

基于时域差异关系的车辆电子稳定性控制系统判据

石 文^{1,2,3}, 余卓平^{1,2}, 熊 璐^{1,2}

(1. 同济大学 汽车学院, 上海 201804; 2. 同济大学 新能源汽车工程中心, 上海 201804; 3. 钢铁研究总院, 北京 100081)

摘要: 提出一种车辆电子稳定性控制系统 (electronic stability control system, ESC) 补充判据用于定性判定车辆平面运动过程中可能出现的后轴滑移工况. 分别研究了二自由度侧向动力学系统方程与考虑纵向加速度因素的三自由度系统方程稳定性判定方法, 考虑了车轴切向力与载荷变换对轮胎侧偏特性的综合影响. 通过瞬态稳定性分析方法, 得到了动力学系统稳定性变化和车辆实际稳定性变化之间可以量化的时域差异关系, 基于这种时域差异关系建立了稳定性超前控制方案与理论模型, 以理论模型在工况切换瞬态的系统平衡点特性作为控制判据, 并且对现有 ESC 判据应对后轴滑移工况的有效作用时间进行评价. 研究表明, 特定工况下横摆角速度最大值定义的约束边界与车辆实际稳定性变化边界接近, ESC 系统进行控制的时间差有限, 超前控制判据理论上可以更早预测车辆运动状态变化.

关键词: 车辆平面运动稳定性; 稳定性控制判据; 时域差异; 超前控制; 瞬态稳定性分析

中图分类号: U461.6

文献标志码: A

lateral dynamic differential systems and 3DOF systems with longitudinal acceleration were studied. By introducing the vehicle transient stability analysis approach, the quantized disparity between the stability variation of dynamic differential systems and that of the actual vehicle was obtained in time domain. Based on the lag effect, an anticipatory stability control solution was developed, which took the system equilibriums properties of the nonlinear reference model as the criterion. Under certain conditions which considering longitudinal dynamics, the stability boundary held by the maximum of yaw rate was close to actual stability variation of the vehicle. Thus, the response time of ESC system is limited. With the anticipatory criterion, ESC could predict vehicle status earlier.

Key words: stability of vehicle planar motion; stability criteria; time domain disparity; anticipatory control; transient stability analysis

A Vehicle Stability Control Criterion Based on Time Domain Disparity of Stability Variation Between Dynamic Differential Systems and Actual Vehicle

SHI Wen^{1,2,3}, YU Zhuoping^{1,2}, XIONG Lu^{1,2}

(1. School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Clean Energy Automotive Engineering Center, Tongji University, Shanghai 201804, China; 3. Central Iron and Steel Research Institute, Beijing 100081, China)

Abstract: A complementary criterion for vehicle electronic stability control system (ESC) was proposed for qualitative estimation of the rear axle sliding conditions which might appear in vehicle planar motion. Taking into consideration the comprehensive effect of tangential force and axle load transfer on tire cornering characteristics, the stability criteria of 2DOF

车辆电子稳定性控制系统 (electronic stability control system, ESC) 所用控制判据主要有两种方法: 跟踪线性参考模型方法^[1-3] 和跟踪相平面稳定区域方法^[4-5]. 其中, 跟踪相平面稳定区域的判据方法来源于非线性动力学几何分析方法对以横摆角速度 $\dot{\psi}$ 和质心侧偏角 β 为状态变量的二自由度车辆侧向动力学微分方程组解的稳定性研究. 对于车辆侧向动力学系统这类典型的参数依赖系统 (parameter dependent system)^[6], 控制判据可以定性判定纵向加速度 $\dot{v}_x = 0$ 条件下, 车辆在确定状态点 $\beta_{arbi}, \dot{\psi}_{arbi}$ 是否处于相应工况下常微分方程组中心平衡点的渐进稳定吸引域之内. 国内外研究热点主要集中于采用何种方式对 $\beta-\dot{\psi}$ 或者 $\beta-\dot{\beta}$ 相图中的稳定区域进行近似以得到更为高效和精确的控制效果^[7-10], 对于

收稿日期: 2014-11-03

基金项目: 国家“九七三”重点基础研究发展计划 (2011CB711200)

第一作者: 石 文 (1975—), 男, 博士生, 主要研究方向为汽车系统动力学与控制. E-mail: schumy_shi@aliyun.com

通讯作者: 余卓平 (1960—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为汽车系统动力学与控制、汽车振动与噪声控制和先进汽车技术. E-mail: yuzhuoping@tongji.edu.cn

特解轨线在相平面每个确定状态点所隐含的细节信息没有太多研究. 由于该判据在制定过程中使用纯侧偏特性轮胎模型忽略了车辆驱动方式的影响, 但是在轮胎侧偏特性非线性范围内需要考虑驱动车轴切向力以克服横摆运动所产生的曲线行驶阻力^[1]; 并且对于 $\dot{v}_x \neq 0$ 条件下车辆行驶状态的稳定性判定缺乏理论依据. 因此, 如何使控制判据有效覆盖车辆平面运动的更多工况是需要进一步研究的问题. 线性参考模型方法依托于拉格朗日稳定性观点^[11], 通过设定横摆角速度的两个约束边界即线性参考模型理论值 $\dot{\psi}_{\text{sol}}$ 门限以及路面附着条件决定的最大值 $\dot{\psi}_{\text{max}}$ 来评价车辆转向运动的稳定性. 基于线性参考模型方法的稳定性判据主要跟踪状态变量时域曲线与解的约束边界之间关系, 并不定性判定实际车辆动力学系统的稳定性, 因此该方法理论上可以灵活覆盖 $\dot{v}_x = 0$ 以及 $\dot{v}_x \neq 0$ 条件下的全行驶工况. 目前, 研究集中于对计算 $\dot{\psi}_{\text{sol}}$ 所用线性车辆模型以及特征车速平方值(稳定因数)进行修正, 以增加 ESC 系统应对车辆参数变化时的鲁棒性以及进一步提高 ESC 系统对车辆行驶状态的辨识能力^[12-14]; 与 $\dot{\psi}_{\text{max}}$ 有关研究则主要集中于通过统计学方法评估 ESC 系统在各种极端行驶条件下对提高车辆主动安全性的帮助^[15-16], 并且指出后轴滑移是引起装备 ESC 系统车辆失控的主要原因^[17]. 由于现有 ESC 系统判据主要跟踪侧向动力学系统状态变量解的时域曲线, 如果在工况切换的瞬态可以及时辨识车辆动力学系统的稳定性变化, 而不依赖于跟踪相关状态变量的变化过程, 理论上将有助于 ESC 系统对车辆实际稳定性的变化趋势做出预测, 从而提早进行控制干预, 增加稳定性控制的有效作用范围. 基于以上思想, 本文提出一种新的稳定性控制方案作为现有 ESC 系统判据的补充, 以专门应对 $\dot{v}_x = 0$ 以及 $\dot{v}_x \neq 0$ 条件下的不稳定行驶工况. 通过瞬态稳定性分析方法对状态变量时域曲线或者动力学系统方程特解轨线在确定时间点的隐含信息进行分析, 研究车辆动力学系统方程稳定性变化与车辆实际稳定性变化之间存在的时域差异关系, 为稳定性超前控制方案提供理论依据, 并且对方案所用理论模型与控制判据进行初步讨论.

