

软黏土中静压沉桩引起的侧向挤土位移分析

张亚国^{1,2}, 李镜培^{1,2}

(1. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092)

摘要: 将软黏土中桩体贯入过程看作不排水条件下圆柱孔的扩张, 弹性和塑性区分别采用小应变和大应变理论, 考虑传统超固结比与各项同性超固结比的不同, 推导了修正剑桥模型土中单桩挤土位移的解析解; 并与文献离心模型试验结果进行了比较, 验证了理论解答的可靠性。在此基础上, 采用叠加原理对排桩的侧向挤土位移进行了估算, 并分析了沉桩数目、桩间距、预钻孔孔径以及土体超固结比对侧向挤土位移的影响规律。研究表明, 随着沉桩数目的增加, 挤土影响范围增大; 当桩间距、预钻孔孔径增大时, 挤土位移快速减小; 土体超固结比增加时, 侧向挤土位移略有增加, 但总体影响不明显。

关键词: 静压沉桩; 圆孔扩张理论; 软黏土; 修正剑桥模型; 侧向位移

中图分类号: TU443

文献标志码: A

Lateral Displacements of Ground Caused by Piles Installation in Soft Clay

ZHANG Yaguo^{1, 2}, LI Jingpei^{1, 2}

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: By taking the pile penetration as the expansion of a cylindrical cavity under the undrained condition and assuming small-strain deformation in the elastic region and large-strain deformation in the plastic region, the lateral displacement of ground due to a single pile installation is derived in modified Cam clay critical state soil. Meanwhile, the difference between the traditional overconsolidation ratio and the isotropic overconsolidation ratio is taken into account. Comparison between the predicted and the measured values from literature verifies the validity of the present solution. Furthermore, the proposed solution is developed to estimate the lateral displacements due to a single row of piles based on

the assumption that superposition is applicable to the displacements. The effects of the number of piles, space of two adjacent piles, prebored hole and the overconsolidation ratio (OCR) on the calculation of displacements are conducted. The results show that the value of the displacement increase with the increasing piles number, and decreases with the increasing space of two adjacent piles and radius of prebored hole. The increase of OCR also leads to increase of displacement, however, that is not pronounced.

Key words: pile installation; cavity expansion theory; soft clay; modified Cam clay model; lateral displacements

静压桩由于施工噪音小、无振动、压桩快等特点在城市建设中广泛使用。然而, 静压桩属于挤土桩, 在压桩过程中, 桩周土体由于受到挤压作用而发生侧向移动, 会对邻近的建(构)筑物、市政管线等产生不利影响。

针对静压桩的挤土位移, 国内外学者进行了一系列研究, 并取得许多有价值的成果。在试验方面, 周火焜等^[1]在现场饱和软土中静压沉桩, 监测了沉桩过程中桩周围土体侧向及竖向位移场分布规律; 张建新等^[2]通过室内模型试验分析了软土中群桩施工时引起的土体侧向位移和地表隆起状况。这些试验得到了一些有意义的结论, 但由于试验研究仅是针对某些特定的情况进行的, 一般只能揭示出定性规律^[3]。因此, 基于圆孔扩张理论^[4-5]的沉桩挤土位移简化算法在实际中受到广泛关注。Sagaseta 等^[6-7]结合应变路径法, 将桩身挤土等效为若干个扩张球孔, 通过源(扩张球孔)-汇(收缩球孔)理论来考虑半无限体中沉桩挤土问题; 该方法能够较好地考虑地表自由边界的影响, 然而由于分析中假定土体为线弹性体从而难以反映土体应力应变之间的本构关系。王伟堂等^[8]根据 Vesic 扩孔理论^[4], 假定土体为

收稿日期: 2014-09-21

基金项目: 国家自然科学基金(41272288); 上海市浦东新区科技发展基金创新资金(PKJ2013-C08)。

第一作者: 张亚国(1984—), 男, 博士生, 主要研究方向为岩土力学和地基基础。E-mail: zhangyaguo29@163.com

通讯作者: 李镜培(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为岩土力学及桩基工程。E-mail: lij2773@tongji.edu.cn.

理想弹塑性体,将静压沉桩过程当作圆柱孔的扩张,求解了沉桩时周围土体中任一点的位移;王幼青^[9]在此基础上进一步考虑了弹性区内挤土位移和应力之间的非线性关系.这些方法基于土体为理想弹塑性假定,且缺乏群桩挤土位移方面的研究.

