

考虑时空约束的地铁乘客出行路径集生成算法

徐瑞华, 李 伟, 朱 炜

(同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804)

摘要: 从时空棱柱的视角出发, 在列车运行图搜索算法的基础上, 通过“O 点正搜、D 点反推, 取时空棱柱交集”的思路确定出行可达区域, 以此构建考虑时空约束的乘客出行路径集生成算法. 以上海轨道交通网络为例进行案例分析. 结果表明, 该算法在正确生成出行路径外还可以搜索特殊的可行路径, 较传统算法更具有实际应用价值.

关键词: 城市轨道交通; 时空棱柱; 列车运行图; 有效路径集

中图分类号: U231+.92

文献标志码: A

Path Set Generation Algorithm for Schedule-based Rail Transit with Constraints of Time and Space

XU Ruihua, LI Wei, ZHU Wei

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering, the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: An algorithm for the valid path set generation of passenger was proposed under both space and time constraints. It was developed on the basis of train trajectory searching algorithm and space-time prism. The train trajectory searching algorithm allowed us to obtain passenger's travel trajectories. Within the method of space-time prism, these trajectories could form an accessible region searching from origin and a passing region searching from destination. A set of valid paths was then generated from the intersection of the two regions. Finally, Shanghai Metro Network was taken as an example to illustrate the correctness and effectiveness of the algorithm. The results show that the proposed algorithm generated new valid paths and delete invalid paths in comparison with conventional methods.

Key words: urban rail transit; space-time prism; train working diagram; valid path set

城市轨道交通网络是由“固定性”的网络拓扑结构图和“动态性”的列车运行图共同构成, 乘客通过城市轨道交通方式出行的过程不仅具有空间特性还具有一定的时间特性, 体现在乘客的出行路径会随着出行时间的不同而发生变化. 首先, 对于运营者而言, 目前的客流分配与客流分布方法没有考虑乘客出行路径随时间的改变, 客流分配中会将部分客流分配到列车延误或停运的区段, 还可能忽略某些实际可行的特殊路径, 从而造成网络客流分配结果失准, 这种情况较常发生在延误、高峰或者运营即将结束之际. 其次, 对于乘客而言, 未考虑出行时间的路径信息可能导致出行路径的不衔接, 使得乘客无法在计划时间内到达目的地, 特别是在末班车衔接上, 乘客在起始站购票成功却无法赶上后续线路的末班车, 造成经换乘无法抵达目的车站的尴尬情况^[1]. 因此, 在城市轨道交通乘客出行路径生成的研究中考虑时间约束非常重要.

传统的城市轨道交通乘客出行路径生成算法多是基于最短路算法、深度搜索算法和 K 短路算法^[2-4], 该类路径算法仅考虑了城市轨道交通的“固定性”特征, 而忽略了时间上的“动态性”. 随后, 结合轨道交通的运营特性, 考虑“动态性”的基于列车运行计划 (schedule-based) 模型的路径生成算法^[5-6] 被提出, 该算法被广泛应用于交通流分配. Friedrich 等^[7] 在此基础上提出分支定界法, 使交通流分配的出行路径不只局限于最短路. Xu 等^[8] 在考虑时间约束的条件下给出两阶段标号 K 短路搜索算法, 列出可行路径, 赋以时间约束并排序得 K 短路. Zhou 等^[9] 利用票卡进出站时间对所有乘客可行路径校核并删减, 从而获得乘客的合理出行路径集. 但上述几种算法在路径集生成上受限于轨道交通网络结构的复杂程度, 如算法中枚举路径数太多会影响算法效

收稿日期: 2014-10-24

基金项目: 国家自然科学基金(16002340070)

第一作者: 徐瑞华(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为交通运输规划与管理. E-mail: rhxu@tongji.edu.cn

通讯作者: 朱 炜(1982—), 男, 工学博士, 主要研究方向为交通运输规划与管理. E-mail: zhuweimail@163.com

率,而枚举路径数太少则可能漏掉可行路径。

由此,本文区别于枚举路径方法,从时空地理学概念出发求解乘客的有效出行路径集,构建兼具城市轨道交通“固定性”网络拓扑结构图和“动态性”列车运行图特征的时空棱柱,用以形象化描述乘客的出行区域.在此基础上,提出基于列车运行图搜索算法,以“O点正搜、D点反推,取时空棱柱交集”为思路建立乘客出行路径生成算法,确定满足时空约束的城市轨道交通出行路径集。

