

# 基于感知的公交调度发车频率和车型优化模型

杨熙宇, 暨育雄, 张红军

(同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 200092)

**摘要:** 基于乘客感知的公交客流需求特征, 研究了公交发车频率和公交车型的调度决策问题. 针对单线独立运营模式的特征分别建立了基于最大感知和平均感知的公交调度优化模型, 并设计算法. 最后结合 2014 年江苏省江阴市 K1 路公交客流给出了优化算例. 案例结果表明, 模型具有较强的实用性, 能有效地降低公交运营总成本并提高公交运营效率.

**关键词:** 交通规划; 公交感知; 发车频率; 公交车型

**中图分类号:** U491

**文献标志码:** A

## Bus Service Frequency and Bus Size Optimization Model Considering Passengers' Perception

YANG Xiuyu, JI Yuxiong, ZHANG Hongjun

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Based on the urban transportation demand, this paper studied the dispatching problem of bus service frequency and bus size associated with urban transit to transport passengers. For the operation characteristics of dedicated-line, optimization models of maximum passengers' perception utility dispatching and average passengers' perception utility dispatching were developed respectively with the algorithms provided. An application of the models to the case of K1 bus line in Jiangyin shows that the optimization models are practical and effective for reducing the cost of bus transit operation and improving the operating efficiency of bus transit system.

**Key words:** public transit; passengers' perception; frequency; bus size

低、负载率高和串车现象严重等问题. 车速低主要由于城市交通拥挤, 机非混行现象较为突出. 车辆调度管理措施缺乏针对性则是造成负载率高的重要原因. 根据客流需求确定公交发车频率和车型可提高公交服务的有效性, 从而改善公交的服务质量, 增强公交对城市居民出行的吸引力. 同时, 公交调度方案的制订还必须考虑公交的综合运营成本, 一方面考虑公交自身的运营成本, 另一方面还应考虑公交服务成本即乘客对公交提供服务的感知反馈成本. 因此建立以公交感知服务水平和运营成本总体最优为目标的发车频率优化模型, 获取合理的发车频率和公交车型是优化公交调度方案, 实现科学调度的关键工作之一.

公交发车频率优化模型的研究最早可追溯到 1980 年, Jansson 等<sup>[1]</sup>将研究的重点集中在车头时距, 并增加公交车型作为模型重要的输出参数之一, 并在后续的研究中, 采用不同的方法和模型算法来求解最优解<sup>[2-6]</sup>. 此外, 大量的研究利用双层模型优化发车频率和车头时距<sup>[7-10]</sup>. 2010 年, Yu 等<sup>[7]</sup>应用遗传算法求解公交网络的发车频率和车头时距优化模型, Yang 等<sup>[9]</sup>将这种双层模型的适用性推广到混合网络中, 并证明了其适用性和有效性.

直到近些年来, 研究的热点才逐渐由公交服务主体导向转变为公交服务客体导向, 模型中更加着重考虑公交乘客的成本. 2008 年, Sergio 等<sup>[11]</sup>通过对集计模型和非集计模型的区分, 对一条公交线路划分成三种不同模式, 并应用线路 OD(起讫)点计算出不同模式下的优化指标, 结果表明对于乘客在公交上的出行时间成本考虑得越细, 对于发车频率要求越高. 2012 年, Olio 等<sup>[12]</sup>利用固定和已知的出行 OD, 应用模型优化求解最优发车频率和公交车型.

就公交调度优化的方法而言, 从国内外的研究现状来看, 主要存在如下问题: 首先, 考虑乘客感知

改善公共交通服务质量是提高公交吸引力的重要措施. 目前, 我国公共交通运行主要存在运行速度

收稿日期: 2014-11-03

基金项目: 国家自然科学基金(712111013); 中央高校基本科研业务费专项资金(1600219210)

第一作者: 杨熙宇(1982—), 男, 博士生, 主要研究方向为交通运输规划与管理. E-mail: yangxiyu001@163.com

通讯作者: 暨育雄(1978—), 男, 副教授, 工学博士, 主要研究方向为公交管理与控制, 交通统计分析. E-mail: yxji@tongji.edu.cn

的研究为数不多;其次,对于利用 OD 优化发车频率的模型缺乏对模型的深入探讨;再者,对于乘客的感知研究不足,把乘客出行感知简单地等同于各段行程的叠加,忽略了乘客对于整条路径出行的感知才是最终感知形成的重要因素。

