

轨道几何状态综合评价指标参数权重的敏感性分析

沈坚锋¹, 许玉德¹, 李海锋¹, 仲春艳²

(1. 同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804; 2. 上海铁路局 上海高铁维修段, 上海 200439)

摘要: 为合理划分线路等级并配置有限的养护维修资源, 融合现有几何状态检测数据源, 提出一个轨道几何状态综合评价指标. 运用层次分析法确定指标参数的初始权重, 采用摄动法对该指标的参数权重进行敏感性分析, 定量研究不同等级线路百分比与各参数权重变化的关系, 并对初始权重进行修正. 结果表明, 轨道质量指数的权重变化对线路等级划分影响最为显著; 轨道质量指数类和动检超限类权重范围应不小于 0.2 和不大于 0.45, 且内部权重分配比例分别为 1:1 和 3:2; 车载检查类权重应小于 0.3, 其中晃车仪权重应不小于 0.1.

关键词: 等级管理; 几何状态; 综合评价; 权重确定; 敏感性分析

中图分类号: U213.2

文献标志码: A

Weight Sensitivity Analysis of Parameters of Track Geometry Comprehensive Index

SHEN Jianfeng¹, XU Yude¹, LI Haifeng¹,
ZHONG Chunyan²

(1. Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Shanghai Express Railway Maintenance Section, Shanghai Railway Bureau, Shanghai 200439, China)

Abstract: In order to reasonably classify the line grade and distribute limited resources of maintenance, fusing detection data sources of geometrical status which were obtained by existing means, the track geometry comprehensive index (TGCI) was proposed, the initial weights of parameters of TGCI were determined by AHP, and a weight sensitivity analysis for parameters of TGCI was conducted by using the perturbation method. The quantitative study on the relationship between changes in weights of parameters and percentage of different line grades, and initial weights were modified. The results show that changes in weights of TQI has the most significant effect on line grade classification.

The weight range of TQI should be no less than 0.2, the weight range of data overrun of dynamic detection should be no more than 0.45, and the internal weight distribution ratio of each parameter is 1:1 and 3:2. The weight of vehicle detection should be less than 0.3, and the weight of locomotive shaking monitor meter should not be less than 0.1.

Key words: grade management; geometrical status; comprehensive evaluation; weight determination; sensitivity analysis

高速铁路作业天窗时间短、无砟轨道维修困难的特点给养护维修作业带来了严峻挑战. 选用合理的几何状态评价指标, 通过线路质量等级管理的方法来配置有限的养修资源, 保障线路质量显得十分必要. 文献[1-4]研究了国内目前广泛采用的轨道几何状态评价指标与方法, 文献[5-12]对国外轨道几何状态的均值管理指标及评价方法作了详细介绍. 上述文献对轨道几何状态评价指标均采用单个检测数据源, 虽能简化数据的处理分析, 但对轨道几何状态的评价过于单一, 没有充分利用现有检测工具得到的海量数据, 导致对几何状态的评价管理不全面; 另外由于各类数据源的差异性, 融合后, 它们对线路等级划分的影响也是不同的, 若采用相同权重会使等级划分产生偏差, 最终导致养修资源的配置不合理.

本文将综合检测车、车载式线路检查仪、便携式线路检查仪和人工添乘作业等数据均纳入轨道几何状态评价体系, 提出了轨道几何状态综合评价指标 I_{TGCI} , 利用线路质量等级管理方法对线路状态进行等级划分, 采用摄动法对指标层和准则层权重参数进行敏感性分析, 确定参数权重的分配比例, 得出权重的取值范围及取值大小.

收稿日期: 2014-10-23

基金项目: “十二五”国家科技支撑计划(2013BAG20B01); 国家自然科学基金(50908179); 上海市自然科学基金(11ZR1439200)

第一作者: 沈坚锋(1987—), 男, 博士生, 主要研究方向为轨道工务管理. E-mail: sjf_zjxx@gmail.com

通讯作者: 许玉德(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为轨道管理、养修技术和安全环境评价.