1 时空地理学理论介绍与分析

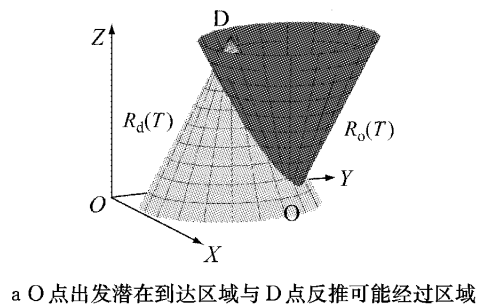
时空地理学概念由 Hägerstrand^[10]于 19 世纪 70 年代首次提出,主要包含时空路径和时空棱柱的两种定义.将空间压缩为二维平面,时间作为第三维度,则时空路径表示人在时空中的物理运动轨迹,可以用于按时间序列描述个体行为并记录下活动的时空特征.时空棱柱表示人在一定时空约束条件下活动的可能范围,并能直观表现个体在何时何地的可达性^[11]. Miller^[12]将时空棱柱的概念融合到地理信息系统(GIS)中,并提出了潜在到达区域(PPA),在此基础上,Kwan 等^[13]利用潜在到达区域概念得到约束条件下的可达目的地集合.而后时空棱柱被逐渐应用于交通领域研究,Neutens 等^[14]提出了一个结合传统时空棱柱和网络结构的混合模型(NBSTP),该模型不仅具有棱柱的三维属性还融合了路网结构.胡继华等^[15]采用时空棱柱方法结合 GIS 用以计算交通可达的等时线,并将其运用到公交网络中。

作为时空地理学的核心内容,时空棱柱表示了人在一定时空约束下的活动范围,将其引申到城市轨道交通出行中,能够形成具有轨道交通网络结构的三维棱柱,可以表示乘客通过城市轨道出行在计划时间内可到达的站点.同时考虑到乘客在网络上依靠列车运动,其可达区域还受限于列车运行时分和停站时分,因此从时空三维角度来看,该可达区域呈现立体锥形.由此以 X,Y 为空间二维平面,以 Z 为第三维度时间轴,提出基于时空棱柱生成出行路径的基本思路^[16]:对于一个乘客而言,起点 O 点、终点 D 点和出行时间 T 规定了他出行的时空棱柱,首先乘客从起点 O 点出发,在指定时间内他的潜在到达区域为 $R_o(T)$ (见图 1a),其次从终点 D 点反推,由于乘客不能晚于规定时间到达 D 站,他的活动范

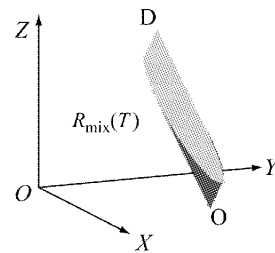
围不能超出可能经过区域 $R_d(T)$ (见图 1a).考虑到乘客的出行受制于上述两种区域,乘客的限制活动时空范围为两者的交集(见图 1b),即

$$R_{mix}(T) = R_o(T) \cap R_d(T)$$

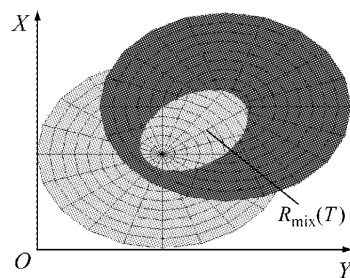
图 1 中深灰色部分表示 $R_o(T)$,浅灰色部分表示 $R_d(T)$,两者交集区域表示 $R_{mix}(T)$.事实上, $R_{mix}(T)$ 对应于传统时空地理学的潜在到达区域,如图 1c 中间灰色部分.该潜在到达区域在每个时间点上能够也应该反映城市轨道交通网络的特性,以及乘客的空间走行轨迹(见图 1d),由此乘客从 O 点到达 D 点能够经过的路径集合可以从图 1d 中得出。