1 车辆平面运动的三自由度系统方程

依据纵向加速度因素可以将车辆平面运动划分

为 $\dot{v}_x = 0$ 的匀速行驶工况以及 $\dot{v}_x \neq 0$ 存在纵向动力学影响的变速行驶工况. 不失一般性, 首先建立三自由度单轨车辆模型的动力学方程组^[1], 并假定该模型反映了本文研究车辆的实际动力学关系:

$$F_{xV} \cos \delta_V - F_{yV} \sin \delta_V + F_{xH} = m\dot{v} \cos \beta - mv(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \sin \beta \quad (1)$$

$$F_{xV} \sin \delta_V + F_{yV} \cos \delta_V + F_{yH} = m\dot{v} \sin \beta + mv(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \cos \beta \quad (2)$$

$$(F_{xV} \sin \delta_V + F_{yV} \cos \delta_V) l_V - F_{yH} l_H = J_z \ddot{\psi} \quad (3)$$

式中: m 为整车质量; v 为车辆质心速度; β 为质心侧偏角; $\dot{\psi}$ 为横摆角速度; F_{yV} 为车辆前轴受力; F_{yH} 为车辆后轴受力; δ_V 为前轮转向角; J_z 为横摆转动惯量; l_V 及 l_H 分别为车辆质心到前轴和后轴的距离.

为了使理论模型的动力学特性接近真实车辆, 在前轴载荷 F_{xV} 与后轴载荷 F_{xH} 的计算公式中引入质心高度 h 作为独立参数, 以体现变速工况中平面车辆模型质心纵向加速度 \dot{v}_x 引起的动态轴荷变换对前后车轴侧偏特性的影响:

$$F_{zV} = mgl_H/l - m\dot{v}_x h/l \quad (4)$$

$$F_{zH} = mgl_V/l + m\dot{v}_x h/l \quad (5)$$

非线性轮胎模型在文献[10, 18]基础上进一步考虑了车轴切向力 $F_{x,i}$

$$F_{y,i} = \sqrt{(\mu F_{z,i})^2 - F_{x,i}^2} \sin(C_i \tan^{-1}(B_i \alpha_i / \mu)) \quad (6)$$

式中: α_i 为相应车轴等效侧偏角; μ 为路面附着系数; C_i 及 B_i 分别为对应车轴所用轮胎模型的形状因子及刚度因子.

将纵向加速度和质心加速度之间关系 $\dot{v}_x = \dot{v} \cos \beta - v \dot{\beta} \sin \beta$ 带入公式(1)~(3), 可以得到以 $v_x, \beta, \dot{\psi}$ 为状态变量的非线性微分方程组标准形式

$$\dot{v}_x = \frac{F_{xV} \cos \delta_V - F_{yV} \sin \delta_V + F_{xH} + mv_x \dot{\psi} \tan \beta}{m} \quad (7)$$

$$\dot{\beta} = \frac{(F_{yV} \cos \delta_V + F_{yH} - m\dot{v}_x \tan \beta - mv_x \dot{\psi})}{mv_x (\sin \beta \tan \beta + \cos \beta)} \cos \beta \quad (8)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{(F_{yV} \cos \delta_V) l_V - F_{yH} l_H}{J_z} \quad (9)$$

前后车轴等效侧偏角 α_V, α_H 与状态变量 $v_x, \beta, \dot{\psi}$ 之间的运动学关系如下:

$$\alpha_V = \delta_V - \tan^{-1}(\tan \beta + l_V \dot{\psi} / v_x) \quad (10)$$

$$\alpha_H = \tan^{-1}(l_H \dot{\psi} / v_x - \tan \beta) \quad (11)$$

2 车辆瞬态稳定性分析模型

与轮胎力线性范围内车辆的稳态转向特性^[1,19]以及行驶稳定性不同,在侧偏特性非线性范围内,车辆转向特性和稳定性能可能发生根本变化.在此采取准线性化思想建立车辆瞬态稳定性分析模型,通过泰勒级数展开法对任意状态点 $v_{arbi}, \beta_{arbi}, \dot{\psi}_{arbi}$ 邻域所对应的前后车轴等效侧向力 $F_{y,i}$ 进行拟合:

$$F_{y,i} = F_{y0,i} + \widetilde{C}_{a,i} \Delta \alpha_{i,arbi} + o(\Delta \alpha_{i,arbi}) \quad (12)$$

其中

$$\widetilde{C}_{a,i} = \left. \frac{\partial F_{y,i}}{\partial \alpha_i} \right|_{\alpha_i = \alpha_{i,arbi}} \quad (13)$$