随着土体本构关系的发展,对软黏土具更好适用性的修正剑桥模型(MCC)被引入到圆孔扩张解答中^[10-11].本文假定土体屈服后服从 MCC 模型,在已有圆孔扩张理论解答的基础上,考虑了各项同性超固结比(R)与传统超固结比(OCR)之间的差别;假定桩身挤土类似于圆柱孔的扩张,推导了饱和软土中单桩挤土位移的解析式,并根据已有的离心模型试验结果对本文计算方法的可靠性进行了验证.同时采用叠加原理将该解答进一步拓展到排桩挤土位移的估算中,对沉桩数目、桩间距、预钻孔孔径以及超固结比对排桩挤土位移的影响进行了分析.

1 单桩挤土位移

1.1 力学模型及基本假定

将桩体压入过程看作在均匀内压下圆柱孔的扩张,为平面应变轴对称问题,如图 1 所示.圆孔初始半径为 a_0 ,当不考虑预钻孔时, $a_0=0$.受扩孔压力 σ_a 的作用,孔壁土体最先出现屈服状态;随着孔压的增大,球孔周围出现塑性区,其半径为 r_p .圆孔的最终半径为 a_u (等于桩半径).由于压桩耗时短,土中孔隙水难以排出,故可将扩孔挤土视为不排水状态;压桩过程中不考虑地表效应的影响.对于桩周围任一点 A,其初始距离为 r_{x0} ,目前距桩心的距离为 r_x ;受桩体的挤土作用,该点经历一段弹性变形后进入塑性状态瞬间的位置为 r_{xp} , $u_{r,p}$ 为该点在塑性区内的位移; r_{p0} 为弹塑性边界初始位置, u_p 为弹塑性边界的位移.

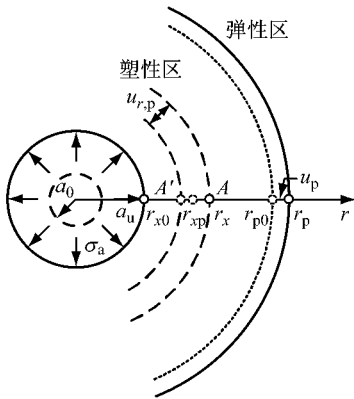


图 1 单桩扩孔挤土的力学模型

Fig. 1 Mechanics model of cavity expansion for a single pile

圆柱孔周围土体单元的径向和切向竖向总应力分别为 σ_r 和 σ_θ ,有效应力分量为 σ'_r 和 σ'_θ ;土体中初始总应力为 p_0 ,任意一点平均总应力为 p ,平均有效应力为 p' ,偏应力为 q .按惯例规定应力和应变压为正.假设土体未发生屈服时呈弹性状态,并服从胡克定律,土体屈服后服从修正剑桥模型.

1.2 挤土位移的确定

根据弹塑性理论可知

$$p = \frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{2}, q = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (1)$$

在弹性区,桩周围土体中的应力和位移可表示为^[10]

$$\sigma_{r,e} = p_0 + (\sigma_{rp} - p_0)\left(\frac{r_p}{r}\right)^2 \quad (2)$$

$$\sigma_{\theta,e} = p_0 - (\sigma_{rp} - p_0)\left(\frac{r_p}{r}\right)^2 \quad (3)$$

$$u_{r,e} = \frac{\sigma_{rp} - p_0}{2G} \frac{r_p^2}{r} \quad (4)$$

式中: $\sigma_{r,e}$ 、 $\sigma_{\theta,e}$ 和 $u_{r,e}$ 分别为弹性区的径向应力、切向应力和径向位移; σ_{rp} 为弹塑性边界上的径向应力; G 为剪切模量.

联立式(1)~(4),可得到弹塑性边界上应力和位移分别为

$$\sigma_{rp} = p_0 + \frac{q_p}{\sqrt{3}} \quad (5)$$

$$\sigma_{\theta p} = p_0 - \frac{q_p}{\sqrt{3}} \quad (6)$$

$$u_p = \frac{\sigma_{rp} - p_0}{2G} r_p \quad (7)$$

式中: $\sigma_{\theta p}$ 为弹塑性边界上切向应力; q_p 为弹塑性边界上的偏应力,可通过下面塑性区的解答得到.