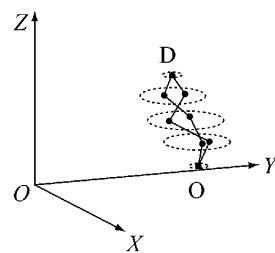
a O 点出发潜在到达区域与 D 点反推可能经过区域



b 乘客活动交集



c 乘客活动潜在区域



d 乘客能够选择的出发路径

图 1 城市轨道交通背景下的时空棱柱

Fig.1 Space-time prism in urban rail transit

2 基于时空地理学的城市轨道交通出行路径生成算法

2.1 列车运行图定义与搜索算法

乘客出行路径具有时空特性,在介绍路径生成算法前,需要先对城市轨道交通运行图进行简要定义.列车运行图是列车运行时间与空间关系的图解,其记录的最主要信息是列车到达各车站的到点和发点^[16].设城市轨道交通的线路集合 $L = \{1, 2, \dots, l, \dots, N\}$,线路 l 上的车站可用 $S_{l,i}$ 表示,其代表线路 l 上的 i 车站,用 $S_{l,i}^{(j)}(A_{l,i}^{(j)}, D_{l,i}^{(j)})$ 表示车站 $S_{l,i}$ 上列车 j 的到达时刻 $A_{l,i}^{(j)}$ 和发车时刻 $D_{l,i}^{(j)}$,则列车 j 的运行线可表示为 $\{ \forall i \in l \mid S_{l,i}^{(j)}(A_{l,i}^{(j)}, D_{l,i}^{(j)}) \}$.对所有线路、车站和列车有 $W = \{ \forall l, i, j \mid S_{l,i}^{(j)}(A_{l,i}^{(j)}, D_{l,i}^{(j)}) \}$ 表示轨道交通网络运行图.

乘客所乘坐的列车可通过列车运行图搜索算法(TSA)求出,TSA 描述如下(如图 2 所示):当前时刻 t 下,假设乘客处于网络上的起始站或换乘站 $S_{l,i}$ 站,搜索线路 l 上的所有列车,当列车 j 满足如下发车时刻条件:

$$D_{l,i}^{(j-1)} \leq t \leq D_{l,i}^{(j)}$$

则表明列车 j 在时刻 t 或之后停于 $S_{l,i}$ 站,乘客可以选择列车 j 或后续列车以到达目的站或中途换乘站(假定为车站 $S_{l,i'}$ 站),根据列车运行线信息可得乘客到达车站 $S_{l,i'}$ 站的时间为 $A_{l,i'}^{(j)}$.

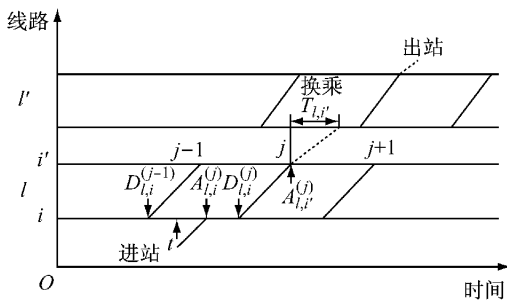


图 2 列车运行图搜索算法示意图

Fig.2 Illustration of train trajectory searching algorithm

若车站 $S_{l,i'}$ 为乘客的出行目的站,则本路径终止.若车站 $S_{l,i'}$ 为乘客出行路径中的换乘站,则还需要加上乘客在此站的换乘走行时间 $T_{l,i'}$ (由于每位乘客的换乘走行时间存在差异,本文在处理时统一按最短换乘时间计),然后乘客以新的出发时刻

$$t = A_{l,i'}^{(j)} + T_{l,i'}$$

换入其他线路继续出行,按照上述规则继续 TSA 算

法递归.终止条件是判断以下任一情况发生:乘客到达路径目的地、计划出行时间到达、存在回路、到达该列车运行线的终点.若终止则完成搜索并记录.

