

Wiener 过程性能退化产品可靠性评估新 Bayes 方法

尹慧琳¹, 杨筱菡², 陆 恒¹

(1. 同济大学 中德学院, 上海 200092; 2. 同济大学 数学系, 上海 200092)

摘要: 针对 Wiener 过程性能退化产品的可靠性评估问题, 通过分析先验分布和损失函数两个因素, 提出一种新的 Bayes 方法. 假定 Wiener 过程参数服从共轭先验分布, 对求解参数的后验分布进行理论分析; 基于平方损失、绝对损失、0-1 损失 3 种损失函数, 分别求得 Bayes 估计结果; 对航空发动机可靠性评估进行了实例分析. 相对于已有方法, 该方法在求解参数的后验分布时具有更广泛的适用性, 并且运算过程更简单. 对于民航发动机可靠性评估这一特定应用, 3 种损失函数中选取绝对损失函数时参数估计的拟合程度最优.

关键词: Wiener 过程性能退化模型; 可靠性评估; Bayes 估计; 共轭先验分布; 损失函数

中图分类号: TP202+.1

文献标志码: A

A New Bayesian Method for Reliability Assessment of Products with Wiener Process Degradation

YIN Huilin¹, YANG Xiaohan², LU Heng¹

(1. Sino-German School for Postgraduate Studies, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Department of Mathematics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: For the reliability assessment of products with Wiener process degradation, a new method of Bayesian estimation was proposed by analyzing two factors—prior distributions and loss functions. First, the posterior distribution of the parameters was theoretically derived with the assumption that the parameters of Wiener process follow the conjugate prior distribution. Then the Bayesian estimation results were calculated based on the quadratic loss function, absolute loss function and 0-1 loss function respectively. Finally, the reliability assessment of aeroengines was analyzed as a practical example. It is shown that this new method has a wider range of application, and its calculation process is simpler compared to existing methods. Moreover, for the

reliability assessment of aeroengines, the parameter estimation based on the absolute loss function has the best fitting of these three loss functions.

Key words: Wiener process performance degradation model; reliability assessment; Bayesian estimation; conjugate prior distribution; loss function

传统的可靠性分析是基于寿命数据, 而航天航空、通信等领域中许多产品都具有高可靠、长寿命、小子样的特点. 受试验经济、时间等成本约束, 现实中难以获得足够的失效数据. 利用性能退化数据进行可靠性分析是一个有重要意义的课题, 具有明显的优越性. 随机过程模型为该领域主流的建模方法. 关于利用随机过程描述产品性能退化过程的研究, Wiener 过程是一种常用的模型, 如对金属化膜电容器^[1-2]、激光发生器及陀螺仪^[3]、发光二极管^[4]、航空发动机^[5]、桥横梁^[6]等的可靠度进行评估. 对于过程参数的估计, 大多数文献采用极大似然估计方法, 彭宝华等^[2]提出了 Bayes 方法, 对不等间隔测量数据进行处理, 给出了基于 Bayes 方法的参数递推估计方法. 朱磊等^[5]也采用 Bayes 方法对 Wiener 过程参数进行更新, 对民航发动机的可靠性进行分析. 相对于极大似然估计方法, Bayes 方法的优势在于计算成本低、适用于实时可靠性评估.

已有文献中虽然推导了 Wiener 过程参数的 Bayes 估计过程, 但对 Bayes 估计结果及影响估计结果的因素未作分析. 先验分布及损失函数的选取是影响 Bayes 估计结果的两个重要方面, 不同的应用背景有其适用的先验分布和损失函数. 本文通过研究先验分布和损失函数两个因素, 提出一种新的 Bayes 方法. 先验分布通常有共轭先验分布和无信息先验分布. 损失函数用来衡量在对参数进行估计时,

收稿日期: 2013-07-18

基金项目: 国家自然科学基金(60903033, 11271289)

第一作者: 尹慧琳(1977—), 女, 讲师, 工学博士, 主要研究方向为可靠性理论及工程. E-mail: yinhuilin@tongji.edu.cn

通讯作者: 杨筱菡(1977—), 女, 讲师, 理学博士, 主要研究方向为概率统计及其在可靠性工程中的应用. E-mail: 02017@tongji.edu.cn