在塑性区,土体屈服后服从修正剑桥模型,其屈服函数可以表示为^[12]

$$f = q^2 - M^2[p'(p'_c - p')] = 0 \quad (8)$$

式中: M 为临界状态线斜率,等于 $6\sin\phi'/(3 - \sin\phi')$, ϕ' 为有效内摩擦角; p'_c 为各向同性状态条件下的屈服应力.利用弹塑性边界处应力连续性条件可得

$$p'_p = p'_0 \quad (9)$$

结合式(8)和式(9)可知,在弹塑性边界 r_p 处偏应力为

$$q_p = Mp'_0 \sqrt{R-1} \quad (10)$$

式中: R 为各向同性超固结比,等于 p'_c/p'_0 ,其与传统超固结比 OCR 存在较大的差异.实际中通常采用 OCR 来反映土体的应力历史,因此需要将式(10)中

的 R 转化为 OCR ,以便在工程中进行应用. R 与 OCR (式中用 R_{OCR} 表示)之间的关系为^[13]

$$R = \alpha_R R_{\text{OCR}} \quad (11)$$

式中: $\alpha_R = \frac{9(1-k_0^*)^2 + M^2(1+2k_0^*)^2}{M^2(1+2k_0^*)(1+2k_0^*)}$, $k_0^* = k_0^*(R_{\text{OCR}})^{\sin\phi'}$, $k_0^* = 1 - \sin\phi'$; 当为正常固结土时, $R_{\text{OCR}} = 1$, $k_0 = k_0^*$.

将式(11)代入式(10)可得

$$q_p = Mp'_0 \sqrt{\alpha_R R_{\text{OCR}} - 1} \quad (12)$$

将式(12)代入式(5)中可以得到 σ_{rp} ; 要确定弹性位移 $u_{r,e}$ 以及弹塑性边界上的位移 u_p , 根据式(4)和式(7)可知, 还需要得到弹塑性边界的位置 r_p , r_p 的求解可参照文献[11]中所采用的方法. 对于桩周围一点 A , 根据式(4)可知

$$r_{xp} - r_{x0} = \frac{\sigma_{rp} - p_0}{2G} r_{xp} \quad (13)$$

对于桩周土塑性区($a_u \leq r_x \leq r_p$), 采用大变形理论^[10], 则有

$$\epsilon_r = -\ln\left(\frac{dr_x}{dr_{x0}}\right), \epsilon_\theta = -\ln\left(\frac{r_x}{r_{x0}}\right) \quad (14)$$

式中: ϵ_r 和 ϵ_θ 分别表示径向和切向应变.

由于沉桩过程看作不排水过程, 周围土体的体应变为零, 则有

$$\epsilon_v = \epsilon_r + \epsilon_\theta = 0 \quad (15)$$

将式(14)代入式(15)中, 并结合孔壁边界条件, 可得

$$r_x^2 - r_{x0}^2 = a_u^2 - a_0^2 \quad (16)$$

通过式(13)确定 r_{x0} , 并将其代入式(16), 可得

$$r_{xp} = \frac{1}{1 - \frac{\sigma_{rp} - p_0}{2G}} \sqrt{r_x^2 + a_0^2 - a_u^2} \quad (17)$$

若以最终弹塑性边界上的点为研究对象, 即令式(17)中的 r_x, r_{xp} 均等于 r_p , 可得

$$r_p = \sqrt{\frac{a_u^2 - a_0^2}{1 - (1 - \frac{\sigma_{rp} - p_0}{2G})^2}} \quad (18)$$

同理, 根据图 1 所示的几何关系, 并结合弹塑性边界条件, 可得

$$r_x^2 - r_{x0}^2 = r_p^2 - r_{p0}^2 \quad (19)$$

$$r_x - r_{x0} = u_{r,p}, r_p - r_{p0} = u_p \quad (20)$$

将式(20)代入式(19), 并用 r 代替 r_x , 则塑性区的径向位移可以表示为

$$u_{r,p} = r - \sqrt{r^2 - 2r_p u_p + u_p^2} \quad (21)$$

至此, 单桩静力压入时引起的扩孔挤土位移已求得. 其弹性区($r > r_p$)的表达式如式(4)所示, 塑性

区($a_u \leq r \leq r_p$)的表达式如式(21)所示.

