

基于整体刚度参数的空间结构模态推覆分析

相 阳, 罗永峰, 郭小农, 沈祖炎

(同济大学 土木工程学院, 上海 200092)

摘要: 由于空间结构具有三维受力特性, 用静力推覆方法计算其地震反应存在如下问题, 结构代表性节点荷载-位移关系难以选择、结构荷载-节点位移-支座反力之间的对应关系不够直观、结构能力曲线难以确定。利用振型形态确定荷载模式, 对空间结构进行静力弹塑性分析; 引入结构整体刚度参数, 得出不依赖于支座反力变量的各主要模态的等效单自由度(ESDOF)体系力-位移关系; 结合模态周期值, 确定 ESDOF 体系等效质量, 并将该体系应用于模态推覆分析。数值算例分析结果表明, 基于整体刚度参数的模态推覆分析方法可避免空间结构能力曲线难确定的问题, 计算耗时仅为时程分析方法的 10%, 沿地震输入方向计算得到的结构节点位移结果相对时程分析结果的平均误差为 28%。

关键词: 空间结构; 整体刚度参数; 模态推覆分析

中图分类号: TU973⁺.31

文献标志码: A

Modal Pushover Analysis of Spatial Structures Based on the Overall Structural Stiffness Parameter

XIANG Yang, LUO Yongfeng, GUO Xiaonong, SHEN Zuyan
(College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Due to the three-dimensional force transmission mechanism, the application of pushover method for seismic response analysis of spatial structures is limited by the following issues: firstly, the representative nodal load-displacement relationship can hardly be specified; secondly, there are no direct interrelationship among structural load, nodal displacement, and support reaction for spatial structures; thirdly, it is difficult to compute the capacity curves of spatial structures. In this paper, static elasto-plastic analysis is carried out by using the load-patterns generated from the structural vibration modes. Based on the overall stiffness parameter, the load-displacement relationship of the modified equivalent single degree of freedom (ESDOF) system

of each dominating mode, independent on support reactions, is obtained accordingly. And the equivalent mass of the modified ESDOF system is calculated by utilization of the mode period. Then the newly established ESDOF systems of the dominate modes are adopted in a modified modal pushover analysis (MPA) procedure. Numerical example shows that the modified MPA method, based on the overall structural stiffness parameter, overcomes the problem existing in the establishment of the structural capacity curve for the spatial structures. The computing consumption of the method given in this paper is 10% of the elasto-plastic time history analysis (THA) method, meanwhile, in the seismic input direction, the nodal displacement data generated by the proposed method shows a 28% deviation compared with the THA method.

Key words: spatial structure; overall stiffness parameter; modal pushover analysis

空间结构频率分布密集、振型复杂, 强震作用下结构进入弹塑性阶段, 其地震反应分析面临诸多问题。随着基于性能的抗震设计理念逐步普及, 工程技术人员需要简练的分析手段获得空间结构在预定强度地震动作用下的反应, 并校核结构是否满足多阶段、多目标的性能要求^[1], 在此背景下, 静力推覆分析(SPA)方法^[2-4]得以被应用于空间结构的地震反应预测。相对于振型叠加反应谱法, SPA 法能够考察结构的弹塑性反应, 相对于弹塑性时程分析或增量动力时程分析^[5](IDA), SPA 法可节省大量计算时间。

已有学者应用 SPA 方法分析了实际空间结构的地震反应。钱稼茹等^[6]分别用弹塑性时程分析和 SPA 方法计算了国家体育场钢结构在罕遇地震下的性能, 计算结果表明, 振型质量参与系数达到 70% 左右时, 模态组合推覆分析(MPA)结果与时程分析结果比较接近; 郑宇淳^[7]用能力谱法和 MPA 法计算北戴河火车站大跨空间桁架的地震反应, 证明 MPA 方

收稿日期: 2014-11-11

基金项目: 国家自然科学基金(51378379)

第一作者: 相 阳(1988—), 男, 博士生, 主要研究方向为大跨度空间结构地震反应分析方法。E-mail: 001_xiangyang@tongji.edu.cn