2.2 基于时空棱柱的乘客出行路径生成算法

如前文所述,乘客的出行路径同时受限于“固定性”的路网拓扑结构图和“动态性”的列车运行图,应用第 1 节中提及的时空棱柱思想和第 2.1 节中提出的 TSA 算法,能够确定乘客在时间和空间约束下的出行路径.但是由于城市轨道交通网络车站数量庞大,直接搜索乘客的可达区域计算复杂,算法复杂度较高,不利于实际应用.注意到理性乘客当且仅当在换乘站进行换乘,那么乘客的潜在可达区域可缩小至换乘站,令乘客的“O 正搜、D 反推”可达区域在换乘站进行衔接,这样能够有效提升算法效率.由此,假设乘客从起点 O 站到终点 D 站,出发时刻为 t_s ,计划到达时刻为 t_e ,提出乘客的出行路径生成算法如下所示:

步骤 1 从起点 O 站出发,按开始时刻 t_s ,正向搜索列车运行图,调用第 2.1 节中的 TSA 算法,可以获得到结束时刻之前乘客的所有换乘可达区域,记为 r_o .

步骤 2 从终点 D 点倒推,按结束时刻 t_e ,反向倒推列车运行图(同 TSA 算法相反,按运行图反向搜索),调用反 TSA 算法,搜索到开始时刻之后的所有换乘经过区域,记为 r_D .

步骤 3 对于 r_o 中所有路径 p_o ,统计从 O 站出发能够到达所有可能换乘站的最早时刻,对于 r_D 中所有路径 p_D ,统计从 D 站回退能够经过所有可能换乘站的最晚时刻.

步骤 4 对于所有既存在于 p_o 又存在于 p_D 中的换乘站 $S_{l,i}$,如果车站 $S_{l,i}$ 在 p_o 中的到达时刻加上乘客在此站的换乘走行时间小于在 p_D 中的离开时刻,则说明乘客可以选择此路径从 O 站到 D 站在规定时间内出行.遍历之后可得乘客的有效出行路径集.

值得说明的是,算法中可以规定出行时间最大阈值,超过该时间阈值的出行路径认为乘客选择的可能性为零,剔除该路径,否则在时间约束充裕条件下可能获得很多条路径.该最大阈值可通过实际轨道交通调查数据拟合得到.

3 算例分析

以上海轨道交通网络为例,对本文提出的基于

时空棱柱的乘客出行路径生成算法进行说明,主要从以下两个方面讨论:对常规时间约束下的乘客出行路径生成算法与基于列车运行图的路径生成算法进行比较,说明本文算法的正确性;特殊时间约束下的案例说明本文算法除可剔除无法选择的非可行路径外,还能够生成一些被传统算法认为不合理但实际可行的新路径,用以说明本文算法较传统算法的改进.

3.1 常规时间约束下乘客出行路径

通过自动售检票系统(AFC)记录的票卡数据,某乘客在某一工作日于 19:48:06 从 2 号线金科路站(车站代码 0254)进站,后于 20:42:54 从 8 号线黄兴路站(车站代码 0844)出站,总共耗费时间 55 min,该乘客出行时间较充裕,以该乘客为例说明本文算法的应用过程.假设乘客的进出站行走时间均为 3 min.

从起始站 0254(O 站)出发,按开始时刻 19:48:06 正向搜索列车运行图,可得在结束时刻之前乘客的换乘可达区域,如图 3a 所示.然后从终点站 0844(D 站)倒推,按时间 20:42:54 反向搜索运行图,可

得在开始时刻之后乘客的换乘经过区域,如图 3b 所示.对上述两区域取交集,如图 3c 所示,图中深色部分表示换乘可达区域与换乘经过区域的交集.交集即为乘客的可行路径集,如图 3d 所示,共有三条路径,如下所示:

路径 1: #2(0254)@1952—#4(0417)@2011—#10(1059)@2025—#8(0841)@2033,理论花费时间 42 min.

路径 2: #2(0254)@1952—#10(1056)@2018—#8(0841)@2035,理论花费时间 44 min.

路径 3: #2(0254)@1952—#8(0835)@2019,理论花费时间 48 min.

代码 #2(0254)@1952 是指乘客选择 2 号线,于起始站(或换乘站)0254,在 19:52:00 乘坐上 2 号线列车,路径经换乘最终到达目的站(本文为 0844,未标注于路径结尾).理论花费时间是指乘客在图定区间运行时分及最短换乘时间约束下的路径旅行时间,不包括进出站时间,以下均同.