2 排桩挤土位移

在实际工程中通常需要计算单排桩甚至多排桩沉桩时产生的侧向挤土位移. 对于指定点处土体的总位移, 若通过依次累加单桩挤土位移的方式求解会使得工作繁琐、计算量增大, 且不易进行参数变化影响的规律性分析. Chai 等^[14-15]通过对灰土挤密桩研究认为群桩挤土位移可根据叠加原理进行求解, 其单排桩计算模型如图 2 所示, 需要注意的是该模型中忽略了沉桩顺序对侧向挤土位移的影响. 图中圆圈代表静压桩截面, L 表示桩沿 y 方向分布长度, y_i 表示自 O 点起沿 y 方向上的第 i 根桩(不包括 O 点位置处的桩)桩心到坐标原点的距离, A 为土体中某一位移计算点, 其 x 方向的距离为 d , 相邻两桩心距离为 s , u_{ix} 和 u_i 分别表示桩 i 在 A 点 x 方向和径向的挤土位移. 因此, A 点的侧向挤土位移可表示为

$$u_{Ax} = \frac{2}{s} \int_0^L u_{ix} dy = \frac{2}{s} \int_0^L u_i \frac{d}{\sqrt{d^2 + y^2}} dy \quad (22)$$

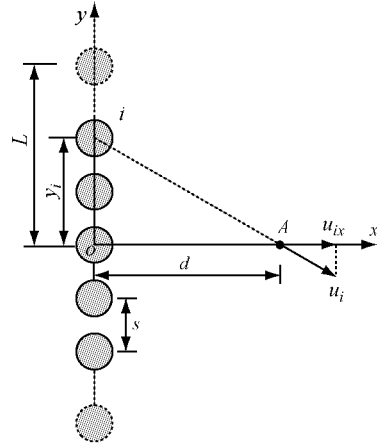


图 2 排桩挤土的计算模型^[15]

Fig. 2 Calculation model for a row of piles^[15]

由 1.2 节可知: 沉桩过程中, 由于受到的挤土压力不同, 桩周土会呈塑性或弹性状态, 而不同应力状态区的挤土位移表达式也不同. 因此, 需要根据点 A 与桩体之间的位置关系对计算点应力状态进行判断, 以得到合理的位移表达式.

当 $d \geq r_p$, 说明点 A 位于各桩挤土的弹性区内, 将式(4)代入式(21)中, 整排桩在点 A 的挤土位移 u_{Ax} 可以表示为

$$u_{Ax} = \frac{(\sigma_{rp} - p_0) r_p^2}{G_s} \tan^{-1} \frac{L}{d} \quad (23)$$

当 $d^2 + L^2 \leq r_p^2$ 时, 说明点 A 位于各桩的塑性挤

土区内,将式(21)代入式(22)中, u_{Ax} 可以近似地表示为

$$u_{Ax} = \frac{2d}{s} \left[L - \frac{h}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{u_p^2 - 2r_p u_p}{d^2}} + 2 \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + \frac{u_p^2 - 2r_p u_p}{d^2 + y_i^2}} + \sqrt{1 + \frac{u_p^2 - 2r_p u_p}{d^2 + L^2}} \right) \right] \quad (i = 1, \dots, n) \quad (24)$$

式中,将积分区间 $[0, L]$ 分成 n 等份, $h = L/n$; $y_i = ih$.

当 $d < r_p$, 且 $d^2 + L^2 > r_p^2$ 时,说明点 A 位于部分挤土桩的塑性挤土区内、部分桩的弹性区内;此时, u_{Ax} 可以近似地表示为

$$u_{Ax} = \frac{(\sigma_p - p_0)r_p^2}{G_s} \left(\tan^{-1} \frac{L}{d} - \tan^{-1} \frac{\sqrt{r_p^2 - d^2}}{d} \right) + \frac{2d}{s} \left[\sqrt{r_p^2 - d^2} - \frac{h}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{u_p^2 - 2r_p u_p}{d^2}} + 2 \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + \frac{u_p^2 - 2r_p u_p}{d^2 + y_i^2}} + \sqrt{1 + \frac{u_p^2 - 2r_p u_p}{d^2 + r_p^2}} \right) \right] \quad (i = 1, \dots, n) \quad (25)$$

