

基于非线性强度准则的城市固废本构模型

吕玺琳^{1,2}, 黄茂松^{1,2}, 王 蓉³

(1. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092;

3. 上海岩土工程勘察设计研究院有限公司, 上海 200032)

摘要: 考虑到城市固体废弃物(MSW)抗剪强度常具有非线性特点, 建立了一个基于幂函数形式的强度准则. 并据此分析了该准则转换为线性 Mohr-Coulomb 准则时摩擦角的变化规律. 结果表明, 该准则能合理反映内摩擦角随围压增大而降低的特性. 基于幂函数强度准则, 采用增量硬化准则建立屈服函数, 并通过构建合理的塑性势函数, 建立了一个非相关流动法则的固废弹塑性本构模型. 通过对固废三轴固结排水试验结果模拟表明, 所建立的本构模型不仅能合理模拟应力-应变关系, 亦能正确反映其体变特性.

关键词: 城市固废; 非线性强度; 弹塑性; 本构模型

中图分类号: TU432

文献标志码: A

A Constitutive Model for the Municipal Solid Waste Based on Nonlinear Strength Criterion

LÜ Xilin^{1,2}, HUANG Maosong^{1,2}, WANG Rong³

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Shanghai Geotechnical Investigations & Design Institute Co., Ltd., Shanghai 200032, China)

Abstract: Considering the nonlinear characteristic of the shear strength of the municipal solid waste(MSW), a power function strength criterion was proposed. According to the proposed criterion, the friction angle corresponding to the linear Mohr-Coulomb criterion was obtained, and it was shown to decrease with the increasing of the initial confining stress. By adopting the incremental hardening rule and suitable plastic potential function, a non-associated elasto-plasticity model was built. By predicting a series of consolidated drained triaxial tests of MSW, the proposed model was shown to be able to predict the stress-strain relationships of MSW rightly and could give out reasonable volumetric strain.

Key words: municipal solid waste; nonlinear shear strength;

elasto-plasticity; constitutive model

城市固体废弃物(municipal solid waste, MSW 以下称为城市固废)由于组分复杂,加之生化降解等多种因素影响,其物理力学特性常较复杂. 考虑到固废力学特性对填埋场稳定性及变形分析的重要性,因而有必要针对其强度和本构特性进行深入研究.

固废强度常通过线性 Mohr-Coulomb 准则描述,在当变形较大固废仍未破坏时,可采用应变 10%~15%对应的抗剪强度确定^[1]. 以往试验结果表明,固废粘聚力一般在 0~67 kPa 范围,摩擦角则位于 0°~43°范围. 随着龄期增长,固废充分降解后,粘聚力迅速降低甚至到 0^[2]. 然而,线性 Mohr-Coulomb 准则只能描述与常规土体力学性质相近的固废强度,对于大多数固废,其强度表现为非线性. Bray 等^[3]通过试验结果的分析,指出固废摩擦角随平均应力增大而降低,这进一步得到了 Bareither 等^[4]试验结果和 Bhandari 和 Powrie^[5]的证实. Stark 等^[6]通过总结试验结果和填埋体稳定性强度参数反分析,进一步证实了固废强度的非线性特性. 有关土体非线性强度目前已开展过一些探讨,并已建立了相应准则(如 Baker^[7]),但针对城市固废非线性强度特性还缺乏深入探讨,且与线性 Mohr-Coulomb 准则间的转换还值得进一步研究.

当前固废本构特性的研究多参照土体开展,如 Jones 和 Dixon^[8]利用 Mohr-Coulomb 理想弹塑性模型描述固废本构特性,用于填埋场稳定性分析. 吕玺琳等^[9]采用 Mohr-Coulomb 硬化模型研究固废本构特性,并分析了其失稳特性. Machado 等^[10]将固废看作纤维加筋相和泥状物复合体,提出了复合本构模型,冯世进等^[11]则基于该模型建立了基于邓肯-张

收稿日期: 2014-08-21

基金项目: 国家“九七三”重点基础研究发展规划(2012CB719803);上海市自然科学基金(13ZR1443800);中央高校基本科研业务费专项资金

第一作者: 吕玺琳(1981—),男,工学博士,副教授,博士生导师,主要研究方向为岩土力学与工程. E-mail: xilinlu@tongji.edu.cn

模型的复合本构模型. 这些本构模型能合理描述固废应力-应变关系,但缺少对体变特性的探讨. 受其复杂组分的影响,固废体变特性与常规土体可能差异较大. 高丽亚等^[12]通过大三轴试验指出,固废体变随围压增大反而减小,与土体体变规律相反,该特性也得到其他试验结果(如 Machado 等^[10], Zhan 等^[2], 冯世进等^[11])的证实.