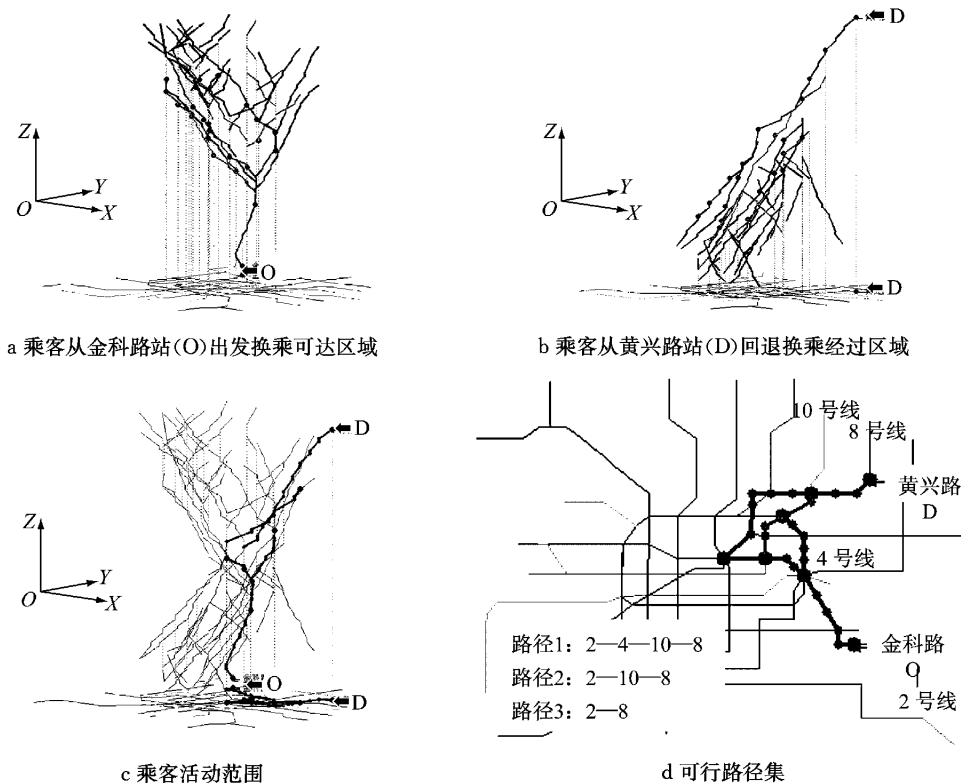


图 3 充裕时间约束下乘客有效出行路径

Fig.3 Valid paths generated by proposed method with ample time budget

本文以基于运行图的时间校核 K 短路算法作为对比(本文取 K=3,详细算法见文献[9]),基本思路是首先通过 K 短路算法求解候选路径,然后各条

路径通过进站和出站时间进行校验,判断路径全程是否有列车衔接,从而确定该路径是否可行.基于运行图的时间校核 K 短路算法得出的出行路径集如

表 1 所示,运行图校验结果显示共有三条路径可供选择.通过对比表 1 与图 3 得出的出行路径集,可知本文提出算法与基于运行图算法所得路径吻合,能够说明本文算法可以正确求解乘客在给定时间约束下的可行出行路径集.

表 1 充裕时间约束下时间校核 K 短路算法出行路径

Tab.1 Valid paths generated by schedule-based K shortest path algorithm with ample time budget

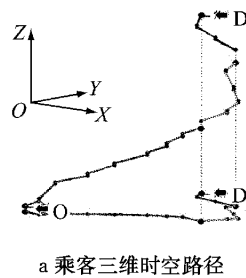
路径	起始站	终点站	进站时刻	出站时刻	经过线路	花费时间/min	是否可行
1	0254	0844	19:48:06	20:42:54	2—4—10—8	42	是
2	0254	0844	19:48:06	20:42:54	2—10—8	44	是
3	0254	0844	19:48:06	20:42:54	2—8	48	是

但是大多数乘客的出行时间并不充裕,在时间的限制下仅有唯一路径.考虑时间限制约束下的出行路径情况,根据 AFC 系统记录的票卡数据,另有一乘客于 07:44:46 从 0254 进站,08:35:05 从 0844 出站,总花费时间 51 min.利用本文算法求解得出的