采取某种决策给估计问题带来的损失. 通常有平方损失、绝对损失、0-1 损失 3 种. 本文在 Bayes 估计框架下研究 Wiener 过程的参数估计,以共轭先验分布为切入点,基于平方损失、绝对损失、0-1 损失 3 种损失函数,对参数的 Bayes 估计进行理论分析,并以航空发动机可靠性评估为实例,求取 Bayes 结果,进而得到发动机可靠性及剩余寿命概率密度函数的估计. 理论推导过程及实验结果都表明,相对于已有方法,该方法在求解 Wiener 过程参数的后验分布时具有更广泛的适用性,并且运算过程更简单. 此外,由实验结果可看出,对于航空发动机可靠性评估这一特定应用,选取绝对损失函数时参数估计的拟合程度优于选取平方损失及 0-1 损失函数.

1 基于 Wiener 过程的性能退化产品可靠性评估

1.1 Wiener 过程及性能退化数据模型

Wiener 过程主要用来对平稳独立高斯增量的性能退化过程进行建模,表示为

$$X(t, \mu, \sigma^2) = \mu t + \sigma W(t) \quad (1)$$

式中:参数 μ 为漂移参数; σ 为扩散参数; $W(t)$ 为标准布朗运动,且 $E[W(t)] = 0, E[W(t_1)W(t_2)] = \min(t_1, t_2)$. Wiener 过程满足以下性质:① 时刻 t 到 $t + \Delta t$ 之间的增量服从正态分布,即 $\Delta X = X(t + \Delta t) - X(t) \sim N(\mu \Delta t, \sigma^2 \Delta t)$;② 对于任意两个不相交的时间区间 $[t_1, t_2], [t_3, t_4]$,且 $t_1 < t_2 \leq t_3 < t_4$,增量 $X(t_4) - X(t_3)$ 与 $X(t_2) - X(t_1)$ 相互独立;③ $X(0) = 0$ 并且 $X(t)$ 在 $t = 0$ 处连续.

设从同一批产品中抽取 N 个样本进行性能退化试验,对样本 i 分别在时刻 $t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{im_i}$ 进行 m_i 次测量,其中 $1 \leq i \leq N$,得到如下性能退化量数据:

$$\begin{matrix} X(t_{11}), X(t_{12}), \dots, X(t_{1m_1}) \\ X(t_{21}), X(t_{22}), \dots, X(t_{2m_2}) \\ \vdots \\ X(t_{N1}), X(t_{N2}), \dots, X(t_{Nm_N}) \end{matrix}$$

考虑产品性能在两次测量之间的变化情况,对这些测量数据,记 $\Delta x_{ij} = X(t_{i(j+1)}) - X(t_{ij}) (i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, m_i - 1)$,则 Δx_{ij} 为样本 i 在时刻 t_{ij} 到 $t_{i(j+1)}$ 之间的退化量,从而得到如下的数据:

$$\begin{matrix} \Delta x_{11}, \Delta x_{12}, \dots, \Delta x_{1(m_1-1)} \\ \Delta x_{21}, \Delta x_{22}, \dots, \Delta x_{2(m_2-1)} \\ \vdots \\ \Delta x_{N1}, \Delta x_{N2}, \dots, \Delta x_{N(m_N-1)} \end{matrix}$$

记 $\tau_{ij} = t_{i(j+1)} - t_{ij}$ 为两次性能测量时间 $t_{ij}, t_{i(j+1)}$ 之间的间隔,由 Wiener 过程的性质可知

$$\Delta x_{ij} \sim N(\mu \tau_{ij}, \sigma^2 \tau_{ij})$$

假设 τ_{ij} 中包括 B 种不相同的时间间隔,据此将 Δx_{ij} 分为 B 组

$$\begin{aligned} \Delta x = & [\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_B] = \\ & [\Delta x_{11}, \Delta x_{12}, \dots, \Delta x_{1n_1}, \Delta x_{21}, \Delta x_{22}, \dots, \\ & \Delta x_{2n_2}, \dots, \Delta x_{B1}, \Delta x_{B2}, \dots, \Delta x_{Bn_B}] \end{aligned}$$

对应的测量时间间隔记为 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_B$. $\Delta x_b = [\Delta x_{b1}, \Delta x_{b2}, \dots, \Delta x_{bn_b}]$, $1 \leq b \leq B$ 为来源于分布 $N(\mu \tau_b, \sigma^2 \tau_b)$ 的独立样本.