针对当前有关固废强度和本构描述存在的不足,本文基于幂函数形式的非线性破坏(屈服)准则,并采用合理的塑性势函数,建立了一个合理适用的固体废弃物本构模型,并通过一系列三轴试验结果模拟进行了对比验证.

1 城市固废非线性强度准则

1.1 强度准则

为合理描述固废的非线性强度特性,采用幂函数强度准则^[13]

$$F = q - c - M_f p^\xi \tag{1}$$

式中:广义剪应力 $q = \sqrt{3s_{ij}s_{ij}/2}$, 偏应力 $s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}p$, δ_{ij} 为克罗内克符号; 平均应力 $p = \sigma_{kk}/3 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 为大、中、小主应力; c 为粘聚力; M_f, ξ 为强度参数,其对强度线的影响如图 1—2 所示. 当 $\xi = 1$ 时,式(1)退化为线性 Mohr-Coulomb 准则.

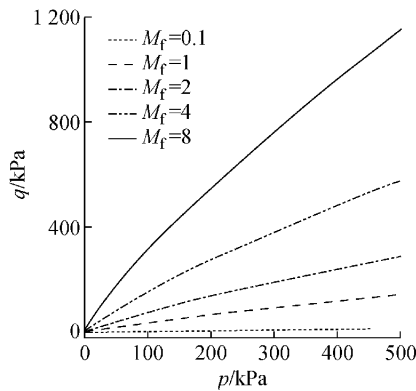


图 1 M_f 对强度的影响

Fig.1 Influence of M_f on failure line

1.2 内摩擦角

对降解较充分的高龄期城市固废而言,其粘聚强度一般较小,为简单起见,忽略式(1)中的黏性项进行分析,峰值内摩擦角 φ 的计算公式为

$$\varphi = \sin^{-1} \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \right) \tag{2}$$

由于在三轴应力状态下,

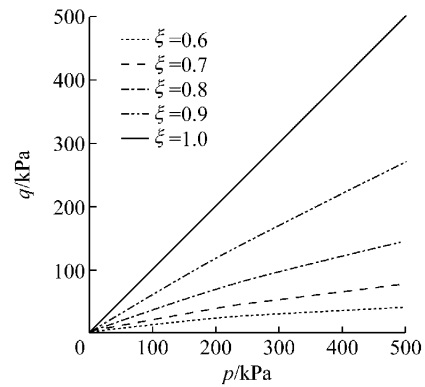


图 2 ξ 对强度的影响

Fig.2 Influence of ξ on failure line

$$p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} \tag{3a}$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \tag{3b}$$

联立式(2)、(3),可得:

$$p = \frac{3 - \sin \varphi}{3(1 - \sin \varphi)} \sigma_3 \tag{4a}$$

$$q = \frac{2\sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 \tag{4b}$$

将式(4)代入式(1),可得:

$$\frac{2\sin \varphi}{1 - \sin \varphi} - M_f \left[\frac{3 - \sin \varphi}{3(1 - \sin \varphi)} \right]^\xi \sigma_3^\xi = 0 \tag{5}$$

从式(5)可看出,通过非线性强度准则得到的内摩擦角 φ 不仅与强度参数 M_f 和 ξ 有关,且与围压有关. φ 的预测结果随各参数的变化规律如图 3—5 所示. φ 随 M_f 增大而增大, σ_3 越小, φ 增幅越大,随 ξ 增大而增大, M_f 越大,增幅越大;随初始围压 σ_3 增大而减小, M_f 越大,降幅越大.