基于以上的考虑,本文提出在 OD 需求条件下基于乘客感知的发车频率和车型调度问题.以实际的公交线路为现实背景,分析乘客感知的特征,解析发车调度的机理,建立实用模型和算法。

## 1 基于感知的公交调度问题

### 1.1 问题描述

乘客对公交服务的感知是体现公交运营“以人为本”的重要指标之一.公交服务感知成本量化过程是指乘客对公交出行中的服务凭借个体客观感受,量化为时间成本的过程.近年来研究标明,乘客出行感知成本函数并非是线性分段叠加的,而是与整个出行路径上感知成本成某种函数关系<sup>[13-14]</sup>,并提出路径最大感知度和最小厌恶度的组合模型,有效地提高了模型计算的精度。

由此定位,本文研究的是如何有效地在公交调

度优化模型中融入乘客对公交服务的感知成本.为简化叙述起见,将乘客上车点定义为出行的起点 O 点,乘客下车点定义为终点 D 点,OD 出行叠加到公交线路,每个出行者在出行过程中都形成一个出行路径.因此,OD 出行路径是能够反映每个出行者的重要指标之一,本文将研究 OD 出行路径上每个出行者的感知函数对于整个发车频率和车型优化模型的影响。

### 1.2 建模环境

为了更好地研究问题,用数学语言对该问题进行描述:设公交车发车频率为  $f$ (班次·h<sup>-1</sup>);每辆公交车的座位数(车型)为  $s$ ;运营成本转换为总成本系数为  $\delta_1$ ;运营成本参数为  $a$  和  $b$ ;公交线路长度为  $l$ ;等候成本转换为总成本系数为  $\delta_2$ ;等候成本参数为  $c$ ;起点为  $i$  终点为  $j$  的 OD 对为  $x_{ij}$ ;车内时间成本转换为总成本系数为  $\delta_3$ ;拥挤度参数为  $\alpha$  和  $\beta$ ;完全不拥挤情况下的效用值为  $\gamma_{tot}$ ;路径最大时间加权载客人数为  $Y_{ma}$ ;路径平均时间加权载客人数为  $Y_{av}$ ;公交站点  $i$  上客人数为  $\lambda^{i+}$ ;公交站点  $i$  下客人数为  $\lambda^{i-}$ ;公交站点  $i$  和公交站点  $i+1$  之间路段公交车内乘客数量  $y_{i,i+1}$  等于  $y_{i-1,i} + \lambda^{i+} - \lambda^{i-}$ .公交线路示意图见图 1。

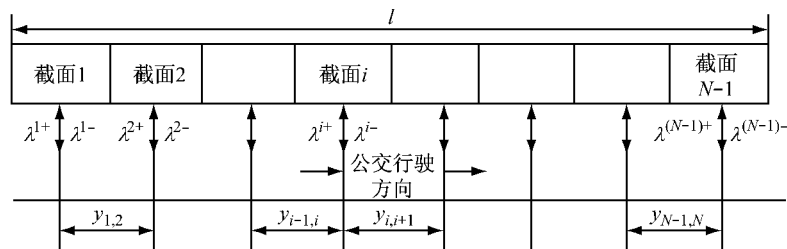


图 1 公交线路示意图

Fig.1 Schematic diagram of bus line

### 1.3 目标的选取

本次研究目标采用公交车辆本线调度运行模式,本线调度模式采用独立调度策略,车辆资源调度仅面向指定线路的客运运输任务,在线路客流需求确定的情况下,其总成本的控制主要通过优化发车频率和车型来调整。

以往在关于独立调度的研究中<sup>[6-11]</sup>,大多以总成本最小为优化目标建立调度模型.本文在以往研究的基础上考虑出行路径对公交感知的影响,建立以最小总成本为优化目标的公交发车频率和车型调度优化模型.本文对于建模做如下的假设:

- (1)线路运营完全独立,不受相邻线路的影响.
- (2)服务需求独立于发车频率和车型.

(3)乘客服务服从“先到先服务”的原则,即先到达车站的乘客先上车。

(4)站间区间内车辆运行速度为恒定值,且途中无特殊事件发生。

(5)研究时段内车辆发车间隔不变,各公交站点均相同。

(6)乘客对公交服务的感知受乘客所处状态(座位、站立或拥挤程度)和乘坐公交的时长有关。

## 2 模型建立

### 2.1 目标函数

模型的建立兼顾公交运营成本和公交服务(包

括候车等候和车内感知),规划目标为公交自身的运营成本、乘客候车时间成本和车内感知时间成本总和最小.