1.2 可靠性评估

假设 l 为产品的失效阈值,即当产品的性能退化量达到 l 时产品失效,则产品的失效时间 T 为性能退化量首次达到失效阈值 l 的时间为

$$T = \inf\{t \mid X(t) \geq l, t > 0\} \quad (2)$$

T 服从逆高斯分布^[7],其分布函数和概率密度函数分别为

$$F(t) = \Phi\left(\frac{\mu t - l}{\sigma \sqrt{t}}\right) + e^{2\mu l / \sigma^2} \Phi\left(\frac{-\mu t - l}{\sigma \sqrt{t}}\right) \quad (3)$$

$$f(t) = \sqrt{l^2 / 2\pi \sigma^2 t^3} e^{-(t-\mu)^2 / 2\sigma^2 t} \quad (4)$$

性能可靠性为

$$R(t) = 1 - F(t) =$$

$$1 - \Phi\left(\frac{\mu t - l}{\sigma \sqrt{t}}\right) + e^{2\mu l / \sigma^2} \Phi\left(\frac{-\mu t - l}{\sigma \sqrt{t}}\right) \quad (5)$$

2 Wiener 过程未知参数 μ, σ^2 的 Bayes 估计

参数的先验分布通常有无信息先验分布和共轭先验分布. 在文献[2]中,假定 Wiener 过程的参数 $\theta = (\mu, \sigma^2)$ 为无信息先验分布,性能退化数据服从正态分布,通过一次后验分布的求解,得到 $\theta = (\mu, \sigma^2)$ 服从正态-逆 Gamma 分布,然后进行了多次后验分布的求解后才计算 Bayes 解. 为了降低运算成本及拓宽 Bayes 方法在求解参数后验分布时的适用性,该部分假定 θ 服从共轭先验分布,性能退化数据服从指数族分布^[8],求解参数 θ 的后验分布. 共轭先验分布是指取参数 θ 的先验分布 $\pi(\theta)$,使得后验分布 $\pi(\theta | \Delta x)$ 与先验分布 $\pi(\theta)$ 属于同一类分布族,也就是使先验分布与后验分布保持协调一致.

下面的定理 1 给出了在性能退化数据服从指数族分布的情况下其参数的先验分布,并证明了该先验分布为共轭先验分布.

定理 1 设 $(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)^T = Y$ 服从指数族分布^[8], 即其概率密度函数为

$$f(y, \beta) = h(y) \exp \left\{ \sum_{i=1}^k Q_i(\beta) T_i(y) - b(\beta) \right\}$$

则参数 β 的共轭先验概率密度函数为

$$\pi(\beta) = C(\alpha, m) \exp \left\{ \sum_{i=1}^k \alpha_i Q_i(\beta) - mb(\beta) \right\}$$

证明 β 的后验概率密度函数

$$\begin{aligned} \pi(\beta | y) &= C(y) \pi(\beta) f(y, \beta) = \\ &C(y) \exp \left\{ \sum_{i=1}^k \alpha_i Q_i(\beta) - mb(\beta) + \right. \\ &\left. \sum_{i=1}^k Q_i(\beta) T_i(y) - b(\beta) \right\} = \\ &C(y) \exp \left\{ \sum_{i=1}^k [\alpha_i + T_i(y)] Q_i(\beta) - \right. \\ &\left. (m+1)b(\beta) \right\} \end{aligned}$$

由此看出, 后验概率密度函数也具有形式 $\pi(\beta | y) \propto \sum_{i=1}^k \alpha'_i Q_i(\beta) - m'b(\beta)$, 其中 $\alpha'_i = \alpha_i + T_i(y)$, $m' = m + 1$, 与先验分布属于同一类分布族, 故参数 β 的先验分布为共轭先验分布, 定理得证.