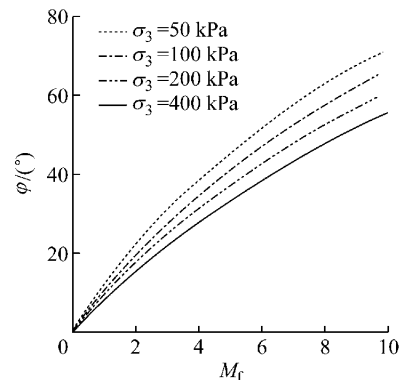


图 3 M_f 对内摩擦角的影响

Fig.3 Influence of M_f on friction angle

2 城市固废本构模型

通过非线性强度准则建立屈服函数,并根据剪胀特性获得塑性势函数 F 和 Q ,分别为

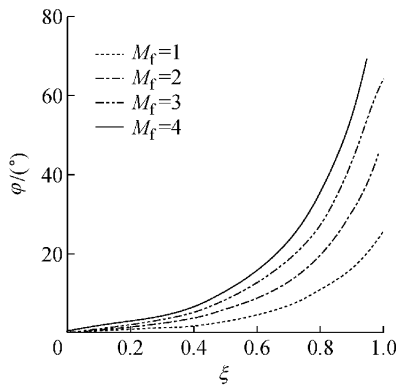


图 4 ξ 对内摩擦角的影响 ($\sigma_3 = 100$ kPa)
Fig. 4 Influence of ξ on friction angle

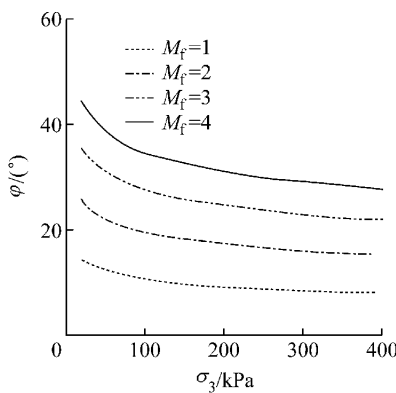


图 5 初始围压对内摩擦角的影响
Fig. 5 Influence of confining stress on friction angle

$$F = q - Mp^\xi = 0 \quad (6a)$$

$$Q = q + \frac{A_d M_c p}{1 - A} \left[1 + \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-(1-A_d)} \right] = 0 \quad (6b)$$

式中:平均应力 $p = \sigma_{ii}/3$; p_0 为初始平均应力;广义剪应力 $q = \sqrt{3s_{ij}s_{ij}}/2$;偏应力 $s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}p$; M 为反映屈服特性的参数; M_c 代表剪缩向剪胀转换的临界应力比; A_d 为剪胀性模型参数; A 为拟合参数。

为合理描述固废的体变特性,剪胀参数比视为一个与初始围压有关的量,即表示为

$$M_c = M_{c0} - \lambda \lg \left(\frac{\sigma_c}{p_{at}} \right) \quad (7)$$

式中: M_{c0} 、 λ 为描述剪胀特性的材料参数; σ_c 为初始围压; $p_{at} = 101.3$ kPa, 为大气压力。

材料硬化特性采用增量形式的硬化准则^[14]:

$$d\epsilon_s^p = \frac{pM}{h_s G(M_f - M)} dM \quad (8)$$

式中: G 为弹性剪切模量; M_f 为峰值状态应力比参数; 等效塑性剪切应变 $\epsilon_s^p = \sqrt{2e_{ij}e_{ij}}/3$, $e_{ij} = \epsilon_{ij} - \delta_{ij}\epsilon_{ii}/3$; h_s 为应力-应变关系拟合参数。

将式(8)进行积分,可得:

$$\epsilon_s^p = -\frac{p}{h_s G} \left[M + M_f \ln \left(1 - \frac{M}{M_f} \right) \right] \quad (9)$$

通过将以上建立的屈服函数、塑性势函数及硬化准则,得到弹塑性本构关系如下所示:

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}^e \dot{\epsilon}_{ij} \quad (10)$$

式中: $\dot{\sigma}_{ij}$ 为应力率; $\dot{\epsilon}_{ij}$ 为应变率; D_{ijkl}^e 为弹塑性模量。

其中,弹塑性模量为:

$$D_{ijkl}^{ep} = \left(K - \frac{2}{3}G \right) \delta_{ij}\delta_{kl} + G(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \frac{D_{ijmn}^e \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{mn}} \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{pq}} \right)^T D_{pqkl}^e}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{\omega}} \right)^T D_{\omega st}^e \frac{\partial Q}{\partial \sigma_s} + H_p} \quad (11)$$