E-mail: xuyude2000@163.com

1 线路质量等级管理方法

线路质量等级管理是针对运营线路,结合线路的设备状况,利用实时检测数据,按照单元区段长度评价线路质量并采用针对性修理手段的一种线路管理方法。

1.1 几何状态综合评价指标

以轨道几何状态指标 I_{TGCI} 作为衡量线路养修状态的技术指标,期望尽可能全面综合地评价轨道几何状态. 因此, I_{TGCI} 的计算考虑各类数据的影响,用扣分法来表现,如式(1)所示。

$$I_{TGCI} = 100 - F(I_{TQI}, R_{TQI}, C, T, R, H) \quad (1)$$

式中:函数 F 是与轨道质量指数 I_{TQI} , I_{TQI} 变化率 R_{TQI} 、7 个单项(左、右高低,左、右轨向,轨距,水平,三角坑)、超限(C)、添乘仪(T)、人工添乘(R)、晃车仪(H)数据有关的扣分项。

式(1)中各类数据源的管理标准、量纲不同,因此在计算 I_{TGCI} 前需进行量纲一化处理,计算各参数的当量值,并考虑权重,计算相应扣分值 F ,如式(2)所示^[13]。

$$F = \sum_{i=1}^P w_i E_i \quad (2)$$

式中: E_i 为第 i 项参数当量值; w_i 为第 i 项参数权重; $i=1,2,\dots,P$; P 为参数数量,包括式(1)中各类数据源。

1.2 初始权重的确定

线路质量等级管理的层次结构如图 1 所示,可以分为目标层、准则层和指标层. 根据现场养修的经验以及实际情况,每条线路的状况和养修重点都不相同,因而,评价体系中各参数之间的质和量的关系是不同的,即各线路的权重系数是不同的. 以沪宁城际铁路为例,运用层次分析法,通过专家问卷、讨论建立判断矩阵,计算其中的几何平均数. 数据量纲一化和判断矩阵的一致性检验后,确定轨道几何状态

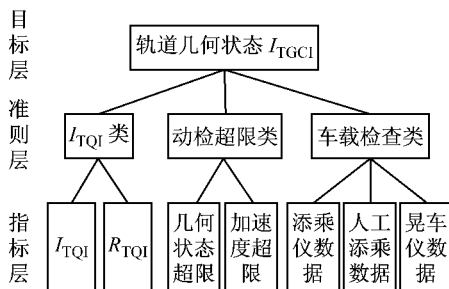


图 1 层次结构图

Fig.1 Hierarchy diagram

综合评价指标初始权重系数如表 1 所示。

表 1 沪宁城际铁路轨道几何状态综合评价指标

初始权重系数

Tab. 1 Initial weight coefficient of track geometry comprehensive index in Shanghai-Nanjing intercity high-speed railway

参数	I_{TQI}	R_{TQI}	几何状态超限	加速度超限	添乘仪数据	人工添乘数据	晃车仪数据
权重	0.10	0.10	0.40	0.10	0.15	0.10	0.05

1.3 等级划分标准

将各单元区段划分为 I 级、II 级、III 级进行线路质量等级管理. 单元区段内线路质量越差,相应的线路质量等级就越低;反之线路质量等级就越高. 等级划分标准可结合线路技术参数、责任部门月度生产能力以及现行线路养修规则等确定. 沪宁城际铁路各等级的具体阈值如表 2 所示。

表 2 等级划分阈值

Tab. 2 Threshold of grade classification

单元区段	等级		
	I 级线路	II 级线路	III 级线路
线路单元区段	$I_{TGCI} \geq 95$	$90 \leq I_{TGCI} < 95$	$I_{TGCI} < 90$
道岔单元区段	$I_{TGCI} \geq 95$	$85 \leq I_{TGCI} < 95$	$I_{TGCI} < 85$

2 指标层参数权重的敏感性分析

层次分析法确定权重简单可行,但主观因素影响较大,不同的参数权重对结果的影响程度不同,因此需要对 I_{TGCI} 的各参数权重进行敏感性分析,确定各参数权重变化对等级划分产生的影响,分析参数的敏感性,以此来修正初始权重,从而得到合理的等级划分。