式中: $F_{y0,i}$ 为相应车轴在该状态点的侧向力;定义前后车轴瞬态侧偏角 $\alpha_{i,arbi}$ 对应的一阶偏导数 $\widetilde{C}_{a,i}$ 为该瞬态下前后车轴的等效侧偏刚度. 由于 $\Delta \alpha_{i,arbi}$ 取值可以足够小,因此可以忽略高阶项 $o(\Delta \alpha_{i,arbi})$ 的影响,公式(13)可由下式表示:

$$F_{y,i} = F_{y0,i} + \widetilde{C}_{a,i} \Delta \alpha_{i,arbi} \quad (14)$$

将式(14)代入式(8)和(9),考虑到车辆在达到路面附着所决定的行驶极限之前,质心侧偏角以及前轮转向角取值均很小^[1],经整理可以得到如下以增量 $\Delta \beta, \dot{\Delta \psi}$ 为状态变量的齐次线性微分方程组:

$$\begin{pmatrix} \dot{\Delta \beta} \\ \dot{\Delta \psi} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} \Delta \beta \\ \Delta \psi \end{pmatrix} \quad (15)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{-(m\dot{v}_x + \widetilde{C}_{aV} + \widetilde{C}_{aH})}{mv} & \frac{-(m\omega^2 - (\widetilde{C}_{aH}l_H - \widetilde{C}_{aV}l_V))}{m\omega^2} \\ \frac{(\widetilde{C}_{aH}l_H - \widetilde{C}_{aV}l_V)}{J_z} & \frac{-(\widetilde{C}_{aH}l_H^2 + \widetilde{C}_{aV}l_V^2)}{J_z v} \end{bmatrix} \quad (16)$$

线性系统(15)的稳定性反映了侧偏特性非线性范围内,车辆在相应状态点所具备的实际转向特性与稳定性.用以表征微分方程组(15)稳定性质的无阻尼固有圆频率平方值 $\widetilde{\omega}_f^2$,可由矩阵(16)的特征方程得到

$$\widetilde{\omega}_f^2 = \frac{\widetilde{C}_{aV} \widetilde{C}_{aH} l^2}{J_z m v^2} \left(1 + \frac{m \dot{v}_x (\widetilde{C}_{aH} l_H^2 + \widetilde{C}_{aV} l_V^2)}{\widetilde{C}_{aV} \widetilde{C}_{aH} l^2} + \frac{v^2}{\widetilde{v}_{ch}^2} \right) \quad (17)$$

式中 \widetilde{v}_{ch} 为车辆在该状态点的等效特征车速,其平方值倒数为车辆的瞬态转向特性

$$\frac{1}{\widetilde{v}_{ch}^2} = \frac{m(\widetilde{C}_{aH}l_H - \widetilde{C}_{aV}l_V)}{\widetilde{C}_{aV} \widetilde{C}_{aH} l^2} \quad (18)$$

如果任意时刻车辆状态 $v_{arbi}, \beta_{arbi}, \dot{\psi}_{arbi}$ 已知,并通过工况分析可以得到该时刻的前后车轴侧偏特性,即可计算此刻车辆的实际稳定性.对于瞬态过多转向车辆($1/\widetilde{v}_{ch}^2 < 0$),如果由式(17)得到的 $\widetilde{\omega}_f^2 < 0$,则矩阵(16)特征值 λ_1, λ_2 有一个为正值,说明齐次方程(15)的一个通解项会随时间呈指数增长,车辆系统不稳定.因此,理想的稳定性控制触发门限应该提前于 $\widetilde{\omega}_f^2 = 0$ 所对应的状态点,甚至提前于车辆瞬态中性转向边界 $1/\widetilde{v}_{ch}^2 = 0$,以避免车辆实际转向特性变化导致驾驶员惊慌所可能产生的误操作.

3 二自由度侧向动力学方程组稳定性与车辆实际稳定性之间的时域差异

当纵向加速度 $\dot{v}_x = 0$ 时,支配车辆平面运动特性的系统方程(7)~(9)变为两个:

$$\dot{\beta} = \frac{(F_{yV} \cos \delta_V + F_{yH} - m v_x \dot{\psi})}{m v_x (\sin \beta \tan \beta + \cos \beta)} \cos \beta \quad (19)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{(F_{yV} \cos \delta_V) l_V - F_{yH} l_H}{J_z} \quad (20)$$

采用 $\beta-\dot{\psi}$ 相平面方法研究参数依赖系统方程(19)和(20)在确定工况下常微分方程组稳定性是车辆非线性动力学稳定性研究的常用方法.侧向动力学系统方程(19)和(20)具有3个平衡点,定义前轮转向角 $\delta_V = 0$ 时位于 $\beta-\dot{\psi}$ 相图坐标原点位置的稳定焦点为中心平衡点.虽然中心平衡点会随转向输入等分岔参数的增加与相邻一侧鞍点相互不断接近完成位置和性质的互换并伴随有一系列复杂的非线性现象,但是在转向输入等分岔参数超过其同宿分岔点之前,中心平衡点性质实际上决定了 $\beta-\dot{\psi}$ 相图的全局特性^[20].可以认为在与行驶车速相对应的合理转向输入极限范围内,中心平衡点性质反映了二自由度车辆侧向动力学系统的稳定性.

仿真研究所用的后轮驱动车辆模型参数分别为:整车质量 1 022 kg,车辆轴距 2.4 m,质心到前轴距离 1.197 m,质心高度 0.4 m,横摆转动惯量 1 471.4 kg·m²,轮胎规格 165/60/R14 75H;对于本文研究工况,路面附着系数的选择均为 1.

在 $\dot{v}_x = 0$ 条件下,引起车辆动力学系统特性发生变化的主要因素是相对较高的行驶车辆、幅值过大的转向输入以及用于克服曲线行驶阻力的驱动车轴切向力 $F_{xH} = F_{yV} \sin \delta_V - m v_x \dot{\psi} \tan \beta$ 对相应车轴侧偏特性式(6)的影响.工况参数首先选择行驶车速

为 $70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, 前轮转向角 6.5° . β - $\dot{\psi}$ 相图和 $\dot{\psi}(t)$ 特解时域曲线如图 1 所示, 车辆瞬态稳定性的数值计算见表 1.