式中, D_{ijmn}^e 为弹性模量张量。

利用式(6)、(8),得到硬化模量 H_p 为

$$H_p = \frac{\partial F}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial \epsilon_s^p} = \frac{h_s G(M_f - M)}{M} p^{\xi-1} \quad (12)$$

为更好地模拟固废的应力-应变特性,体积模量 K 和剪切模量 G 均取为与材料孔隙比相关的函数:

$$\begin{cases} K = \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)}G \\ G = G_0 p_{at} \frac{(e^* - e)^2}{1 + e} \sqrt{\frac{p}{p_{at}}} \end{cases} \quad (13)$$

式中: G_0 为剪切模量参数, ν 为泊松比, e^* 为孔隙比参考值; e 为当前孔隙比。

3 三轴试验模拟验证

3.1 力学生物预处理(MBT)固废试验

首先模拟 Bhandari 和 Powrie^[5] 针对力学生物预处理 (mechanical-biological-treatment, MBT) 固废三轴固结排水剪切试验结果. 试样为直径 10 cm、高 20 cm 的圆柱体,初始孔隙比为 1.0. 通过固废弹性特性选取参数 G_0 、 ν , 根据试样孔隙特性选取 e^* , M_f 和 ξ 通过强度特性选取, M_{c0} 和 λ 通过体变特性选取, h_s 为拟合参数. 根据表 1 参数,对围压为 50、100、200、400 kPa 条件下的试验结果进行模拟。

表 1 模型参数

材料类型	G_0	ν	e^*	M_f	ξ	M_{c0}	h_s	λ
MBT 固废	250	0.3	1.97	12.8	0.65	1.82	3.8	0.60
成都固废	100	0.3	2.97	4.4	0.88	2.4	2.8	0.58

采用幂函数非线性强度准则预测的固废抗剪强度结果如图 6 所示,预测值与试验值符合较好。

考虑剪胀参数随压力水平的变化,采用如图 7 所示的剪胀参数,模拟得到应力-应变关系曲线如图

8 所示,通过与试验对比表明,本模型能合理反映初始围压对应力-应变关系的影响特性.

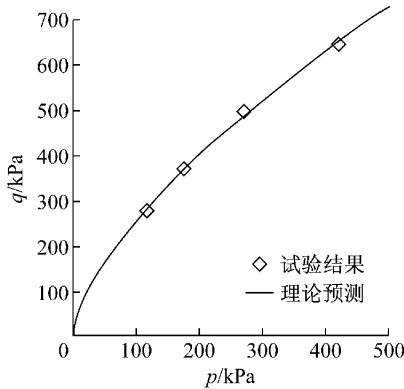


图 6 MBT 固废强度预测

Fig.6 Strength prediction of MBT MSW

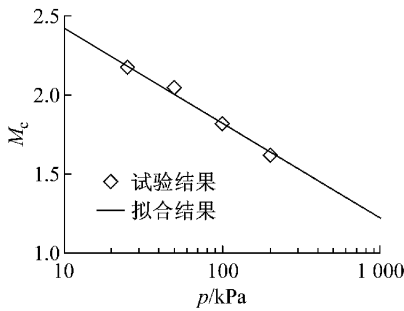


图 7 M_c 随平均应力的变化关系

Fig.7 Variation of M_c with mean pressure

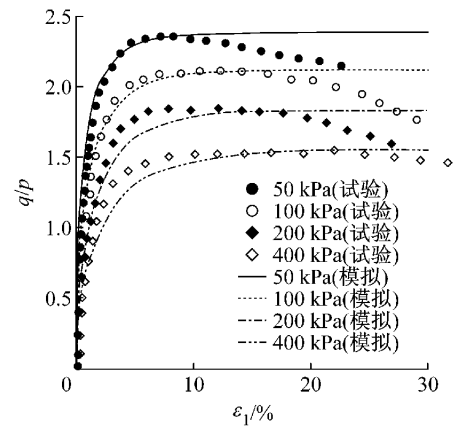
3.2 成都某填埋场固废试验

进一步对李俊超等^[15]的三轴固结排水剪切试验结果进行模拟. 固废采自成都某填埋场 5~15 m 深度处,直径为 10 cm、高度为 20 cm. 根据现场实测结果,试样初始孔隙比取 2.2. 采用如表 1 所示的模型参数,对初始围压为 50、100、150、250 kPa 条件下的 4 组试验结果进行模拟. 通过本文非线性强度准则预测的强度值如图 9 所示,从图中可看出,该准则能合理反映平均应力对固废强度的影响.