由于正态分布是指数族分布的一种特殊情况, 将定理 1 用于正态分布, 即 $(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)^T = Y$ 为独立随机样本, $Y_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则样本的联合密度函数为

$$f(y, \mu, \sigma^2) = \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n y_i^2 + \frac{\mu}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n y_i - \frac{n\mu}{2\sigma^2} - n \ln \sqrt{2\pi\sigma^2} \right)$$

从而可取共轭先验分布为

$$\begin{aligned} \pi(\mu, \sigma^2) &= C(\alpha, m) \exp \left[-\frac{\alpha_1}{2\sigma^2} + \frac{\alpha_2 \mu}{\sigma^2} - \right. \\ &\left. m \left(\frac{n\mu}{2\sigma^2} + n \ln \sqrt{2\pi\sigma^2} \right) \right] \end{aligned}$$

以定理 1 为基础, 下面给出 $\theta = (\mu, \sigma^2)$ 的详细估计过程. 由于分组数据

$$\Delta x_b = [\Delta x_{b1}, \Delta x_{b2}, \dots, \Delta x_{bn_b}], 1 \leq b \leq B$$

为来源于 $N(\mu\tau_b, \sigma^2\tau_b)$ 的独立样本, 取该组样本的联合密度函数为

$$\begin{aligned} f(\Delta x, \mu, \sigma^2) &= \\ &\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\tau_1}} \right)^{n_1} \exp \left[-\frac{\sum_{i=1}^{n_1} (\Delta x_{ij} - \mu\tau_1)^2}{2\sigma^2\tau_1} \right] \times \\ &\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\tau_2}} \right)^{n_2} \exp \left[-\frac{\sum_{i=1}^{n_2} (\Delta x_{ij} - \mu\tau_2)^2}{2\sigma^2\tau_2} \right] \times \end{aligned}$$

$\dots \times$

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\tau_B}} \right)^{n_B} \exp \left[-\frac{\sum_{i=1}^{n_B} (\Delta x_{ij} - \mu\tau_B)^2}{2\sigma^2\tau_B} \right] = \\ &(2\pi)^{-\frac{n}{2}} \prod_{i=1}^B \tau_i^{-\frac{n_i}{2}} \times \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^B \frac{\sum_{j=1}^{n_i} \Delta x_{ij}^2}{\tau_i} + \right. \\ &\left. \frac{\mu}{\sigma^2} \sum_{i=1}^B \sum_{j=1}^{n_i} \Delta x_{ij} - \left(\frac{\mu^2 \sum_{i=1}^B n_i \tau_i}{2\sigma^2} + \frac{n}{2} \ln \sigma^2 \right) \right] \triangleq \\ &h(\Delta x) \exp [Q_1(\theta) T_1(\Delta x) + Q_2(\theta) T_2(\Delta x) - b(\theta)] \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} h(\Delta x) &= (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \prod_{i=1}^B \tau_i^{-\frac{n_i}{2}} \\ (Q_1(\theta), Q_2(\theta)) &= \left(-\frac{1}{2\sigma^2}, \frac{\mu}{\sigma^2} \right) \\ (T_1(\Delta x), T_2(\Delta x)) &= \left(\sum_{i=1}^B \frac{\sum_{j=1}^{n_i} \Delta x_{ij}^2}{\tau_i}, \sum_{i=1}^B \sum_{j=1}^{n_i} \Delta x_{ij} \right) \\ b(\theta) &= \frac{\mu^2 \sum_{i=1}^B n_i \tau_i}{2\sigma^2} + \frac{n}{2} \ln \sigma^2 \\ n &= \sum_{i=1}^B n_i \end{aligned}$$

则根据定理 1, $\theta = (\mu, \sigma^2)$ 的先验密度函数为

$$\pi(\mu, \sigma^2) = C(\alpha, m) \exp \{ Q_1(\theta) \alpha_1 + Q_2(\theta) \alpha_2 - mb(\theta) \}$$