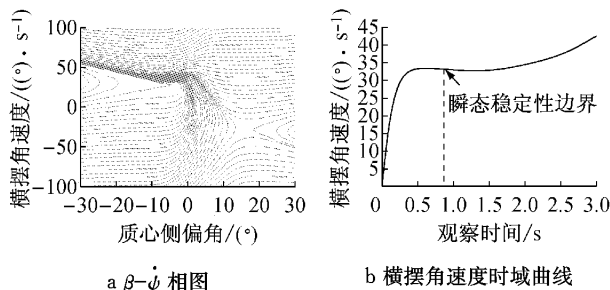


图 1 $v_x = 70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 和 $\delta_v = 6.5^\circ$ 时, β - $\dot{\psi}$ 相图和参数方程曲线

Fig. 1 Phase portrait and parameter equation curve at $v_x = 70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ and $\delta_v = 6.5^\circ$

表 1 $v_x = 70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 和 $\delta_v = 6.5^\circ$ 时, 直线行驶车辆转向阶跃试验的瞬态稳定性分析

Tab. 1 Transient stability analysis for $\beta_0 = 0$ and $\dot{\psi}_0 = 0$ at $v_x = 70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ and $\delta_v = 6.5^\circ$

观察时间/s	$\beta/(\circ)$	$\dot{\psi}/(\circ \cdot \text{s}^{-1})$	$\widetilde{C}_{aV}/(N \cdot (\circ)^{-1})$	$\widetilde{C}_{aH}/(N \cdot (\circ)^{-1})$	$(1/\widetilde{v}_{\text{th}}^2)/(\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-2})$	$\widetilde{\omega}_r^2$
0.50	-2.67	33.10	169.20	278.97	0.008 7	4.300 9
0.75	-4.33	33.07	96.74	109.41	0.004 6	2.750 0
1.00	-5.66	32.72	62.39	47.37	-0.018 5	-6.009 9

通过图 1a 相图可以看出, 由于该工况下中心平衡点性质为鞍点, 相图中基于一定初值构造规则的所有特解轨线表征的车辆运动均不稳定. 因此, 可以判定该工况下侧向动力学常微分方程组不稳定. 但是与工况初始瞬态依据中心平衡点鞍点性质即可得到的动力学系统不稳定的宏观结论并不一致, 表征车辆可控能力的实际稳定性并没有马上发生变化. 由表 1 可知, 随着观察时间的增加, 车辆的不足转向程度不断降低, 但 0.75 s 内, 车辆依旧可以保持不足转向特性. 车辆实际稳定性在 0.75~1.00 s 过程中逐渐与 β - $\dot{\psi}$ 相平面中心平衡点特性所表征的方程组稳定性一致, 这种时域差异关系见图 1b. 可知其变化明显滞后于工况参数切换所引起的常微分方程组稳定性变化, 如果控制判据在工况切换瞬态即可通过中心平衡点性质预测车辆的行驶稳定性, 将是 ESC 系统所能辨识车辆行驶稳定性变化的最早时间.

可以选择极端驾驶工况, 进一步评价 $\dot{v}_x = 0$ 条件下工况参数变化对车辆动力学方程组稳定性与车辆实际稳定性之间时域差异的影响. 工况参数选择行驶车速 $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 、前轮转向角 10° , 由于一般

量产车辆的转向系传动比大约处于 $1:16 \sim 1:20$ 之间^[1], 前轮转向角 10° 大约对应于转向盘输入接近 180° , 远远超出了一般驾驶员在相应车速下可能的转向输入, 属于典型通过过度的转向输入, 人为激发车辆后轴滑移的危险工况. 通过图 2a 所示相图全局特性, 可以清晰判定该确定工况下中心平衡点的鞍点特性. 表征车辆实际稳定性变化过程的瞬态稳定性分析见表 2.

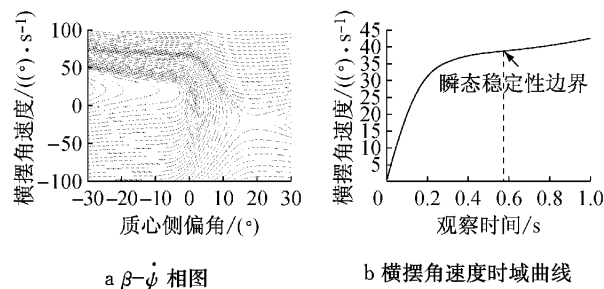


图 2 $v_x = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 和 $\delta_v = 10^\circ$ 时, β - $\dot{\psi}$ 相图和参数方程曲线

Fig. 2 Phase portrait and parameter equation curve at $v_x = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ and $\delta_v = 10^\circ$

表 2 $v_x = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 和 $\delta_v = 10^\circ$ 时, 直线行驶车辆转向阶跃试验的瞬态稳定性分析

Tab. 2 Transient stability analysis for $\beta_0 = 0$ and $\dot{\psi}_0 = 0$ at $v_x = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ and $\delta_v = 10^\circ$

观察时间/s	$\beta/(\circ)$	$\dot{\psi}/(\circ \cdot \text{s}^{-1})$	$\widetilde{C}_{aV}/(N \cdot (\circ)^{-1})$	$\widetilde{C}_{aH}/(N \cdot (\circ)^{-1})$	$(1/\widetilde{v}_{\text{th}}^2)/(\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-2})$	$\widetilde{\omega}_r^2$
0.20	-1.18	30.84	68.66	827.89	0.049 8	39.411 3
0.30	-2.80	35.40	43.75	337.25	0.074 2	58.222 6
0.40	-4.56	37.20	26.08	121.23	0.112 3	87.626 5
0.50	-6.37	38.08	15.12	36.54	0.145 0	112.833 6
0.55	-7.29	38.42	11.35	16.00	0.096 6	75.500 4
0.57	-7.66	38.55	10.07	10.02	0	1.006 4
0.60	-8.22	38.74	8.39	3.07	-0.763 4	-588.044 6

根据运动学关系式(10)和(11), 在这种极端工况的初始阶段, 前轴等效侧偏角首先随大幅值的转向阶跃输入发生显著变化, 这种现象造成了工况初始阶段前后车轴等效侧偏刚度之间出现了明显差异, 引起车辆不足转向程度的不断增加. 受到质心侧偏角响应滞后于横摆角速度响应^[1]的影响, 后轴等效侧偏刚度数值至 0.55 s 时方接近于前轴等效侧偏刚度, 从而引起车辆实际转向特性由不足转向程度增加转为向过多转向特性过渡的第二阶段变化. 可以看出车辆瞬态稳定性在观察时间 0.55~0.60 s 之间的 0.05 s 范围内发生了剧烈的变化, 车辆瞬间失去了行驶稳定性. 转向特性和瞬态稳定性的分阶段变化过程是这种极端驾驶工况下车辆侧向动力学系统所特有的物理现象, 状态变量时域曲线无法体现