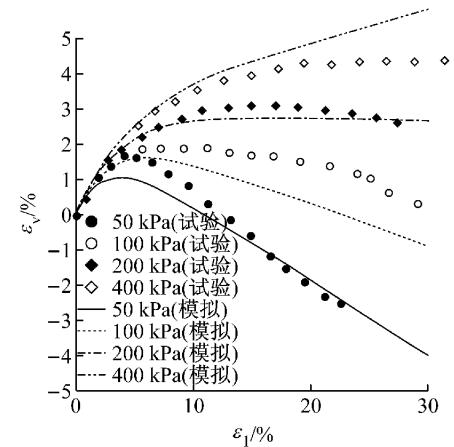
应力-应变特性模拟结果与试验对比如图 10a 所示,模拟结果与试验基本一致. 从试验结果可知,体缩型固废的体变与常规土体不同,即初始围压越大,体变反而越小. 为合理描述这一特性,假定剪胀性参数与应力有关的量,这里取 $A = e^{-p/p_0}$. 从图 10b 的模拟结果可看出,采用该剪胀参数能合理反映试样随初始围压增大压缩性降低的现象,且模型预测结果与试验结果符合较好.

4 结论

为反映城市固废剪切强度随平均压力的变化,



a 应力比-大主应变关系



b 体积应变-大主应变关系

图 8 MBT 固废本构模拟

Fig.8 Constitutive modeling of MBT MSW

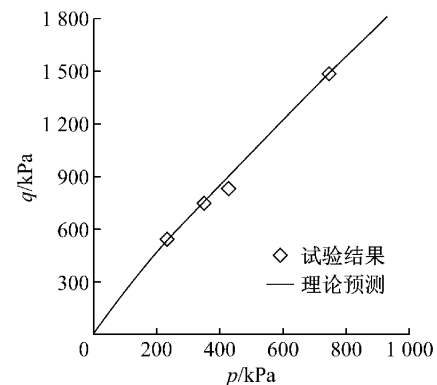


图 9 成都填埋场固废剪切强度预测

Fig.9 Shear strength prediction of MSW at Chengdu landfill

建立了一个幂函数非线性强度准则,并分析了剪切强度随参数的变化特性. 进一步分析了向线性 Mohr-Coulomb 准则转换所得内摩擦角的变化规律,结果表明,该准则能合理反映摩擦角随围压而降低的规律,并与试验结果一致. 基于增量双曲线硬化准则,并采用合理的塑性势函数,建立了一个适用于固