敏感性分析一般采用摄动法,即让某些条件作微小变动后,计算输出结果的相应变化量^[14]. 以沪宁上行线 K140+000—K290+000 区段,2013 年 9 月检测数据作为原始数据从准则层和指标层两方面对各参数的权重进行敏感性分析. 权重摄动量以 0.05 为基本单位,根据式(1)计算每种权重情况下的 I_{TGCI} ,并根据表 2 确定相应的线路等级归属,再统计得到不同等级线路的数量及比例。

指标层的敏感性分析是在保持准则层中三类参数初始总权重不变情况下,考虑指标层中三类参数内部权重分配不同时对等级划分的影响。

2.1 I_{TQI} 权重的影响

I_{TQI} 类数据来源于综合检测车. 在进行 I_{TQI} 和 R_{TQI} 参数摄动时,其余 5 项参数权重如表 1 中所示,5

组不同摄动量计算所得的三类线路等级百分比数据如表 3 所示,图 2 由表 3 数据绘制得到。

表 3 I_{TQI} 权重增大, R_{TQI} 权重减小时线路等级百分比
Tab. 3 Percentage of different line grades at the increase of TQI weight and decrease of R_{TQI} weight

序号	I_{TQI}	R_{TQI}	线路等级百分比/%		
			I 级	II 级	III 级
1	0	0.20	98.07	1.40	0.53
2	0.05	0.15	97.53	2.07	0.40
3	0.10	0.10	96.87	2.53	0.60
4	0.15	0.05	91.47	7.53	1.00
5	0.20	0	87.73	10.53	1.73

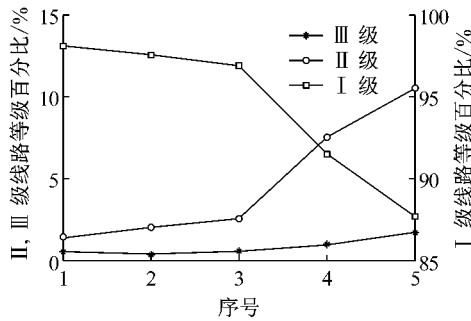


图 2 I_{TQI} 权重增大, R_{TQI} 权重减小时各级线路状况

Fig. 2 Trend for line condition of all grades at the increase of I_{TQI} weight and increase of R_{TQI} weight

图 2 中,随着 I_{TQI} 权重增大、 R_{TQI} 权重减小, II

表 4 几何状态超限权重减小,车体加速度超限权重增大时线路等级百分比

Tab.4 Percentage of different line grades when weight of data overrun of geometrical status decreases and weight of data overrun of acceleration of carbody increases

序号	几何状态超限	车体加速度超限	线路等级百分比/%			序号	几何状态超限	车体加速度超限	线路等级百分比/%		
			I 级	II 级	III 级				I 级	II 级	III 级
1	0.50	0	97.07	2.33	0.60	6	0.20	0.30	97.27	2.33	0.40
2	0.45	0.05	96.67	2.73	0.60	7	0.15	0.35	97.33	2.27	0.40
3	0.35	0.15	96.87	2.73	0.40	8	0.10	0.40	97.33	2.27	0.40
4	0.30	0.20	96.87	2.87	0.27	9	0.05	0.45	97.33	2.27	0.40
5	0.25	0.25	97.27	2.47	0.27	10	0	0.50	97.33	2.27	0.40

由图 3 可知,随着几何状态超限权重减小以及车体加速度超限权重增大, II 级线路比重先增大再减小, I 级线路、III 级线路比重先减小再增大,最后都趋于稳定. 对照表 3, I 级和 II 级线路在几何状态超限权重为 0.30, 车体加速度超限权重为 0.20 时存在拐点且百分比变化量达到最大,分别为 0.40% 和 0.14%, 因此认为,几何状态超限与车体加速度超限的权重可按 3:2 进行分配。