这种车辆实际稳定性的变化过程,在本例中,车辆实际稳定性变化滞后于工况参数切换引起的侧向动力学系统方程稳定性变化 0.57 s. 如果可以对系统中心平衡点鞍点特性进行识别,ESC 系统依旧有充分时间通过横摆力矩方法实施控制干预;进一步来说,也可以依据对平衡点性质的判定结果,通过前馈方法对前轮转向角进行调节,帮助车辆脱离危险工况。

4 三自由度系统方程稳定性与车辆实际稳定性之间的时域差异

在使用三自由度系统方程(7)~(9)研究车辆在弯道加速以及制动工况下的动力学特性时,纵向加速度 \dot{v}_x 引起的前后车轴之间载荷变换会显著改变相应车轴的侧偏特性,需要通过轴荷计算公式(4)和(5)对轮胎力学模型(6)进行修正。

通常情况下,车辆在弯道行驶过程中,与驾驶员加速或者制动意图相关的每一个加速或者制动工况均不会持续很长时间,也就是说三自由度系统稳定性分析的根本目的在于评价车辆在短时间内的动力学特性。类似李雅普诺夫稳定性理论或者拉格朗日稳定性观点这一类基于观察时间 $t \rightarrow \infty$ 的传统稳定性判定方法并不适合于判定这种具有有限时间特点的动力学系统稳定性。因此,可以依据确定时间技术稳定性观点^[11],根据 $\dot{v}_x \neq 0$ 研究工况中车辆纵向加速度的实际特点对三自由度系统方程(7)~(9)进行简化,使其在有限定义时间内准确反映实际车辆的动力学特性,保证稳定性分析的合理性。选择观察时间 2 s 应该足以评价 $\dot{v}_x \neq 0$ 情况下,工况参数切换对三自由度系统方程动力学特性的影响。

仿真工况考虑车辆在弯道行驶过程中加速踏板松开所引起的载荷变换反应。该工况的最大特点^[1]是接近 $-1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 纵向减速度引起车辆前轴加载、后轴减载。对于不同驱动方式车辆,这种动态轴荷变换均拉近了前后车轴之间的等效侧偏关系,大多数车辆不足转向程度降低,甚至出现过多转向,以至于失去稳定性。在 2 s 的有限观察时间内,三自由度系统方程可以合理简化为以下形式:

$$\dot{v}_x = -1 \quad (21)$$

$$\dot{\beta} = \frac{(F_{yV} \cos \delta_V + F_{yH} - m\dot{v}_x \tan \beta - m\dot{v}_x \dot{\psi})}{m\dot{v}_x (\sin \beta \tan \beta + \cos \beta)} \cos \beta \quad (22)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{(F_{yV} \cos \delta_V) l_V - F_{yH} l_H}{J_z} \quad (23)$$

由于此时 \dot{v}_x 取值为非零常数,三自由度非线性微分方程组(21)~(23)不存在传统意义上的独立平衡点,而是具有平衡点的连续统(continuum of equilibrium points)^[21],由该三自由度系统所包含的侧向动力学参数依赖方程组(22)和(23)在确定车速下所对应的二自由度常微分方程组平衡点构成。相应地,该三自由度系统 β - $\dot{\psi}$ - v_x 相空间速度矢量场中总有 1 个速度分量为常数($\dot{v}_x = -1$),系统方程特解轨线在相空间确定状态点的变化规律取决于速度矢量场中另外 2 个速度矢量分量 $\dot{\beta}$, $\dot{\psi}$ 的变化规律,即约束三自由度系统特解轨线变化行为的依旧是车辆侧向动力学系统方程(22)和(23)。因此,在 $\dot{v}_x \neq 0$ 时,参数依赖系统(22)和(23)在确定车速下常微分方程组的中心平衡点特性代表了三自由度车辆动力学系统方程(21)~(23)在这个确定时刻的稳定性,而 β - $\dot{\psi}$ - v_x 相空间中心平衡点连续统特性决定了该三自由度系统方程在有限时间范围内所描述的车辆动力学系统稳定性。

根据载荷变换反应工况所描述车辆运动的实际特点,将工况分析划分为两个阶段:第一阶段反映了加速踏板松开之前车辆的稳态匀速圆周行驶以获得求解三自由度系统方程 β - $\dot{\psi}$ - v_x 相空间特解轨线的合理初始状态,第二阶段用以考察加速踏板松开所引发的工况切换对车辆转向稳定性的影响。

工况参数选择考虑城市道路行驶,车速 $70 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$,前轮转向角 5.5° 。其中前轮转向角选择 5.5° 的目的是保证车辆在载荷变换反应第一阶段的稳态匀速圆周行驶以模拟该工况的实际特点。车辆首先按照载荷变换反应第一阶段特点以匀速圆周行驶,其 β - $\dot{\psi}$ 相图参见图 3,侧向动力学参数依赖系统方程(19)和(20)在此前轮转向角下的常微分方程组中心平衡点为稳定焦点,并且由该平衡点

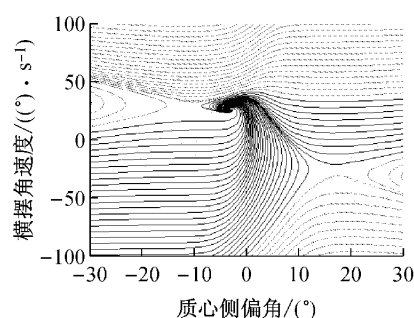


图3 匀速圆周行驶阶段的 β - $\dot{\psi}$ 相图

Fig.3 Phase portrait of the β - $\dot{\psi}$ systems in uniform circular driving at $\delta_V = 5.5^\circ$

形成的渐进稳定吸引域显著,状态变量稳态值如表 3 所示.