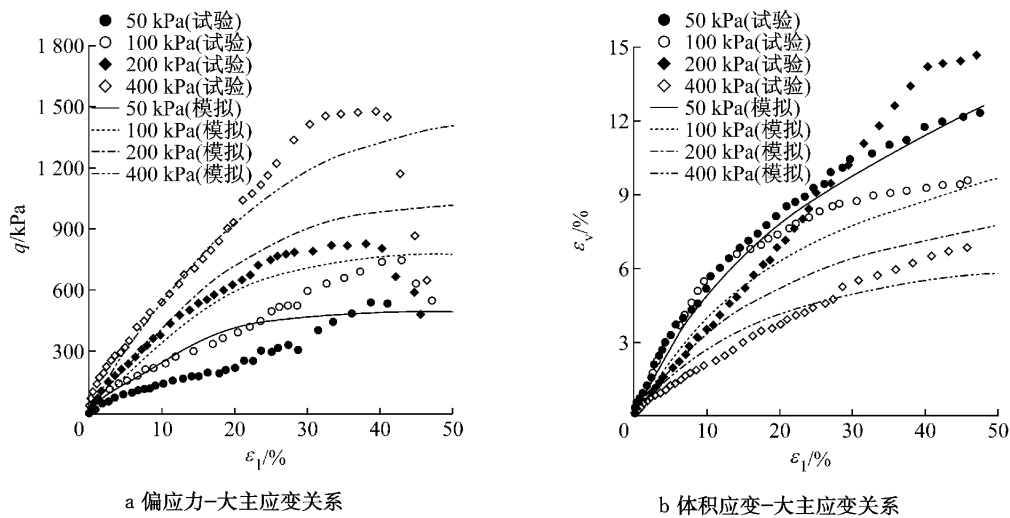


图 10 成都填埋场固废本构模拟

Fig. 10 Constitutive modeling of MSW at Chengdu landfill

废的非关联流动弹塑性本构模型。通过对一系列三轴固结排水试验结果的模拟表明,所建立的模型不仅能合理反映初始围压对应力-应变关系的影响,并能正确模拟体变随围压的变化。由于固废体变特性复杂,与常规土体可能差异较大,因而尚需开展进一步的试验和理论研究。

参考文献:

- [1] 冯世进, 周子范, 陈云敏, 等. 城市固体废弃物剪切强度参数的研究[J]. 浙江大学学报:工学版, 2005, 39(7): 987.
FENG Shijin, ZHOU Zifan, CHEN Yunmin, *et al.* Study on shear strength parameters of municipal solid waste [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2005, 39(7): 987.
- [2] Zhan T L T, Chen Y M, Ling W A. Shear strength characterization of municipal solid waste at the Suzhou landfill, China[J]. Engineering Geology, 2008, 97(3-4): 97.
- [3] Bray J D, Zekkos D, Kavazanjian J E, *et al.* Shear strength of municipal solid waste [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2009, 135(6): 709.
- [4] Bareither C A, Benson C H, Edil T B. Effects of waste composition and decomposition on the shear strength of municipal solid waste [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2012, 138(10): 1161.
- [5] Bhandari A R, Powrie W. Behavior of an MBT waste in monotonic triaxial shear tests[J]. Waste Management, 2013, 33(4): 881.
- [6] Stark T D, Huvaj-Sarihan N, Li G. Shear strength of municipal solid waste for stability analyses[J]. Engineering Geology, 2009, 57(8): 1911.
- [7] Baker R. Nonlinear Mohr envelopes based on triaxial data[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2004, 130(5): 498.
- [8] Jones D R V, Dixon N. Landfill lining stability and integrity: the role of waste settlement[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2005, 23(1): 27.
- [9] 吕玺琳, 赖海波, 黄茂松. 饱和土体静态液化失稳理论预测[J]. 岩土力学, 2014, 35(5): 1330.
LÜ Xilin, LAI Haibo, HUANG Maosong. Theoretically predicting instability of static liquefaction of saturated soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(5): 1330.
- [10] Machado S L, Miriam F C, Orenco M V. Constitutive model for municipal solid waste [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2002, 128(11): 940.
- [11] 冯世进, 陈云敏, 高丽亚, 等. 城市固体废弃物的剪切强度机理及本构关系[J]. 岩土力学, 2007, 28(12): 2524.
FENG Shijin, CHEN Yunmin, GAO Liya, *et al.* Shear strength mechanism and constitutive model of municipal solid waste[J]. Rock and Soil Mechanics. 2007, 28(12): 2524.
- [12] 高丽亚, 冯世进, 陈云敏, 等. 城市固体废弃物大直径三轴压缩试验研究[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2007, 35(12): 1602.
GAO Liya, FENG Shijin, CHEN Yunmin, *et al.* Large-scale triaxial compression test for municipal solid waste[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2007, 35(12): 1602.
- [13] Lu X, Lai H, Huang M. Nonlinear strength criterion for municipal solid waste [C]//Computer Methods and Recent Advances in Geomechanics, London: Taylor & Francis Group, 2014: 279-284.
- [14] Pietruszczak S, Stolle F E. Deformation of strain softening material, part II: modelling of strain softening response[J]. Computers and Geotechnics, 1987, 4(2): 109.
- [15] 李俊超, 朱斌, 连宝琴, 等. 城市固体废弃物应变硬化机制与强度参数确定方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(4): 826.
LI Junchao, ZHU Bin, LIAN Baoqin, *et al.* Strain hardening mechanism and methods for determining strength parameters of municipal solid waste[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, 33(4): 826.