而 $\theta = (\mu, \sigma^2)$ 的后验密度函数可写为

$$\pi(\mu, \sigma^2 | \Delta x) \propto \exp [Q_1(\theta) (\alpha_1 + T_1(\Delta x_1)) + Q_2(\theta) (\alpha_2 + T_2(\Delta x_2)) - (m+1)b(\theta)]$$

由此可得, μ 的后验边缘密度函数为

$$\pi(\mu | \Delta x) = \int_0^{+\infty} \pi(\mu, \sigma^2 | \Delta x) d\sigma^2$$

σ^2 的后验边缘密度函数为

$$\pi(\sigma^2 | \Delta x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \pi(\mu, \sigma^2 | \Delta x) d\mu$$

以上对参数为共轭先验分布时的后验分布进行了理论分析. Bayes 估计结果不但与先验分布的选择有关, 也与损失函数的选取有关. 当后验分布确定后, 不同的损失函数得出不同的 Bayes 估计结果. 损失函数表示在参数 θ 下, 采取判决 d (d 即参数 θ 的估计) 时给估计问题带来的损失. 常用的损失函数有: 平方损失, $L_2(\theta, d) = (d - \theta)^2$; 绝对损失, $L_1(\theta,$

$$d) = |d - \theta|; 0-1 \text{ 损失}, L(\theta, d) = \begin{cases} 1, & |d - \theta| > \epsilon \\ 0, & |d - \theta| \leq \epsilon \end{cases}$$

0-1损失直观上理解为,若一个判决 d 与真参数 θ 的距离较大,则损失为 1;若 d 与真参数 θ 的距离很小,则损失为 0.

平方损失函数的假定下, θ 的 Bayes 估计结果是参数后验分布的均值,绝对损失函数和 0-1 损失函数假定下的 Bayes 估计结果分别为后验分布的中位数和后验众数,依次记为 $\hat{\theta}_{BL_2}, \hat{\theta}_{BL_1}$ 和 $\hat{\theta}_{EM}$.

将 $\hat{\theta}_{BL_2} = (\hat{\mu}_{BL_2}, \hat{\sigma}_{BL_2}^2), \hat{\theta}_{BL_1} = (\hat{\mu}_{BL_1}, \hat{\sigma}_{BL_1}^2), \hat{\theta}_{EM} = (\hat{\mu}_{EM}, \hat{\sigma}_{EM}^2)$ 带入式(3)和(4),可得产品的失效分布函数和概率密度函数.

3 航空发动机可靠性评估实例

EGTM (engine gas temperature margin) 为发动机在海平面压力、拐点温度条件下做全功率起飞时发动机排气温度 EGT 值与 EGT 红线值之间的差值,同时要求起飞过程中飞机正常引气,发动机整流罩防冰和大翼防冰关闭. EGTM 是受环境影响后的数据,其参数变化具有随机性特点,因此可以通过分析起飞 EGTM 的退化规律来评估发动机的性能可靠性以及预测发动机的剩余寿命. 发动机 EGTM 值通常随发动机飞行循环的增加而减少,所以将发动机 t 时刻的性能退化量 $X(t)$ 表示为 $X(t) = S - E(t)$. 其中, S 为同型号发动机初始时刻的 EGTM 值,即新发动机或送修返回后“修复如新”的发动机恢复到的统一值; $E(t)$ 为 t 时刻 EGTM 值. EGTM 值为 0 时发动机应进行修理或更换.

本文采用某航空公司某型号发动机共 18 台,连续 6 年的 EGTM 值,经预处理后,得到步长为 100 飞行循环从第 100 到第 3600 的 EGTM 值^[9]. 图 1 中实线表示第 18 台发动机的性能退化过程,不同形状的离散点表示第 1 台至第 17 台中任选的 6 台发动机的性能退化过程.