事实上超限类权重减少会使 I 级线路比重增加, II 级、III 级线路比重减少, 结合图 3 和表 4 可知, 几何状态超限权重减小能使各级线路的比重变化符

级、III 级线路比重增大, I 级线路比重减小; 当两者权重均为 0.1 时出现拐点, I 级、II 级线路百分比发生突变, 分别改变了 5.4% 和 5.0%, III 级线路变化不大. 理论上, 在其余参数权重不变时, I_{TQI} 或 R_{TQI} 权重的增加会使式(1)中对应扣分项的数值增大, I_{TGCI} 的值减小, 即使线路向扣分多(得分少)的方向变化, 从而可能导致线路质量等级的下降, 即 I 级线路的比重减少, II 级、III 级线路的比重增加, 而两者权重的减少则会得到相反结果. 在 I_{TQI} 的总权重保持 20% 不变时, I_{TQI} 和 R_{TQI} 两者权重之间摄动的趋势是相反的, 且增大或减少的百分比相同, 如表 3 所示, 因此, 两者权重摄动所引起的线路得分及等级划分的趋势也是相反的. 从表 3 和图 2 中可以看到, 随着 I_{TQI} 权重增大, R_{TQI} 权重减小, I 级线路比重在减少, II 级、III 级线路比重在增加, 但 I_{TQI} 权重的增大和 R_{TQI} 权重的减小是分别导致 I 级线路比重的减少和增大的. 由此可见, I_{TQI} 权重变化对线路等级划分的影响比 R_{TQI} 大, 最终使得 I 级线路在其影响下朝着比重减少的方向发展, 且当 I_{TQI} 和 R_{TQI} 权重均为 0.1 时, 出现拐点且百分比变化量达到最大, 此时两者权重之比为 1:1.

2.2 几何状态超限权重的影响

动态检测超限类数据也来源于综合检测车. 10 组不同摄动量计算所得的三类线路等级百分比数据如表 4 和图 3 所示。

合这一规律, 但车体加速度超限权重减小刚好与此相反, 因此认为, 几何状态超限权重变化对线路等级划分的影响比车体加速度超限大。

2.3 晃车仪权重的影响

车载式线路检查仪(又称晃车仪)通过测量机车或动车组车体垂向加速度和横向加速度, 实现线路状况实时监测, 其检查周期短, 能够极大地减少漏检. 添乘仪和人工添乘作业作为辅助手段在精度和检测周期上都与晃车仪检测存在差距, 但为突出人体感觉不良地段的影响, 将其纳入到评价体系。

车载检查类保持总权重为 0.3, 晃车仪权重在 0

到 0.3 范围内摄动,每种不同摄动量下,添乘仪和人工添乘再按上述两小节方法进行摄动,28 组不同摄动量计算所得的三类线路等级百分比数据如图 4 所示。

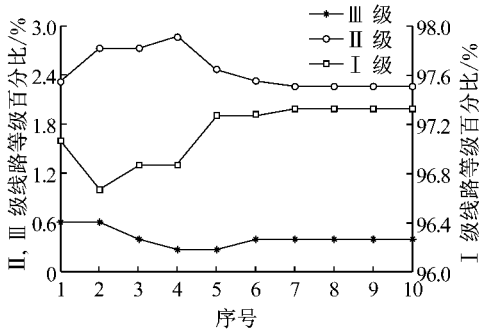


图 3 几何状态超限权重减小,车体加速度超限权重增大时各级线路状况

Fig.3 Trend of line condition of all grades when weight of data overrun of geometrical status decreases and weight of data overrun of acceleration of carbody increases

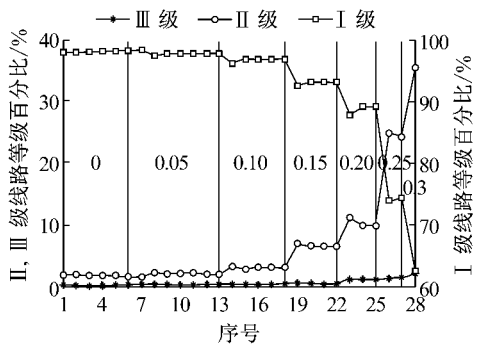


图 4 晃车仪权重增大时各级线路状况

Fig.4 Trend of line condition of all grades when weight of locomotive shaking monitor meter increases

随着晃车仪权重增大, I 级线路比重减少, II 级线路比重增加, III 级线路比重变化不明显;当晃车仪权重小于 0.1 时,无论添乘仪和人工添乘权重如何变化,各级线路比重都无明显改变;当晃车仪权重一定时,添乘仪和人工添乘权重的改变对等级划分影响较小。由此可见,在车载类检查中,晃车仪权重对等级划分的影响较大,添乘仪和人工添乘影响较小;晃车仪权重应不小于 0.1,否则其影响将无法体现。