(1)单位时间内的公交运营成本  $T_1$  与车型大小、公交线路长度和发车频率等成如下函数关系<sup>[1]</sup>:

$$T_1 = \delta_1(a + bs)lf \quad (1)$$

式中:  $s=1, \dots, n$ .

(2)单位时间乘客候车成本  $T_2$ . 假设公交车辆到达公交站点服从泊松分布,候车成本与发车频率成反比,和站点上车人数成正比.

$$T_2 = \delta_2 \frac{c}{2f} \sum_i \lambda^{i+} \quad (2)$$

式中:  $c \in (0, 1]$

(3)单位时间车内感知成本  $T_3$  为

$$T_3 = \delta_3 \sum_{i=1}^m y_{i,i+1} \gamma_{tot} F(x) \quad (3)$$

式中:  $F(x)$  为公交感知函数,  $x$  为某一时刻车内的乘客数量,  $x=1, \dots, n$ .

公交车内拥挤度(车内乘客数量与公交车容量的比值)是评价乘客对于公交服务感知的重要指标,文献[13]通过相关数据回归分析,指出公交感知值与车内拥挤度成幂函数关联形式,基于此将公交感知函数定义为

$$F(x) = 1 + \alpha \left( \frac{x}{\rho} \right)^\beta \quad (4)$$

式中:  $\rho$  为公交车容量,  $\rho=1, \dots, n$ ;  $\alpha$  和  $\beta$  为拥挤度参数.

对于不同的拥挤度参数  $\alpha (\alpha \in (0, 1])$  和  $\beta (\beta \in [1, \infty))$ ,  $F(x)$  的变化如图 2 所示. 通过对比可以看出,  $\alpha$  越大,  $\frac{x}{\rho}$  在区间  $(0, 0.5)$  时, 函数值上升较快,

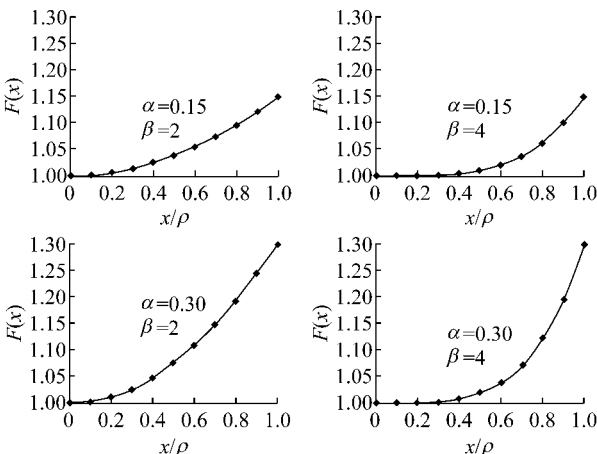


图 2 不同  $\alpha$  和  $\beta$  组合下的  $F(x)$

Fig. 2  $F(x)$  at different  $\alpha$  and  $\beta$  combinations

$\beta$  越大,  $\frac{x}{\rho}$  在区间  $(0.5, 1)$  时, 函数值上升较快.

本文假设公交服务感知可能存在以下 3 种模式: ① 出行感知可以分段叠加, 与出行路径无关; ② 出行感知与路径中最大感知有关; ③ 出行感知与出行中平均感知有关. 由此获得 3 种公交线路发车频率和车型优化模型如下.

模型 1: 不考虑出行路径对感知影响的模型为

$$\min G(f, s) = \left\{ \delta_1(a + bs)lf + \delta_2 \frac{c}{2f} \sum_i \lambda^{i+} + \delta_3 \sum_{i=1}^m y_{i,i+1} \gamma_{tot} \left[ 1 + \alpha \left( \frac{y_{i,i+1}}{\epsilon_1 s + \epsilon_2} \right)^\beta \right] \right\} \quad (5)$$

式中:  $\epsilon_1, \epsilon_2$  分别为公交车容量系数.