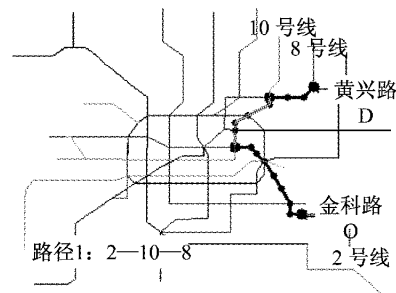
乘客可行路径集如图 4 所示,其中只有一条可行路径,如下所示:

路径 1: #2(0254)@0749—#10(1056)@0812—#8(0841)@0826,理论花费时间 42 min.

同时基于运行图的时间校核 K 短路算法所得结果如表 2 所示,校验结果显示路径 1(2—4—10—8)和路径 3(2—8)不可行,原因在于搜索列车运行图后发现,路径中由于换乘站不同换乘线路的时间差异,列车不衔接,需要较长的候车时间,导致在给定时间约束下乘客无法通过该路径出行.与表 2 的对比结果表明,本文提出算法能够对列车运行计划导致的列车不衔接问题予以准确考虑,证明了本文提出的算法在考虑时空约束条件下的正确性.该方法可用于检验城市轨道交通网络上大多数乘客的出行路径(以上海轨道交通网络为例进行测算,测算数据日期选取工作日 2013 年 9 月 16 日,当日总 OD 客流量 473 万条,能够检验出单一路径的客流量 347 万条,占比 73.3%).



a 乘客三维时空路径



b 可行路径集

图 4 时间限制约束下乘客有效出行路径

Fig.4 Valid path generated by proposed method with insufficient time budget

表 2 时间限制约束下时间校核 K 短路算法出行路径

Tab.2 Valid paths generated by schedule-based K shortest path algorithm with insufficient time budget

路径	起始站	终点站	进站时刻	出站时刻	经过线路	花费时间/min	是否可行
1	0254	0844	07:44:46	08:35:05	2—4—10—8	44	否
2	0254	0844	07:44:46	08:35:05	2—10—8	42	是
3	0254	0844	07:44:46	08:35:05	2—8	51	否

3.2 特殊时间约束下乘客出行路径

本案例将讨论特殊时间约束(末班车)下乘客出行路径的确定.假设某乘客于 22:15:00 从 0254 站到 0844 站,时间接近轨道交通运营结束时间,可能会存在无法赶上末班车的情况.从开始时刻 22:15:00 正向搜索列车运行图,从轨道交通运营结束时间反推

列车运行图,可得三条可行路径(见图 5),如下所示:

路径 1: #2(0254)@2218—#8(0835)@2256,预计花费时间 49 min.

路径 2: #2(0254)@2218—#4(0417)@2234—#3(0324)@2251—#8(0839)@2305,预计花费时间 54 min.

路径 3: #2(0254)@2218—#9(0942)@2232—#8(0832)@2248,预计花费时间 58 min.

基于运行图的时间校核 K 短路算法所得结果如表 3 所示,路径 1(2—4—10—8)和路径 2(2—10—8)在本案例中不可行,搜索列车运行图后发现主要原因在于 10 号线的运营停止时间较早,乘客无法在各站末班车时间前到达换乘站并完成换乘.对比两种算法结果得知,除删除不可行的路径外,本文算法还能够搜索出其他可行路径,这些路径由于花费时

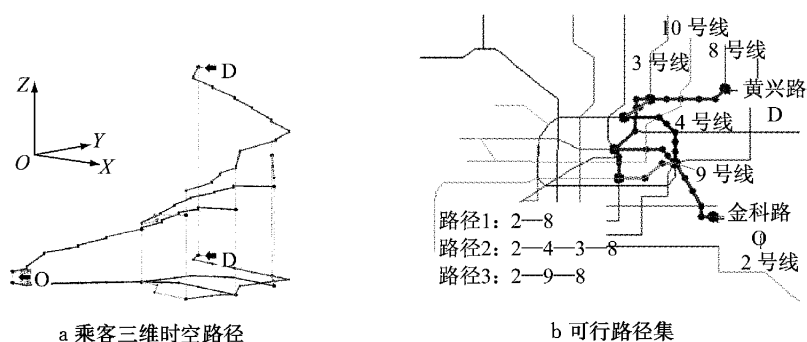


图 5 末班车乘客出行路径

Fig. 5 Valid paths generated by proposed method with last train period

表 3 特殊时间约束下时间校核 K 短路算法出行路径Tab. 3 Valid paths generated by schedule-based K shortest path algorithm with last train period