3 准则层参数权重的敏感性分析

准则层敏感性分析考虑三类参数各自权重变化时,在指标层中各类参数不同权重分配对线路等级划分的影响。分析时指标层中各类参数内部权重比

例和表 1 保持一致,0.05 为摄动量基本单位,各参数最小权重取 0.025。在保证各参数最小权重取值和权重比例不变的情况下,计算各类权重的最大取值,并舍去与前述已计算的权重分配相同的情况,得到 I_{TQI} 类、动检超限类、车载检查类权重摄动范围分别为 0.05~0.40,0.20~0.60,0.15~0.40。

3.1 I_{TQI} 类权重的影响

权重分配时存在只有两类权重变动,也有三类权重都在变动的情况,全部 25 组不同摄动量计算所得的三类线路等级百分比数据如图 5 所示,序号越大,表示 I_{TQI} 类参数所占的总权重越大。

由图 5 可知,随着 I_{TQI} 总权重增大,无论动检超限类和车载检查类权重如何分配,在 I_{TQI} 类权重小于 0.2(序号小于 10)时,各级线路比重变化都很小, I 级线路减少 1.86%, II 级线路增加 1.66%, III 级线路增加 0.20%;当 I_{TQI} 类权重大于 0.2 时, I 级线路比重减小 12.87%, II 级线路比重增大 11.74%, III 级线路比重缓慢增长 1.13%,可见,当 I_{TQI} 类权重不小于 0.2 时,权重变化对线路等级划分的影响才能得以体现,因此, I_{TQI} 类权重应不小于 0.2。

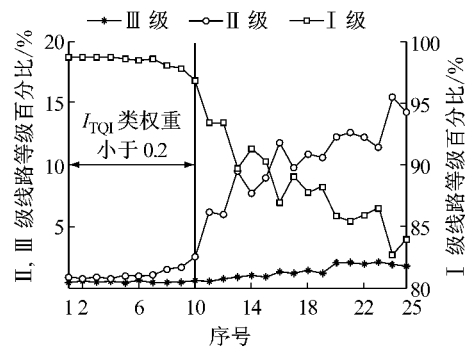


图 5 I_{TQI} 类权重增大时各级线路状况

Fig.5 Trend of line condition of all grades when weight of kind of I_{TQI} increases

3.2 动检超限类权重的影响

20 组权重分配及三类线路等级百分比数据绘于图 6 中,其中序号越大,表示动检超限类参数的总权重越大。随着动检超限类参数权重的增大, I 级线路比重增加 12.46%, II 级线路比重减小 11.00%, III 级线路比重减少 1.47%,并在动检超限类权重为 0.45(序号 14)之后逐渐趋缓,因此动检超限类权重应小于 0.45。

在动检超限类参数权重分别为 0.30(序号 6)和 0.35(序号 10)时, I 级、II 级线路出现明显下降拐点。分析这时的权重分配,发现 I_{TQI} 类权重都相应的有较大增加。可见,在动检超限类参数权重逐渐增大

过程中, I_{TQI} 类参数权重的改变对线路等级划分的影响十分显著,其改变线路等级的能力远大于其他两类参数权重的影响。

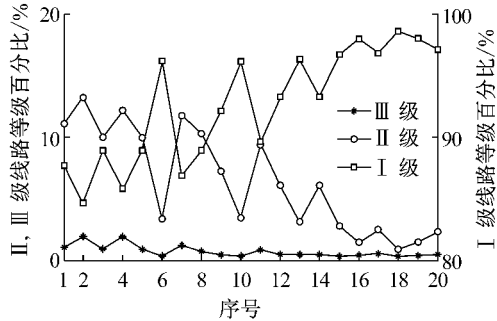


图 6 动检超限类权重增大时各级线路状况

Fig.6 Trend of line condition of all grades when weight of data overrun of dynamic detection increases