3 算例分析

3.1 单桩挤土位移

为了说明本文计算方法的可靠性,以陈文等^[16]对软土中沉桩的离心模型试验为例,对单桩挤土位移进行计算,并与试验结果进行对比分析.同时,在土层、桩型等条件不变的情况下对排桩挤土位移以及影响因素也进行了计算分析.试验中模拟了实际桩径 $D=0.6$ m、桩长 $L=5$ m 的桩体贯入过程.桩周土为灰色粉质黏土,其物理力学参数如表 1 所示.表中, ω 为含水率, I_p 为塑性指数, γ_{sat} 为饱和重度, E_{s1-2} 为压缩模量, ν 为泊松比, c' 为有效黏聚力, ϕ' 为有效内摩擦角.由于固结和压桩过程中均采用 $20g$ 的离心加速度,为经重塑后的正常固结土,因此取 $R_{OCR}=1$;修正剑桥模型参数 λ 和 κ 分别取值为 0.12 和 0.03.

表 1 桩周土的物理力学参数

Tab.1 Physical and mechanical property index of soil						
$\omega/\%$	I_p	$\gamma_{sat}/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	E_{s1-2}/MPa	ν	c'/kPa	$\phi'/(^{\circ})$
33.2	14.2	19.5	3.61	0.3	5	25

图 3 为沉桩过程中埋深 3 m 处土体受到桩体挤压而产生的径向位移.计算结果显示:随着距桩心距

离增加,径向位移减小;在 0.3~1.0 m 范围内,减小速度快,之后变缓.文献[16]中通过离心试验测定了距桩 0.5~1.9 m 范围内土体的位移.由图可见,理论计算值与实测值之间的偏差在沉桩挤土位移估算中是可以接受的.

3.2 排桩挤土位移

在上述土层条件下分析有排桩存在时排桩中心线上(图 2 中 x 方向)埋深 2.5 m 处的土体侧向位移.

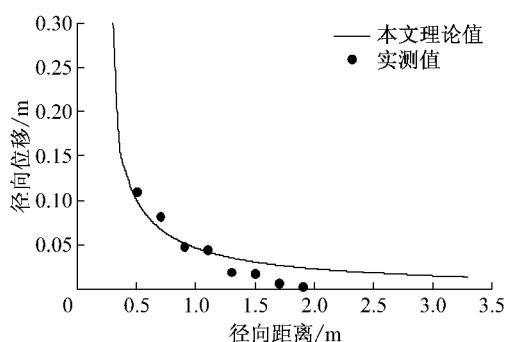


图 3 单桩挤土位移

Fig.3 Radial displacement due to a pile installation

由图 4 可见,随着到排桩中心距离的增大,挤土位移逐渐减小.在桩间距 s 确定的情况下,随着沉桩数目 f 的增大,距排桩中心相同距离位置的挤土位移逐渐增大,这是由于挤土位移的累积引起的;例如:当沉桩数目 $f=3$ 时,在距排桩中心距离 1 m 处的挤土位移为 0.07 m,单桩挤土时,该处的挤土位移为 0.05 m(见图 3).同时,挤土影响范围随 f 的增大而增大.图 5 中分析了 A 点(见图 2)以下埋深 2.5 m 处土体位移增量小于 0.005 m 时中心线一侧的沉桩数目与桩心距之间的关系,图中 m 为通过桩径 D 量纲一化后的桩间距.当 $s=D$ 时,沉第 8 根桩时,产生的位移增量小于 0.005 m;当 $s=4D$ 时,对应的沉桩数目减少至 2 根.

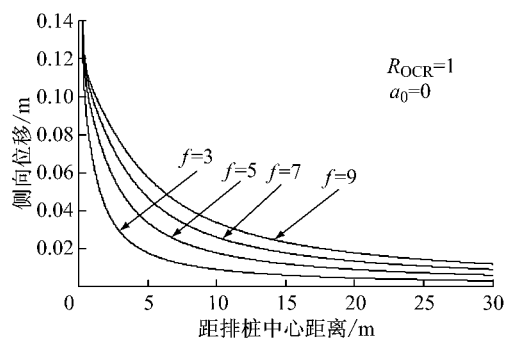


图 4 沉桩数目对排桩挤土位移的影响

Fig.4 The effects of piles number on the lateral displacement induced by row of piles