表 3 $\delta_v = 5.5^\circ$ 时,匀速圆周行驶的稳态值

Tab. 3 Steady state values in uniform circular driving at $\delta_v = 5.5^\circ$

$\beta_{\text{stat}}/(\circ)$	$\dot{\psi}_{\text{stat}}/((\circ) \cdot \text{s}^{-1})$	$\alpha_{V_{\text{stat}}}/(\circ)$	$\alpha_{H_{\text{stat}}}/(\circ)$	F_{xH}/N
-3.03	25.66	6.95	4.62	898.44

在载荷变换反应工况的第二阶段,由于加速踏板松开,驱动车轴由克服行驶阻力 F_K 的正向切向力变为制动力矩所产生的反向切向力,车辆纵向产生了约为 $-1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 的加速度阶跃,引起前后车轴之间的载荷变换,描述车辆动力学特性的系统方程由之前的二自由度分析模型方程(19)和(20)瞬时切换为三自由度系统方程(21)~(23). 以上驱动车轴切向力变化以及载荷变换通过前后车轴侧偏特性函数 $F_{y,i}(\alpha_i)$ 的变化,瞬时改变了三自由度系统方程中包含的侧向动力学参数依赖方程组(22)和(23)在该工况切换瞬态的常微分方程组解析表达式,从而引起车辆侧向动力学特性的根本变化,相应 β - $\dot{\psi}$ 相图如图 4 所示. 对比图 3 可以清晰判定中心平衡点特性的变化. 由于中心平衡点特性由工况切换之前的稳定焦点瞬态变为鞍点,由该平衡点构成的渐进稳定吸引域消失,三自由度系统方程在该时刻的侧向动力学特性不稳定. 图 4 同时给出了载荷变换反应两个阶段的前后车轴之间侧偏特性对比. 可以看出,在前轮转向输入以及行驶车速一定的情况下,前后车轴之间侧偏特性关系的变化是改变车辆侧向动力学系统转向稳定性的根本原因.

由于纵向减速度会随观察时间的增加逐渐对行驶车速产生影响,类似图 4a 相图主要用于帮助判定确定车速下侧向动力学常微分方程组的系统平衡点特性,描述车辆运动的特解轨线变化过程需要通过 β - $\dot{\psi}$ - v_x 相空间结合车辆瞬态稳定性分析方法进行研究. 图 5 给出了载荷变换反应第二阶段三自由度系统的 β - $\dot{\psi}$ - v_x 相空间特解轨线、该常微分方程组中心平衡点连续统的空间曲线以及特解空间轨线在 $\beta(t)$ -

$\dot{\psi}(t)$ 平面投影和参数方程 $\dot{\psi}(t)$ - t 曲线. 特解空间轨线细节信息的瞬态稳定性分析见表 4.

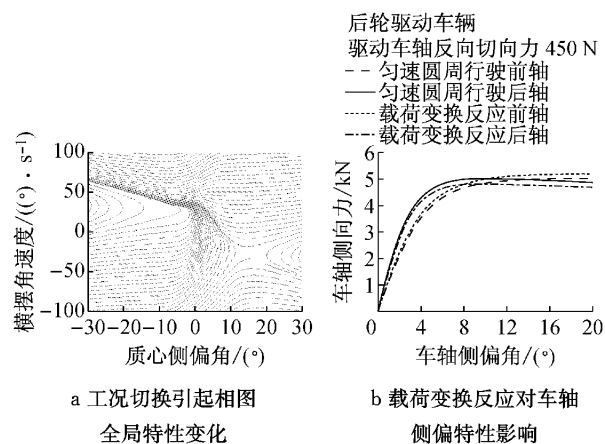


图 4 载荷变换反应初始瞬态,前后车轴侧偏特性变化对 β - $\dot{\psi}$ 相图全局特性的影响

Fig. 4 Effect of variation about cornering characteristics on the global properties of phase portrait at initial transient in load transfer reaction

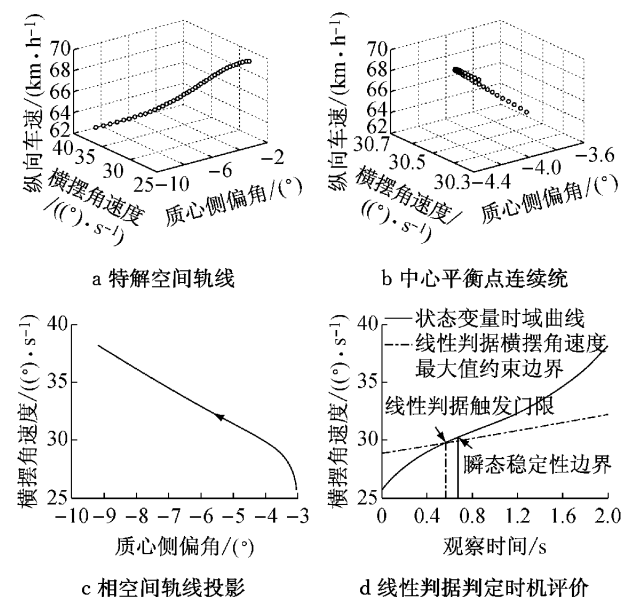


图 5 $\delta_v = 5.5^\circ$ 时,三自由度微分方程组特解的空间轨线和平衡点连续统

Fig. 5 Trajectory and continuum of center equilibrium points of the systems at $\delta_v = 5.5^\circ$

表 4 载荷变换反应工况,车辆瞬态稳定性的变化过程

Tab. 4 Variation of transient stability of vehicle in load transfer reaction

时间历程	$\beta/(\circ)$	$\dot{\psi}/((\circ) \cdot \text{s}^{-1})$	$\widetilde{C}_{aV}/(\text{N} \cdot (\circ)^{-1})$	$\widetilde{C}_{aH}/(\text{N} \cdot (\circ)^{-1})$	$(1/\widetilde{\sigma}_{\text{th}}^2)/(\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-2})$	$\widetilde{\omega}_t^2$	$v_x/(\text{km} \cdot \text{h}^{-1})$
稳态	-3.03	25.66	180.12	298.48	0.008 3	4.124 4	70.00
载荷变换初值	-3.03	25.66	186.23	291.80	0.007 3	3.721 1	70.00
观察时间 0.7 s	-4.28	30.34	137.21	118.93	-0.004 0	-0.481 6	67.48
观察时间 1.0 s	-5.05	31.48	109.78	69.88	-0.019 1	-5.604 0	66.40