模型 2: 考虑 OD 路径中最大感知的影响, 优化频率模型为

$$\min G(f, s) = \left\{ \delta_1(a + bs)lf + \delta_2 \frac{c}{2f} \sum_i \lambda^{i+} + \delta_3 \sum_{i,j} x_{ij} \gamma_{tot} \left[ 1 + \alpha \left( \frac{Y_{ma}}{\epsilon_1 s + \epsilon_2} \right)^\beta \right] \right\} \quad (6)$$

$$Y_{ma} = \max \left\{ \frac{y_{1,2} t_{1,2}}{\sum_{i=1}^n t_{i,i+1}}, \dots, \frac{y_{i,i+1} t_{i,i+1}}{\sum_{i=1}^n t_{i,i+1}} \right\} \quad (7)$$

式中:  $\sum_{i=1}^n t_{i,i+1}$  为公交车辆单程时间总和.

模型 3: 考虑 OD 路径中平均感知的影响, 优化频率模型描述为

$$\min G(f, s) = \left\{ \delta_1(a + bs)lf + \delta_2 \frac{c}{2f} \sum_i \lambda^{i+} + \delta_3 \sum_{i,j} x_{ij} \gamma_{tot} \left[ 1 + \alpha \left( \frac{Y_{av}}{\epsilon_1 s + \epsilon_2} \right)^\beta \right] \right\} \quad (8)$$

$$Y_{av} = \frac{\sum_i y_{i,i+1} t_{i,i+1}}{\sum_{i=1}^n t_{i,i+1}} \quad (9)$$

## 2.2 约束条件

上述 3 个模型中变量存在如下的约束条件

$$\text{s. t. } \begin{cases} s \geq 0 \\ f \geq 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$y_{i,i+1} = y_{i-1,i} + \lambda^{i+} - \lambda^i$$

## 2.3 优化算法

本文通过考虑公交服务感知, 建立了不同情况下式(5), (6)和(8)这 3 种模型, 经检验, 这 3 个模型均为凸函数. 因此, 模型的求解变得相对容易, 仅需求出各极值点位置, 比较各极值点函数值大小, 函数最小值对应的  $f$  和  $s$  即为所求. 分别对式(5), (6)和(8)应用拉格朗日方程求极值点, 逐次对  $f$  和  $s$  求一阶偏导, 可以得到方程(11)和(12). 方程(11)和(12)

构成二元三次方程组,通过编程计算,易求解得到  $f$  和  $s$ 。

$$\frac{\partial G(f,s)}{\partial s} = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial G(f,s)}{\partial f} = 0 \tag{12}$$

此外,车队数量  $F_{vel}$  ( $F_{vel}=1, \dots, n$ ) 也是衡量公交调度的重要指标之一。

$$F_{vel} = \left[ \frac{f}{30} \sum_{i=1}^n t_{i,i+1} \right] + \Psi \tag{13}$$

式中: $\Psi$  ( $\Psi=0,1, \dots, n$ ) 为保证车队正常运转的备用车辆数。

### 3 实例应用

以江苏省江阴市 K1 路公交车途经的 10 个公交站为观测对象,选择早高峰时刻对该线路各公交站点上下客人数进行统计(图 3),通过已有的公交 OD 反推模型得到各站点的 OD 数据<sup>[15]</sup>,见表 1。

应用本文构建的感知模型,参考文献[11]对模型参数取值: $a=11, b=0.14, l=3.7 \text{ km}, \delta_1=0.75, \delta_2=1.05, \delta_3=1.15, c=1, \gamma_{tot}=1, \alpha=0.15, \beta=2$ 。

优化后数据见表 2。

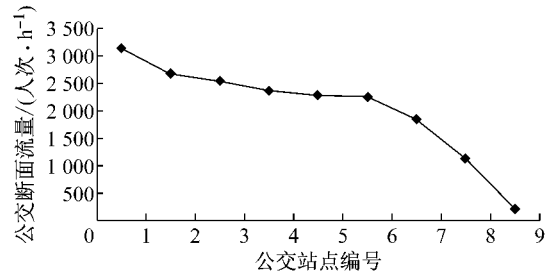


图 3 公交站点间公交客流示意图

Fig.3 Passenger flow between bus stations

表 1 公交客流 OD 矩阵

Tab.1 OD matrix of bus passenger

站点	OD 客流/人次									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		600	189	165	64	44	342	605	726	395
2			11	10	4	3	20	35	42	23
3				5	2	1	10	18	22	12
4					0	0	2	4	5	3
5						2	13	24	29	16
6							13	22	27	15
7								12	14	8
8									36	19
9										67
10										