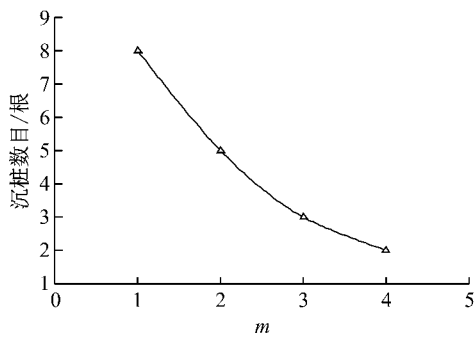


图 5 位移小于 0.005 m 时沉桩数目与桩间距的关系

Fig. 5 The relationship between the piles number and the space of adjacent piles when displacement is less than 0.005 m

图 6 反映了存在预钻孔时排桩挤土位移的变化。随着圆孔初始半径 a_0 (这里即指预钻孔半径) 的增大, 相同位置处土体的侧向位移减小, 随着到排桩距离的增大, 预钻孔的影响减弱。当预钻孔孔径线性增大时, 挤土位移的降幅逐渐增大, 说明减小沉桩挤土的效应愈发明显, 这与文献[17]中通过数值模拟得到的结论是一致的。

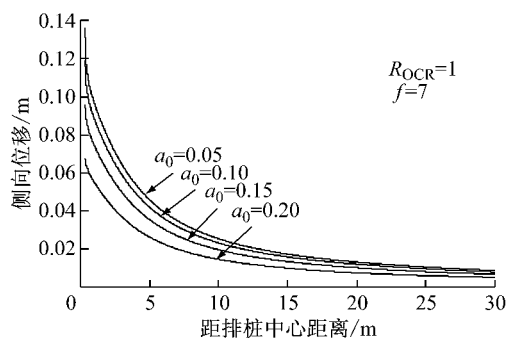


图 6 预钻孔孔径对排桩挤土位移的影响

Fig. 6 The effects of prebored hole radii on the lateral displacements induced by row of piles

取不同超固结比时, 排桩挤土位移如图 7 所示。由图可见, 超固结比对沉桩侧向位移的影响不大。通过对曲线局部放大可以发现: 随着超固结比的增大, 挤土位移有微小的增长。分析认为: 与正常固结土相比, 超固结土的密实度高, 土颗粒之间的空隙小, 排列紧密, 因而, 对于距桩同样距离的土颗粒而言, 超固结状态下受到的挤压作用明显, 产生的位移也略大。如图 8 所示, A 组土颗粒较 B 组密实, 以距 l 相同距离的 G_1 和 G_2 土颗粒为研究对象, 当施加相同位移 Δx 后, A, B 分别为 A' , B' ; G_1 移动至 G_1' , 其位移为 Δx_1 ; G_2 移动至 G_2' , 其位移为 Δx_2 ; Δx_1 明显大于 Δx_2 。

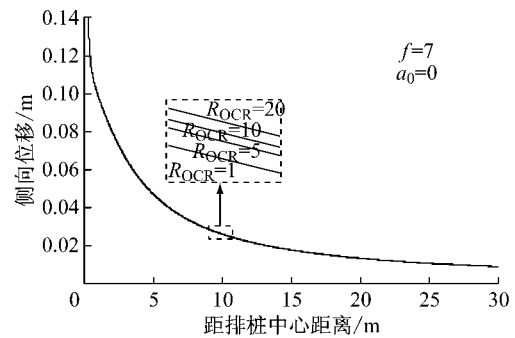


图 7 超固结比对排桩挤土位移的影响

Fig. 7 The effects of overconsolidation ratio on the lateral displacements induced by row of piles

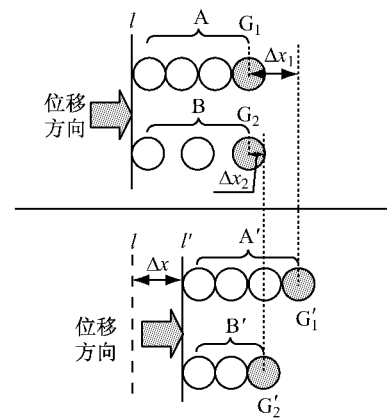


图 8 不同密实度土颗粒受挤压后的位移

Fig. 8 The displacements diagram of soil grains with different dense degrees

4 结论

(1) 将静压沉桩看成不排水条件下圆柱孔的扩张过程, 假定土体屈服后服从修正剑桥模型, 推导了单桩沉桩过程中周围土体位移计算公式, 并与文献离心模型试验结果进行了比较, 验证了公式的可靠性。

