同时指出: Mohr-Coulomb 强度准则的预测值偏小、外接圆 Drucker-Prager 准则的预测值明显偏大,特别是对常规三轴伸长强度,这两个准则对非饱和土真三向应力状态及试验数据均不具有很好的适用性;拓展的非线性 SMP 准则可以看作是本文真三轴双剪新强度准则的线性逼近。

参考文献:

- [1] 陈正汉. 非饱和土与特殊土力学的基本理论研究[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(2): 201.
CHEN Zhenghan. On basic theories of unsaturated soils and special soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(2): 201.
- [2] 张常光, 赵均海, 陈新栋, 等. 非饱和土真三轴试验研究进展[J]. 力学与实践, 2014, 36(4): 413.
ZHANG Changguang, ZHAO Junhai, CHEN Xindong, et al. Advances in true triaxial test of unsaturated soils[J]. Mechanics in Engineering, 2014, 36(4): 413.
- [3] Matsuoka H, Sun D A, Kogane A, et al. Stress-strain behaviour of unsaturated soil in true triaxial tests[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2002, 39(3): 608.
- [4] Macari E J, Hoyos L R. Mechanical behavior of an unsaturated soil under multi-axial stress states[J]. Geotechnical Testing Journal, 2001, 24(1): 14.
- [5] Hoyos L R, Perez-Ruiz D D, Puppala A J. Refined true triaxial apparatus for testing unsaturated soils under suction-controlled stress paths[J]. International Journal of Geomechanics, ASCE, 2012, 12(3): 281.
- [6] 邢义川, 谢定义, 汪小刚, 等. 非饱和黄土的三维有效应力[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(3): 288.
XING Yichuan, XIE Dingyi, WANG Xiaogang, et al. 3D effective stress of unsaturated loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(3): 288.
- [7] 邵生俊, 罗爱忠, 邓国华, 等. 一种新型真三轴仪的研制与开发[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(8): 1172.
SHAO Shengjun, LUO Aizhong, DENG Guohua, et al. Development of a new true tri-axial apparatus[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(8): 1172.
- [8] 于清高, 邵生俊, 余芳涛, 等. 真三轴条件下 Q_2 黄土的破坏模式与强度特性研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 66.
YU Qinggao, SHAO Shengjun, SHE Fangtao, et al. Research on failure modes and strength characteristics of Q_2 loess under true triaxial condition[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(1): 66.

- [9] 王宇, 李晓, 张博, 等. 降雨作用下滑坡渐进破坏动态演化研究[J]. 水利学报, 2013, 44(4): 416.
WANG Yu, LI Xiao, ZHANG Bo, *et al.* Dynamic progressive failure evolution research on landslide under precipitation[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, 44(4): 416.
- [10] Pietruszczak S, Haghghat H. Assessment of slope stability in cohesive soils due to a rainfall[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2013, 37(18): 3278.
- [11] Fredlund D G, Morgenstem N R, Widger R A. The shear strength of unsaturated soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1978, 15(3): 313.
- [12] Lee L M, Gofar N, Rahardjo H. A simple model for preliminary evaluation of rainfall-induced slope instability[J]. Engineering Geology, 2009, 108(3-4): 272.
- [13] Zhang J, Huang H W, Zhang L M, *et al.* Probabilistic prediction of rainfall-induced slope failure using a mechanics-based model[J]. Engineering Geology, 2014, 168: 129.
- [14] Lu N, GODT J. Infinite slope stability under steady unsaturated seepage conditions[J]. Water Resources Research, 2008, 44(11): 1.
- [15] Li W C, Lee L M, Cai H, *et al.* Combined roles of saturated permeability and rainfall characteristics on surficial failure of homogeneous soil slope[J]. Engineering Geology, 2013, 153: 105.
- [16] 张常光, 赵均海, 朱倩. 非饱和土抗剪强度公式分类及总结[J]. 建筑科学与工程学报, 2012, 31(2): 74.
ZHANG Changguang, ZHAO Junhai, ZHU Qian. Classification and summary of shear strength formulae for unsaturated soils[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2012, 31(2): 74.
- [17] Fredlund D G, Rahardjo H, Fredlund M D. Unsaturated soil mechanics in engineering practice[M]. New York: John Wiley and Sons, Inc., 2012.
- [18] 俞茂宏. 双剪理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
YU Maohong. Twin-shear theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 1998.
- [19] 俞茂宏. 岩土类材料的统一强度理论及其应用[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(2): 1.
YU Maohong. Unified strength theory for geomaterials and its applications[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(2): 1.
- [20] 张常光, 张庆贺, 赵均海. 非饱和土抗剪强度及土压力统一解[J]. 岩土力学, 2010, 31(6): 1871.
ZHANG Changguang, ZHANG Qinghe, ZHAO Junhai. Unified solutions of shear strength and earth pressure for unsaturated soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(6): 1871.
- [21] 张常光, 曾开华, 赵均海. 非饱和土临界荷载和太沙基极限承载力解析解[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2010, 38(12): 1736.
ZHANG Changguang, ZENG Kaihua, ZHAO Junhai. Analytical solutions of critical load and Terzaghi's ultimate bearing capacity for unsaturated soil[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2010, 38(12): 1736.
- [22] 张常光, 胡云世, 赵均海. 平面应变条件下非饱和土抗剪强度统一解及其应用[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(1): 32.
ZHANG Changguang, HU Yunshi, ZHAO Junhai. Unified solution of shear strength for unsaturated soil under plane strain condition and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(1): 32.

~~~~~

(上接第 1319 页)

- [19] EN 1994-1. Eurocode 4: design of composite steel and concrete structures, part 1-1: general rules and rules for buildings[S]. Brussels: CEN-European Committee for Standardization, 2004.
- [20] 中华人民共和国交通部. JTG D62—2004 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S]. 北京: 中国人民交通出版社, 2004.  
Ministry of Communications of P R China. JTG D62—2004 Code for design of highway reinforced concrete and prestressed concrete bridges and culverts[S]. Beijing: China Communications Press, 2004.
- [21] 全国钢标准化技术委员会. GB/T 6478—2001 冷镦与冷挤压用钢 [S]. 北京: 中国标准出版社, 2002.  
Technical Committee on Steel of Standardization Administration of China. GB/T 6478—2001 Steels for cold heading and cold extruding[S]. Beijing: China Standards Press, 2001.