表 2 优化模型得到的各种数据

Tab.2 Various data obtained from the optimization model

模型	运营成本/元	乘客候车成本/元	车内时间成本/元	总成本/元	发车频率/(次·h⁻¹)	车队数量/辆	车型/座
感知可分段叠加的模型(模型 1)	1 538	2 563	2 910	7 011	31	13	45
最大感知的优化模型(模型 2)	1 491	2 536	2 975	7 002	32	12	44
平均感知的优化模型(模型 3)	1 425	2 499	3 074	6 998	34	12	42

案例结果表明,单位时间内车内感知成本越大,优化后的发车频率越高,所需车队数量越小,车型要求越小。

从图 4 和图 5 可以看出,外在输入条件不变, $\alpha, \beta$  取值区间分别为  $[0.15, 0.25]$  和  $[1.5, 2.5]$  时,发车频率趋于最大化,车型趋于最小化。

客流需求逐渐变化下,4 种公交车型的发车频率曲线如图 6 所示。如图 6 可知,车型越大,发车频率

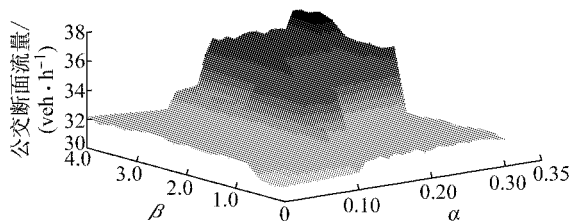


图 4  $\alpha, \beta$  与发车频率敏感性分析示意图

Fig.4 Relationship between  $\alpha, \beta$  and sensitive analysis of bus frequency

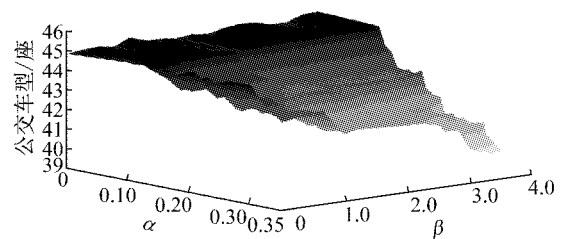


图 5  $\alpha, \beta$  与公交车型敏感性分析示意图

Fig.5 Relationship between  $\alpha, \beta$  and sensitive analysis of bus type

变化越缓慢;车型越小,发车频率变化越快,公交调度相对较灵活。当需求小于  $800 \text{ pax} \cdot \text{h}^{-1}$  时,不同座位的发车频率基本没差别,这也和现实情况相符。同样当需求大于  $800 \text{ pax} \cdot \text{h}^{-1}$  时,车型较大的车,单次公交周转量较大,发车频率的增加幅度相对车型小的公交车偏小。

最后将 3 种不同的模型放进需求不断变化的条

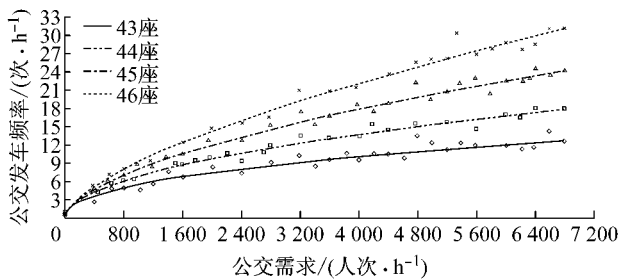


图 6 不同公交需求条件下不同车型的发车频率曲线

Fig.6 Comparison of bus frequencies based on change of demand

件下进行测试.由图 7 可知,当需求较小时,3 种模型计算的结果很相近,但当需求超过 250 人次·h<sup>-1</sup>时,结果相差较大.此时考虑路径对感知的影响模型对于发车频率的要求比不考虑路径影响的模型明显偏高,尤其考虑最大感知的影响最高.