3.3 车载检查类权重的影响

14 组权重分配及三类线路等级百分比数据如图 7 所示,其中序号越大,车载检查类权重越大, I 级线路比重由 89.07%增加到 96.33%、II 级线路比重由 9.73%减少到 3.13%、III 级线路比重由 1.20%减少到 0.53%。在车载检查类权重小于 0.3(序号 9)时, I 级、II 级线路比重变化较大,分别改变了 7.8%和 7.2%,而当其权重大于 0.3 时, I 级、II 级线路变化趋于稳定,各级线路分别只变化了 0.54%,0.60%和 0.07%,因此车载检查类权重应小于 0.3。

14 组权重分配中,车载检查类权重分别为0.15, 0.20,0.25,0.30 和 0.40,在其保持不变的各组数据内部,序号越大, I_{TQI} 类总权重越小。由图7可得,

当车载检查类权重小于 0.3,在各组内部,随着 I_{TQI} 类总权重减小, I 级线路比重增大, II 级、III 级线路比重减少,这也说明 I_{TQI} 类权重较动检超限类权重的影响显著。

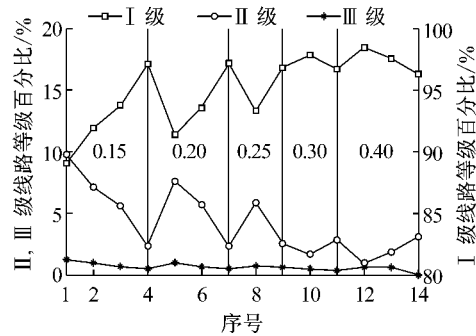


图 7 车载检查类权重增大时各级线路状况

Fig.7 Trend of line condition of all grades when weight of vehicle detection increases

综上, I_{TQI} 类权重变化对线路等级划分影响很大, I_{TQI} 类权重应不小于 0.2;动检超限类权重应不大于 0.45;车载检查类权重应小于 0.3。

4 权重确定及应用

通过应用摄动法对 I_{TQCI} 参数权重的敏感性分析,得到了各项参数权重的合理取值范围,如表 5 所示。

根据表 5 中的权重取值范围对初始权重进行修正,修正前后的权重系数及线路等级百分比如表 6 所示。

表 5 权重系数取值范围

Tab.5 Ranges for weight coefficient

权重取值范围						
I_{TQI} 类		动检超限类		车载检查类		
I_{TQI}	R_{TQI}	几何状态超限	加速度超限	添乘仪	人工添乘	晃车仪
$\geq 0.20(1:1)$		$\leq 0.45(3:2)$		< 0.30 (晃车仪 ≥ 0.10)		

表 6 沪宁城际铁路轨道几何状态综合评价指标权重系数及线路等级百分比

Tab.6 Weight coefficient of track geometry comprehensive index and percentage of different line grades in Shanghai-Nanjing intercity high-speed railway

参数	权重							线路等级百分比/%		
	I_{TQI}	R_{TQI}	几何状态超限	加速度超限	添乘仪数据	人工添乘数据	晃车仪数据	I 级	II 级	III 级
初始值	0.10	0.10	0.40	0.10	0.15	0.10	0.05	96.87	2.53	0.60
修正值	0.15	0.15	0.27	0.18	0.05	0.10	0.10	91.85	7.45	0.70

比较权重修正前后的线路等级百分比可以看出,线路条件最差、单项或多项检测数据超限的 III 级

线路百分比几乎没有变化;线路状态稳定的 I 级线路减少了 5.02%,而状态不稳定、需要周期性修理的

II 级线路增加了 4.92%。

5 结论

本文从线路质量等级管理角度出发,对需要养护维修的区段进行等级划分,基于摄动法对等级划分中轨道几何状态综合评价指标的各参数权重进行敏感性分析,提出了权重的取值范围,并对由修正前后不同权重计算所得的线路等级百分比做了对比分析,主要结论如下:

(1) 指标层参数中, I_{TQI} 权重变化对线路等级划分的影响比 I_{TQI} 变化率大,两者权重之比需按 1:1 分配;几何状态超限的权重敏感性要比车体加速度超限的权重敏感性大,且两者权重之比以 3:2 为宜;晃车仪权重对线路等级划分的影响较大,其权重应不小于 0.1,而添乘仪和人工添乘的影响较小。