观察时间 2 s 内,图 5 所示三自由度系统方程

(21)~(23)在 $\delta_v = 5.5^\circ$ 条件下的中心平衡点连续统

特性始终为鞍点集合.说明在此观察时间内,三自由度系统方程在每个确定车速下所对应的侧向动力学常微分方程组均不稳定.通过表4可以看出,车辆实际稳定性变化滞后于载荷变换反应第二阶段因为工况切换所导致的车辆动力学系统稳定性变化接近0.7 s.由于现有ESC系统所用线性参考模型判据主要跟踪横摆角速度时域曲线随转向输入与行驶车速的变化,并且根据理论模型式(24)^[1,3]通过侧向附着系数 μ_{yh} 确定的横摆角速度最大值 $\dot{\psi}_{\max}$ 作为状态变量时域曲线的约束边界应对后轴滑移工况,原则上无法及时辨识这类 $\dot{v}_x \neq 0$ 工况中,由于纵向加速度因素所产生的前后车轴侧偏特性瞬态变化对侧向动力学稳定性的影响:

$$|\dot{\psi}_{\max}| = \mu_{yh}g/v \quad (24)$$

通过图5d中状态变量时域曲线与约束边界 $\dot{\psi}_{\max}$ 之间关系可以明确发现,虽然车辆动力学系统在加速踏板松开所引起的工况切换瞬态,即观察时间 $t=0$ 时已经失去稳定性,但是状态变量时域曲线在接近0.6 s时才达到 $\dot{\psi}_{\max}$ 所决定的稳定性控制约束边界,此时距离车辆实际的稳定性边界不足0.1 s,在这种情况下,留给ESC系统应对车辆后轴滑移的处理时间有限.因此,利用这种车辆实际稳定性与车辆动力学系统稳定性变化之间存在的时域差异进行控制判据设计,将有助于ESC系统更早辨识后轴滑移等危险工况.

5 稳定性超前控制方案构想

5.1 控制判据所用模型

在纵向加速度 $\dot{v}_x=0$ 及 $\dot{v}_x \neq 0$ 两种条件下,车辆平面运动的实际稳定性变化均滞后于车辆侧向动力学参数依赖方程组(19),(20)或者(22),(23)在工况参数切换瞬态所对应常微分方程组的稳定性变化,在与行驶车速相对应的合理转向输入极限范围内,中心平衡点特性决定了侧向动力学系统方程的稳定性.对于 $\dot{v}_x=0$ 工况,二自由度系统方程的中心平衡点特性主要由前轮转向角、行驶车速以及驱动车轴切向力对驱动车轴侧偏特性的影响等因素决定;对于 $\dot{v}_x \neq 0$ 工况,需要附加考虑与加速或者制动工况相对应的前后车轴切向力以及纵向加速度所产生的前后车轴之间载荷变换对前后车轴侧偏特性的综合影响,这种前后车轴之间侧偏特性关系的变化是 $\dot{v}_x \neq 0$ 工况切换瞬态下,改变车辆侧向动力学系统稳定性以及中心平衡点特性的根本原因.因此,将以上因素进行综合,根据式(22)和(23)以及动态轴

荷公式(4)和(5)与车轴侧偏特性模型(6)建立在 $\dot{v}_x=0$ 及 $\dot{v}_x \neq 0$ 两种条件下均适用的超前控制模型,通过跟踪该模型在不同工况参数下常微分方程组中心平衡点是否具有鞍点特性,作为稳定性超前控制判据,帮助ESC系统预测可能出现的后轴滑移工况.通常情况下,该模型主要跟踪的参数有前轮转向输入 δ_v 、纵向车速 v_x 、路面附着系数 μ 以及车辆的纵向加速度 \dot{v}_x .其中与纵向加速度具体数值相关的前后车轴切向力可以根据试验标定获得.

5.2 控制判据判定方法展望

车辆稳定性超前控制的核心是准确判定工况切换瞬态下车辆侧向动力学常微分方程组(22)和(23)的中心平衡点特性.传统的非线性系统平衡点稳定性分析方法均需要首先求取平衡点,之后通过计算非线性微分方程组在该平衡点雅可比矩阵的特征值来判定平衡点特性^[21].为了准确得到雅可比矩阵在中心平衡点的特征值信息用于超前控制决策,必须要求得到相应平衡点位置的精确解.这不仅对求取系统平衡点的数值逼近算法提出了很高的要求,而且还需要针对不稳定 β - $\dot{\psi}$ 相图中心平衡点与相邻其他系统平衡点之间复杂的分岔特性^[20]专门制定一套初值选择规范,以保证数值算法均可以准确逼近侧向动力学常微分方程组的中心平衡点.因此,传统的平衡点特性判定方法会在很大程度上增加算法的实际工作量以及数值计算工具的运算负担,不利于ESC系统在线控制的实时性.超前控制的最大特点在于通过时间差进行控制干预,为了尽可能充分利用这种时域差异关系,确保超前控制方法真正可行,必须严格关注中心平衡点特性判定方法的选择.要求判定方法在保证判定结论准确性的基础上,尽最大可能缩短在线判定时间,相关判定方法的理论依据有待于在后续论文中进行详尽的研究.

6 结论

(1) 在纵向加速度 $\dot{v}_x=0$ 及 $\dot{v}_x \neq 0$ 两种条件下,通过数学观点判定的车辆动力学系统理论稳定性均不能反映车辆在相应工况切换瞬态的实际稳定性,瞬态稳定性分析方法揭示了二者之间存在的时域差异,车辆实际稳定性变化滞后于工况参数切换所引起的车辆动力学系统常微分方程组稳定性变化.滞后变化的时间差受到行驶工况的影响,但在极端驾驶条件下依旧存在一定的时域差异.