该型号发动机初始时刻的 EGTM 值为 $S=75$, 其失效阈值为 0. 已有文献[5, 9]用 Monte Carlo 方法产生 Wiener 过程的理论数据值,然后对航空发动机的实测 EGTM 数据退化量进行检验,采用 SPSS 统计软件的 Shapiro-Wilk 法,经检验,实际退化量增量数据服从 Wiener 过程,即退化过程为

$$X(t) = \mu t + \sigma W(t) \tag{6}$$

计算过程中将 18 台发动机分为 3 组:第 1~6 台为第 1 组,第 7~12 台为第 2 组,第 13~18 台为第 3 组. 采用第 1 组步长为 100 飞行循环的数据,第 2 组步长为 200 飞行循环的数据,第 3 组步长为 300 飞行循环的数据,取时间单位为 100 飞行循环,即 $\tau_1 = 1, \tau_2 = 2, \tau_3 = 3$.

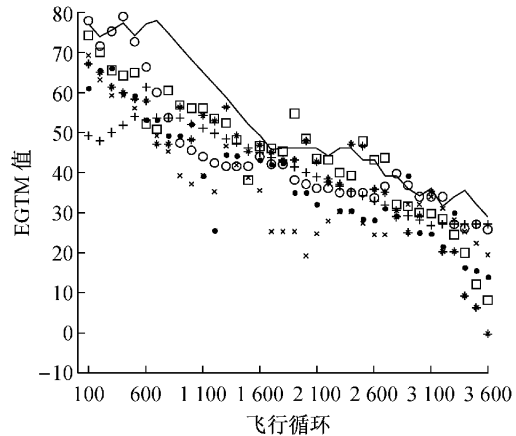


图 1 发动机的 EGTM 性能退化过程

Fig.1 EGTM performance degradation process of engines

在同样的运行环境下(基于 Intel (R) Core (TM) i3-2100 CPU @3.10 GHz 处理器、4.0 GB 内存 PC 机由 MATLAB 程序实现运算),比较已有文献所用方法与本文方法的运算时间. 按照文献[2]中提到的方法,进行了多次后验分布求解后才计算 Bayes 解,耗时为 3.29 s; 本文方法只需进行一次后验分布求解后计算 Bayes 解,耗时为 1.45 s.

常用的关于 (μ, σ^2) 先验分布成正态-逆 Gamma 分布,就是共轭先验分布,其中的超参数可以由先验矩来确定. 计算出样本均值及方差即为 μ 的先验正态分布的两个超参数,实际取为 $(0.0103, 0.45 \times 10^{-6})$. 计算出样本方差倒数的均值和方差,根据 Gamma 分布的参数定义可以求出 σ^2 的先验逆 Gamma 分布的参数为 $(5.2, 1.12)$. 表 1 列出了选取 3 种不同损失函数时求得的参数 $\theta = (\mu, \sigma^2)$ 的 Bayes 估计值.

表 1 参数 $\theta = (\mu, \sigma^2)$ 的 Bayes 估计值

Tab.1 Bayesian estimate of parameters $\theta = (\mu, \sigma^2)$		
损失函数	μ	σ^2
平方损失	0.010 8	0.421 3 ²
绝对损失	0.010 5	0.416 4 ²
0-1 损失	0.009 3	0.417 9 ²

将参数估计值分别代入式(5)和(4),求得可靠

度及剩余寿命概率密度函数,如图 2 和图 3 所示.由图中曲线可看出,选取绝对损失函数时拟合最优.