通讯作者: 罗永峰(1957—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士。主要研究方向为钢结构分析、设计及施工。E-mail: yfluo93@tongji.edu.cn

法的分析精度可满足工程需要. 还有学者对现有 SPA 方法进行改进, 如 Ohsaki 等^[8]在 Nakazawa 等^[9]研究的基础上发展了一种适用于由两阶振型主导的大跨度结构的 MPA 方法; 杨木旺^[10]沿用 Pushover 方法的思路, 初步建立了评估刚性大跨度空间结构抗震性能的 Pushdown 方法等.

目前, 应用于空间结构的 SPA 方法, 基本沿用了多高层结构静力推覆分析的基本方法与过程, 即基于预定荷载模式确定结构某节点的荷载-位移曲线, 结合变形形状向量, 将整体结构等效为单自由度 (ESDOF) 体系, 进而依据 ESDOF 体系的结构参数计算结构地震反应. 但由于空间结构在受力时具有三维共同工作效应, 使得采用适于多高层结构的静力推覆分析方法实施空间结构 SPA 分析时面临若干问题, 首先, 空间结构不同节点的荷载-位移曲线在同一荷载模式下常表现出迥然相异的刚度特征、屈服点和屈服后性能, 导致结构代表性节点荷载-位移关系的选定原则难以确定; 其次, 应用 MPA 方法, 选择位移最大节点的荷载-位移曲线作为整体结构受力-变形关系的表征时, 所选节点最大位移方向与所选模态的整体结构振动方向往往并不一致; 再次, 空间结构某方向的位移反应不完全由该方向支座反力决定, 与该方向正交的支座反力分量对结构的位移反应亦有重要贡献. 鉴于此, 目前对于空间结构的 SPA 分析主要应用于结构位移形态明确、控制点位移与同方向支座反力相关性明显的结构之中. 出现上述问题的根本原因在于空间结构与多高层建筑结构在传力方式上存在明显差异, 前者在宏观上的刚度特性难以仅用某一个节点的受力变形关系表现, 且结构荷载-位移-支座反力之间的对应关系不够直观.

本文针对上述问题, 借助结构的整体刚度参数^[11]表述结构的刚度特性, 在此基础上建立基于整体刚度的空间结构新 ESDOF 体系. 将此 ESDOF 体系运用于 K6 单层球面网壳的 MPA 分析中, 并将分析结果与弹塑性动力时程分析结果进行比较.

1 空间结构整体刚度参数及其等效单自由度体系

本节先引入结构整体刚度参数 (k^*) 的概念, 提出基于 k^* 确定 ESDOF 体系等效质量、自振频率、屈服强度和屈服后刚度的方法, 再在此基础上提出基于 ESDOF 体系求解目标位移以及结构地震反应的基本方法.

1.1 k^* 及各阶模态 ESDOF 体系等效刚度

推覆分析中, 构件随荷载增加而渐次屈服, 结构刚度减小. 假设某一荷载步的荷载增量向量为 $\Delta \mathbf{P}_n$ (下标 n 表示第 n 荷载步), 对应的位移增量向量为 $\Delta \mathbf{v}_n$, 则单位荷载增量向量 $\Delta \mathbf{P}_{un}$ 和其引起的位移增量向量 $\Delta \mathbf{v}_{un}$ 可分别表达为

$$\Delta \mathbf{P}_{un} = \Delta \mathbf{P}_n / \|\Delta \mathbf{P}_n\| \quad (1)$$

$$\Delta \mathbf{v}_{un} = \Delta \mathbf{v}_n / \|\Delta \mathbf{P}_n\| \quad (2)$$

单位荷载向量所做的功为

$$\Delta w_{un} = \Delta \mathbf{P}_{un}^T \cdot \Delta \mathbf{v}_{un} \quad (3)$$

Δw_{un} 在数值上等于结构在单位荷载作用下的位移, 实质上是结构柔度的表征, 其倒数则表征了结构的某种刚度, 即

$$1/\Delta w_{un} = \|\Delta \mathbf{P}_n\|^2 / (\Delta \mathbf{P}_n^T \cdot \Delta \mathbf{v}_n) = k^* \quad (4)$$

由于构件屈服程度的加剧和屈服构件数量的增加, k^* 将随推覆荷载值的增加而减小, k^* 的变化过程即为结构整体抗变形能力的变化过程. 由 k^* 的计算公式可见, 其数值不依赖于结构某单一节点的荷载-位移关系, 而是在特定荷载模式下结构所有节点荷载-位移关系的共同表征.