路径	起始站	终点站	进站时刻	出站	经过线路	花费时间/min	是否可行
1	0254	0844	22:15:00	—	2—4—10—8	—	否
2	0254	0844	22:15:00	—	2—10—8	—	否
3	0254	0844	22:15:00	—	2—8	49	是

间长而在 K 短路算法中被认为绕道不合理,因此路径被剔除,但是乘客在末班车情况下仍然可以选择该条路径出行到达目的地。

当然, K 短路算法可以通过提高路径阈值来增加更多可选路径,但是这会大大降低 K 短路算法的计算效率。从算法时间复杂度来看, K 短路算法常用的是候选删除边法。设要寻找 K 条最短路, m 为路径的边数上限, n 为网络换乘站数,则其复杂度为 $O(Kmn \log n)$,而后基于运行图的时间校核,设 P 为在换乘站给定时间约束下要搜索列车运行线的上限, Q 为路径中的换乘次数上限,其复杂度为 $O(KPQ)$,因此基于运行图的时间校核 K 短路算法的时间复杂度为 $O(Kmn \log n) + O(KPQ)$ 。本文提出的算法中,最坏情况为需要搜索到所有换乘站 n ,并校验所有换乘站,则时间复杂度为 $O(nPQ)$ 。对比可知,在列车运行图不变的条件下,随着 n 的增加,本文提出的算法较时间校核 K 短路算法增长速度要慢,也就是说对于庞大复杂的轨道交通网络而言,本文提出算法计算效率更高。

综上,本文提出的路径生成算法除考虑时间约束对乘客出行路径的限制,剔除不可行路径外,还可以生成特殊时间约束下的新出行路径,能够为乘客出行规划、轨道交通客流分配等提供建议,较基于运行图的时间校核 K 短路算法更具有实际意义。

4 结语

时空棱柱思想能够很好地体现乘客交通出行中

的空间性和时间性,尤其是对同时具有网络拓扑图和列车运行图的城市轨道交通出行方式而言。本文首先构建了具有轨道交通网络结构的时空棱柱,随后提出一种新的乘客出行路径集生成算法,该算法可以获得给定起终点和出行时间约束条件下的乘客出行路径集。案例分析结果表明:该算法能够生成与传统算法相同的路径结果,一定程度上证明了算法的正确性;生成正确路径之外,还能够考虑额外可行路径,较传统算法有所改进;该算法在时间复杂度上更低,对于日渐庞大复杂的轨道交通网络更具有实际应用价值。本文提出的方法能够为城市轨道交通客流分配模型提供研究基础,还能够为乘客的轨道交通出行规划提供一定的参考依据。

参考文献:

- [1] 罗钦,徐瑞华,江志彬,等.基于运行图的轨道交通网络动态可达性研究[J].同济大学学报:自然科学版,2010,38(1):72. LUO Qin, XU Ruihua, JIANG Zhibin, et al. Dynamic accessibility of urban mass transit network based on train diagram[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2010, 38(1): 72.
- [2] Eppstein D. Finding the k shortest paths[J]. SIAM Journal on Computing, 1998, 28(2): 652.
- [3] Hadjiconstantinou E, Christofides N. An efficient implementation of an algorithm for finding K shortest simple paths[J]. Networks, 1999, 34(2): 88.
- [4] Van Der Zijpp N J, Fiorenzo Catalano S. Path enumeration by finding the constrained K -shortest paths[J]. Transportation Research, Part B: Methodological, 2005, 39(6): 545.
- [5] Tong C O, Wong S C. A stochastic transit assignment model using a dynamic schedule-based network[J]. Transportation Research, Part B: Methodological, 1999, 33(2): 107.
- [6] Huang R, Peng Z R. Schedule-based path-finding algorithms for transit trip-planning systems[J]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2002, 1783(1): 142.

(下转第 1222 页)