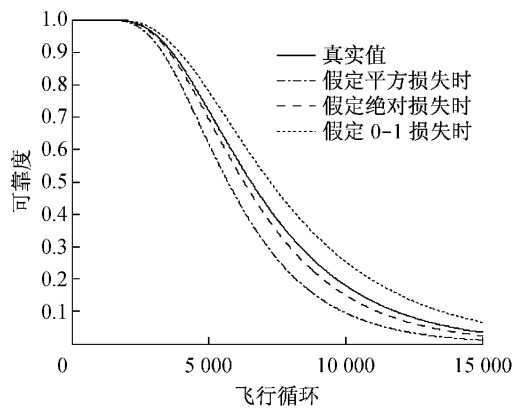


图 2 发动机可靠性的估计

Fig.2 Reliability estimate of engines

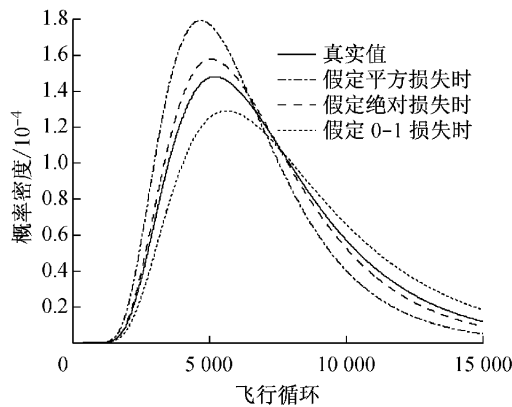


图 3 发动机寿命概率密度函数的估计

Fig.3 Lifetime probability density function estimate of engines

4 结语

基于性能退化数据的可靠性评估方法为高可靠、长寿命、小子样产品的可靠性评估问题提供了解决途径.针对 Wiener 过程性能退化产品的可靠性评估问题,本文在 Bayes 方法框架下,对影响 Bayes 解的两个因素先验分布和损失函数进行了研究,提出了新的方法用于 Wiener 过程的参数估计,对估计过程进行了理论分析及实例验证.相对于已有方法,本文工作体现出两方面优势:① 本文假定 Wiener 过程的参数为共轭先验分布、性能退化数据服从指数族分布,已有文献假定参数为无信息先验分布、性能退化数据服从正态分布,本文方法在求解参数的后验分布时具有更广泛的适用性和灵活性.② 已有文

献在 Bayes 估计过程中,进行了多次后验分布的求解后才计算 Bayes 解,运算过程复杂,而本文只需进行 1 次后验分布求解后即可计算 Bayes 解,明显降低了运算成本.此外,本文通过对航空发动机可靠性评估实例中平方损失下的后验期望估计、绝对损失下的后验分布中位数和 0-1 损失下的后验极大似然估计的比较,表明了针对这一特定应用,3 种损失函数中选取绝对损失函数时参数估计的拟合最优.

参考文献:

- [1] 王小林,郭波,程志君.融合多源信息的维纳过程性能退化产品的可靠性评估[J].电子学报,2012,40(5):977.
WANG Xiaolin, GUO Bo, CHENG Zhijun. Reliability assessment of products with Wiener process degradation by fusing multiple information [J]. ACTA Electronica Sinica, 2012, 40(5): 977.
- [2] 彭宝华,周经伦,潘正强. Wiener 过程性能退化产品可靠性评估的 Bayes 方法[J].系统工程理论与实践,2010,30(3):543.
PENG Baohua, ZHOU Jinglun, PAN Zhengqiang. Bayesian method for reliability assessment of products with Wiener process degradation [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2010, 30(3): 543.
- [3] 司小胜,胡昌华,周东华.带测量误差的非线性退化过程建模与剩余寿命估计[J].自动化学报,2013,39(5):530.
SI Xiaosheng, HU Changhua, ZHOU Donghua. Nonlinear degradation process modeling and remaining useful life estimation subject to measurement error [J]. ACTA Automatica Sinica, 2013, 39(5): 530.
- [4] Tang J, Su T S. Estimating failure time distribution and its parameters based on intermediate data from a Wiener degradation model [J]. Naval Research Logistics, 2008, 55(3): 265.
- [5] 朱磊,左洪福,蔡景.基于 Wiener 过程的民用航空发动机性能可靠性预测[J].航空动力学报,2013,28(5):1006.
ZHU Lei, ZUO Hongfu, CAI Jing. Performance reliability prediction for civil aviation aircraft engine based on Wiener process [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(5): 1006.
- [6] Wang X. Wiener processes with random effects for degradation data [J]. Journal of Multivariate Analysis, 2010, 101(2): 340.
- [7] Chikkara R S, Folks J L. The inverse gaussian distribution [M]. New York: Marcell Dekker, 1989.
- [8] 韦博成.参数统计教程[M].北京:高等教育出版社,2006.
WEI Bocheng. A course in parametric statistics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [9] 任淑红.民航发动机性能可靠性评估与在翼寿命预测方法研究[D].南京:南京航空航天大学,2010.
REN Shuhong. Research on methods of performance reliability assessment and life on wing prediction for civil aeroengine [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010.