(2) 准则层参数中, I_{TQI} 类参数权重对线路等级划分的影响较动检超限类和车载检查类更为显著,且其权重不小于 0.20 时才能体现出权重变化对线路等级划分的影响。动检超限类权重应不大于 0.45,车载检查类权重应小于 0.30。

(3) 增加 I_{TQI} 类、加速度超限和晃车仪数据的权重有利于在养护维修中提高对高速铁路轨道总体平顺性的重视程度,增加对未超限的几何状态和由结构状态恶化产生的加速度超限的关注度,而不是只关注几何状态的超限情况。

随着轨道检测技术和设备的不断完善,可用于评价轨道几何状态的数据逐渐增多,而对于来自不同检测设备、检测周期、单位量纲的数据,尚无广泛使用的理论方法将其融合为一个评价指标;另外,列车动力响应及轮轨间作用也和 I_{TQCI} 指标各参数权重变化以及阈值的确定有关,因此进一步研究上述问题能更好地评价轨道几何状态质量。

参考文献:

- [1] 许玉德,李海峰,戴月辉. 轨道交通工务管理[M]. 上海: 同济大学出版社, 2007.
- [2] 陈宪麦,王澜,陶夏新,等. 我国干线铁路轨道平顺性评判方法的研究[J]. 中国铁道科学, 2008, 29(4): 21.
- [3] 王卫东,刘金朝,梁志明. 综合评价车辆/轨道系统动态特性的广义能量法[J]. 中国铁道科学, 2009, 30(5): 22.
- [4] 李海峰,吴纪才,许玉德. 铁路轨道几何状态评价方法比较[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2005, 33(6): 71.
- [5] Berggren E G, Li M X D, Spännar J. A new approach to the analysis and presentation of vertical track geometry quality and rail roughness [J]. Wear, 2008, 265(9-10): 1488.
- [6] Li M X D, Berggren E G, Berg M. Assessment of vertical track geometry quality based on simulations of dynamic track-vehicle interaction [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2009, 223(2): 131.
- [7] Lubner B. Railway track quality assessment method based on vehicle system identification [J]. Elektrotechnik & Informationstechnik, 2009, 126(5): 180.
- [8] Lubner B, Haigermoser A, Grabner G. Track geometry evaluation method based on vehicle response prediction [J]. Vehicle System Dynamics, 2010, 48(1): 157.
- [9] Javad Sadeghi, Hossein Askarinejad. Development of improved railway track degradation models [J]. Structure and Infrastructure Engineering, 2010, 6(6): 675.
- [10] Javad Sadeghi, Hossein Askarinejad. Development of track condition assessment model based on visual inspection [J]. Structure and Infrastructure Engineering, 2011, 7(12): 895.
- [11] Javad Sadeghi, Hossein Askarinejad. Quality condition assessment and determination of effective maintenance activities in railway slab tracks [J]. International Journal of Pavement Engineering, 2012, 13(1): 1.
- [12] Martin Li, Ingemar Persson, Jan Spännar & Mats Berg. On the use of second-order derivatives of track irregularity for assessing vertical track geometry quality [J]. Vehicle System Dynamics, 2012, 50: 389.
- [13] 仲春艳. 线路质量等级管理方法与实践 [D]. 上海: 同济大学, 2014.
- [14] 解传银. 基于权重模型的滑坡灾害敏感性评价 [J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2011, 42(6): 1772.
- XIE Chuanyin. Landslides hazard susceptibility evaluation based on weighting model [J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2011, 42(6): 1772.
- CHEN Xianmai, WANG Lan, TAO Xiaxin, et al. Study on the judgment method for track regularity of the main railway lines in China [J]. China Railway Science, 2008, 29(4): 21.
- WANG Weidong, LIU Jinzhao, LIANG Zhiming. Generalized energy index for comprehensively evaluating the dynamic characteristics of vehicle/track system [J]. China Railway Science, 2009, 30(5): 22.
- LI Haifeng, WU Jicai, XU Yude. Comparison of railway track geometry status evaluation methods [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2005, 33(6): 71.