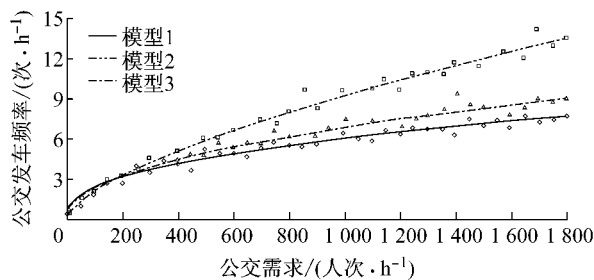


图 7 不同公交需求条件下 3 种模型的发车频率曲线

Fig.7 Comparison of three bus frequencies based on change of demand

通过上述案例分析发现,在客流较小、公交车基本不拥堵的状况下,3 种模型计算结果相同,此时模型 1 基本适用.在客流需求较大的情况下,考虑对公交感知服务水平有较高的要求,在整段出行路径中避免局部出现较差的服务水平(如英国伦敦),此时模型 2 适用.此外在客流较大情况下,公交感知服务水平的要求不算很高,但需一定程度上考虑(如发展中国家的城市),此时模型 3 适用.

## 4 结论

本文基于实际公交站点 OD 出行数据,考虑乘客对公交服务感知影响,构建公交发车频率和车型优化模型.该方法不仅能更真实地反映乘客的出行成本,同时能够优化公交运营调度系统,对发车频率、车队数量和车型大小提出了新的要求.

本文提出的基于感知的公交发车频率和车型优化模型,从理论上可以推广到跨线调度的优化,但实际上由于跨线调度属于集中调度问题,有一定的复

杂性,可能会导致计算结果收敛于指定线路的最优值而非整个系统的最优值.同时本文提出的考虑感知函数中没有对在车内有座位和无座位的人群进行区分,尤其是在考虑先站立到有座的情况下,模型变得相对复杂,进一步的研究工作可以考虑在模型中加入新变量来完善.

## 参考文献:

- [1] Jansson J O. A simple bus line model for optimisation of service frequency and 39 vehicle size [J]. *Journal of Transport Economics*, 1980, 14(1):53.
- [2] Alonso B, Moura J L, Ibeas A, *et al.* Public transport line assignment model to dual berth bus stop[J]. *J Transport Eng*, 2011b, 1943-5436.0000260, 953.
- [3] Basso L J, Guevara C A, Gschwender A, *et al.* Congestion pricing, transit subsidies and dedicated bus lanes: efficient and practical solutions to congestion[J]. *Transport Policy*, 2011, 18(5):676.
- [4] Ben-Akiva M, Lerman S R. *Discrete choice analysis: theory and application to travel demand*[M]. Cambridge: The MIT Press, 1985.
- [5] Ceder A. Bus frequency determination using passenger count data[J]. *Transp Res: Part A*, 1984, 18(56): 439.
- [6] Chen H F. Stochastic optimization in computing multiple headways for a single bus line[J]. *J Chin Inst Ind Eng*, 2007, 24(5): 351.
- [7] Yu B, Yang Z, Yao J. Genetic algorithm for bus frequency optimization[J]. *J Transp Eng*, 2010, 1943-5436. 0000119, 576.
- [8] Yang H. Sensitivity analysis for the elastic-demand network equilibrium problem with application[J]. *Transp Res: Part B*, 1997,31(1): 55.
- [9] Yang H, Bell M G H. Models and algorithms for road network design: a review and some new developments[J]. *Transp Rev: Part B*, 1998,18(3):257.
- [10] Park S J. *Bus network scheduling with genetic algorithms and simulation*[D]. Baltimore: University of Meryland, 2005.
- [11] Sergio Jara-Diaz, Alejandro Tirachini. Design of limited-stop services for an urban bus corridor with capacity constraints[J]. *Transp Res: Part B*, 2008,44(10): 1186.
- [12] Olio L, Ibeas A. Optimizing bus-size and headway in transit networks[J]. *Transportation*, 2012,39(2):449.
- [13] Manski C F. The structure of random utility models[J]. *Theory and Decision*, 1977,8(3):229.
- [14] Hess S, Stathopoulos A, Daly A. Allowing for heterogeneous decision rules in discrete choice models: an approach and four case studies[J]. *Transportation*, 2012,39(3):565.
- [15] 周雪梅,杨熙宇,吴晓飞.基于 IC 卡信息的公交客流起止点反推方法[J].*同济大学学报:自然科学版*,2012, 40(7):1027. ZHOU Xuemei, YANG Xiyu, WU Xiaofei. Origin-destination matrix estimation method of public transportation flow based on data from bus integrated-circuit cards[J]. *Journal of Tongji University: Natural Science*, 2012, 40(7): 1027.