(2) 采用叠加方法对排桩挤土位移进行了计算。与单桩沉桩相比, 排桩条件下挤土影响范围大大增加; 对于桩周土体中一点而言, 侧向位移值随沉桩数目增大而增大, 随着桩间距、预钻孔孔径的增大而减小; 随着 OCR 增加, 侧向位移略有增大, 但 OCR 对位移值影响并不明显。

(3) 本文主要对单桩和单排桩挤土位移进行了分析, 对于多排桩挤土位移, 在不考虑沉桩顺序和遮拦效应的情况下, 可通过对单排桩侧向位移叠加得到。对于单桩桩长、桩尖角度以及群桩中遮拦效应等因素对挤土位移的影响将在后续的工作中进一步研究。

参考文献:

- [1] 周火焱, 施建用. 饱和软黏土中足尺静压桩挤土效应试验研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(11): 3291.
ZHOU Huoyao, SHI Jianyong. Test research on soil compacting effect of full scale jacked-in pile in saturated soft clay [J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(11): 3291.
- [2] 张建新, 鹿群, 吴东云, 等. 基于模型试验的静压群桩引起的土体变形分析[J]. 岩土力学, 2010, 31(4): 1243.
ZHANG Jianxin, LU qun, WU Dongyun, *et al.* Analysis of soil deformation in jacked pile group based on the model test[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 30(4): 1243.
- [3] 梁发云, 陈龙珠, 李镜培. 混合型复合地基工程性状的近似解法[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(4): 459.
LIANG fayun, CHEN Longzhu, LI Jingpei. An approximate approximate approach for the analysis of composite foundation with hybrid piles [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(4): 459.
- [4] Vesic A S. Expansion of cavity in infinite soil mass[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 1972, 98(SM3): 265.
- [5] Li J P, Zhang Y G, Chen H B, *et al.* Analytical solutions of spherical cavity expansion near a slope due to pile Installation [J]. Journal of Applied Mathematics, 2013: 306849.
- [6] Sagaseta C. Analysis of undrained soil deformation due to ground loss [J]. Geotechnique, 1987, 37(3): 301.
- [7] Sagaseta C, Whittle A J. Prediction of ground movements due to pile driving in clay [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, 127(1): 55.
- [8] 王伟堂, 裘华君, 詹红琴. 压桩挤土位移的预估与防治的研究[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(3): 378.
WANG Weitang, QIU Huajun, ZHAN Hongqin. Study on statically pressed pile [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(3): 378.
- [9] 王幼青. 挤土桩水平向挤土位移分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2003, 35(4): 472.
WANG Youqing. Horizontal soil compaction displacement of driven compaction pile [J]. Journal of harbin institute of technology, 2003, 35(4): 472.
- [10] Cao L F, Teh C I, Chang M F. Undrained cavity expansion in modified Cam clay I: Theoretical analysis [J]. Geotechnique, 2001, 51(4): 323.
- [11] Chen S L, Abousleiman Y N. Exact undrained elasto-plastic solution for cylindrical cavity expansion in modified Cam Clay soil [J]. Geotechnique, 2012, 62(5): 447.
- [12] Wood D M. Soil behaviour and critical state soil mechanics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- [13] Chang M F, Teh C I, Cao L F. Critical state strength parameters of saturated clays from modified Cam Clay [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1999, 36(5): 876.
- [14] Chai J C, Miura N, Koga H. Lateral displacement of ground caused by soil-cement column installation [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, 131(5): 623.
- [15] Chai J C, Miura N, Koga H. Closure to "Lateral displacement of ground caused by soil-cement column installation" [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2007, 133(1): 124.
- [16] 陈文, 施建勇, 龚友平, 等. 饱和黏土中静压桩挤土效应的离心模型试验研究[J]. 河海大学学报, 1999, 27(6): 103.
CHEN Wen, SHI Jianyong, GONG Youping, *et al.* Centrifugal model tests of piles jacked in saturated clay [J]. Journal of Hohai University, 1999, 27(6): 103.
- [17] 罗战友, 龚晓南, 夏建中, 等. 预钻孔措施对静压挤土效应的影响分析[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(6): 846.
LUO Zhanyou, GONG Xiaonan, XIA Jianzhong, *et al.* Influence of prebored hole measures on compacting effects of jacked piles [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(6): 846.