(2) 基于理论模型(24)得到的横摆角速度最大值约束边界是线性参考模型方法用于应对车辆后轴

滑移等危险工况的控制判据,瞬态稳定性分析方法可以帮助评价 ESC 系统用于应对后轴滑移工况的有效作用时间.在纵向加速度 $\dot{v}_x \neq 0$ 的特定工况下,横摆角速度最大值所定义的控制系统约束边界与车辆实际稳定性变化边界接近,留给 ESC 系统进行控制决策以及实施稳定横摆力矩控制的时间差有限.

(3) 转向输入、行驶车速、车轴切向力以及纵向加速度引起的车轴间载荷变换等工况参数切换所导致的侧向动力学参数依赖系统中心平衡点特性的瞬态变化,是引起车辆后轴滑移的根本原因.可以依据车辆动力学系统稳定性变化与车辆实际稳定性变化之间存在的时域差异,设计一种超前控制判据作为现有 ESC 系统的补充判据,通过定性判定工况切换瞬态下侧向动力学常微分方程组的中心平衡点是否具有鞍点特性,帮助 ESC 系统预测可能出现的后轴滑移工况,并且可以依据平衡点特性的判定结论通过差动制动或者前馈方法对前轮转向角进行调节等两个方案,帮助 ESC 系统提早进行控制干预.

(4) 超前控制方案的核心是最大限度地利用时域差异关系,因此有关中心平衡点特性的在线判定方法能否进一步争取时间是超前控制方案具有实用性的重要前提.传统基于非线性动力学平衡点特性的分析方法不能保证超前控制判据最大限度争取时间差的要求,需要寻求一种准确、高效、快速的平衡点判定方法,相关理论依据在后续论文中介绍.

参考文献:

- [1] 米奇克,瓦伦托维茨. 汽车动力学[M]. 4版. 北京:清华大学出版社,2009.
Mitschke M, Wallentowitz H. Vehicle dynamics [M]. 4th ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.
- [2] Rajamani R. Vehicle dynamics and control[M]. 2nd ed. New York: Springer, 2012.
- [3] van Zanten A T. Evolution of electronic control systems for improving the vehicle dynamic behavior[C]// Proceedings of the 6th International Symposium on Advanced Vehicle Control. Hiroshima: Society of Automotive Engineers of Japan, 2002: 1-9.
- [4] Inagaki S, Kshiro I, Yamamoto M. Analysis on vehicle stability in critical cornering using phase-plane method [C] // Proceedings of the International Symposium on Advanced Vehicle Control. Tokyo: Society of Automotive Engineers of Japan, 1994: 287-292.
- [5] Koibuchi K, Yamamoto M, Fukada Y, et al. Vehicle stability control in limit cornering by active brake[R]. Warrendale: SAE Publications Group, 1996: 960487.
- [6] True H. On the theory of nonlinear dynamics and its applications in vehicle systems dynamics[J]. Vehicle System Dynamics, 1999, 31(5/6): 393.
- [7] 刘伟,丁海涛,郭孔辉,等. 质心侧偏角相图在车辆 ESC 系统稳定性控制的应用[J]. 北京理工大学学报, 2013, 33(1): 42.
LIU Wei, DING Haitao, GUO Konghui, et al. Application of side-slip angle phasigram to vehicle ESC system[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2013, 33(1): 42.
- [8] 高月磊. 基于相平面稳定域边界的轻型车稳定性控制研究[D]. 长春: 吉林大学, 2013.
GAO Yuelei. Stability control study based on the stability boundary of phase plane for light vehicle[D]. Changchun: Jilin University, 2013.
- [9] Chung Taeyoung, Yi Kyongsu. Design and evaluation of side slip angle-based vehicle stability control scheme on a virtual test track [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2006, 14(2): 224.
- [10] von Vietinghoff A, Lu H, Kiencke U. Detection of critical driving situations using phase plane method for vehicle lateral dynamics control by rear wheel steering[C]// Proceedings of the 17th IFAC World Congress. Seoul: International Federation of Automatic Control, 2008: 5694-5699.
- [11] Andrzejewski R, Awrejcewicz J. Nonlinear dynamics of a wheeled vehicle[M]. New York: Springer, 2005.
- [12] Lee H, Park K, Hwang T, et al. Development of enhanced ESP system through vehicle parameter estimation[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2009, 23(4): 1046.
- [13] Borner M, Isermann R. Model-based detection of critical driving situations with fuzzy logic decision making[J]. Control Engineering Practice, 2006, 14 (5): 527.
- [14] 何元超,李亮,宋健,等. 极限工况下汽车动态稳定性因数模型与分析[J]. 汽车安全与节能学报, 2010, 1(4): 320.
HE Yuanchao, LI Liang, SONG Jian, et al. Modeling and analysis of the vehicle dynamic stability coefficient for limit conditions[J]. Automotive Safety and Energy, 2010, 1 (4): 320.
- [15] Chouinard A, Lécuyer J F. A study of the effectiveness of electronic stability control in Canada[J]. Accident Analysis & Prevention, 2011, 43(1): 451.
- [16] Fildes B, Keall M, Thomas P, et al. Evaluation of the benefits of vehicle safety technology: The MUNDs study[J]. Accident Analysis & Prevention, 2013, 55(6): 274.
- [17] Strandroth J, Rizzi M, Olai M, et al. The effects of studded tires on fatal crashes with passenger cars and the benefits of electronic stability control (ESC) in Swedish winter driving [J]. Accident Analysis & Prevention, 2012, 45(3): 50.
- [18] von Vietinghoff A. Nichtlineare regelung von kraftfahrzeugen in querdynamisch kritischen fahrsituationen[D]. Karlsruhe: Universität Karlsruhe, 2008.
- [19] Crolla D, 喻凡. 车辆动力学及其控制[M]. 北京: 人民交通出版社, 2003.
Crolla D, YU Fan. Vehicle dynamics and control[M]. Beijing: China Communications Press, 2003.
- [20] SHEN Shuiwen, WANG Jun, SHI Peng. Nonlinear dynamics and stability analysis of vehicle plane motions[J]. Vehicle System Dynamics, 2007, 45(1): 15.
- [21] 哈里尔. 非线性系统[M]. 3版. 北京: 电子工业出版社, 2011.
Khalil H K. Nonlinear systems[M]. 3rd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2011.