在模态推覆分析方法中, 依据结构第 j 阶模态对应的节点位移向量 \mathbf{X}_j 可确定荷载模式 \mathbf{P}_j . 利用 \mathbf{P}_j 对结构实施静力弹塑性分析, 可得到结构对应荷载模式 \mathbf{P}_j 的各荷载增量步的整体刚度参数 k_{jn}^* , 由于 k_{jn}^* 值是结构在第 j 阶模态荷载模式作用下各节点荷载-位移关系的共同表征, 故 k_{jn}^* 可作为空间结构第 j 阶模态 ESDOF 体系对应第 n 荷载步的刚度.

1.2 ESDOF 体系质量和自振频率

对于模态推覆分析方法, 整体结构第 j 阶模态对应的 ESDOF 体系的自振频率应与该阶模态频率相等. 在得到结构第 j 阶模态对应的初始整体刚度 k_j^* (弹性阶段) 的数值后, 该阶模态 ESDOF 体系的等效质量可由结构刚度、质量和圆频率之间的关系确定, 即

$$m_j^* = k_j^* / \omega_j^2 \quad (5)$$

式中: m_j^* 为结构第 j 阶模态 ESDOF 体系的等效质量; ω_j 为结构第 j 阶模态圆频率, 亦即结构第 j 阶模态 ESDOF 体系的自振圆频率 ω_j^* .

1.3 ESDOF 体系屈服强度和屈服后刚度

结构第 j 阶模态质点 i 所受地震作用 F_{ji} 以及第 j 阶模态 ESDOF 体系所受地震作用 F_j^* 可分别表示为

$$F_{ji} = \chi \cdot X_{ji} = \alpha_j^* \cdot G_j^* \cdot \Gamma_j \cdot X_{ji} \quad (6)$$

$$F_j^* = \alpha_j^* \cdot G_j^* = \alpha_j^* \cdot m_j^* \cdot g \quad (7)$$

式中: χ 为荷载因子,即节点荷载数值与振型位移数值的比值; X_{ji} 为第 j 阶模态节点 i 的位移; α_j^* 为第 j 阶模态 ESDOF 体系地震影响系数; G_j^* 为第 j 阶模态 ESDOF 体系等效重力; Γ_j 为第 j 阶模态参与系数。

当 χ 对应结构屈服点即 $\chi = \chi_y$ 时, F_j^* 即为第 j 阶模态 ESDOF 体系屈服力 F_{jy}^* 。

为确定 ESDOF 体系的屈服强度 f_y^* 和屈服后刚度 αk^* , 需要将其荷载-位移曲线简化为双折线^[12-13]。随推覆荷载值的增加, 结构塑性发展, 刚度持续下降, 结构的屈服后刚度不再是定值, 采用等能量原则^[14]将 ESDOF 体系的荷载-位移曲线转化为双折线时, 荷载-位移曲线的终点位置对屈服强度和屈服后刚度值有影响。合理终点位置对应的结构位移应是结构在地震作用下达到的最大位移, 但这一位移数值无法预先确定^[15]。本文通过对各阶 ESDOF 体系实施一次时程分析试算得到各 ESDOF 体系荷载-位移曲线的终点近似值, 再令计算得到的 f_y^* 和 αk^* 值满足图 1 中阴影面积 A_1 与 A_2 相等的条件, 求解得到屈服强度 f_y^* 和屈服后刚度 αk^* 的数值, 从而完成对各阶模态 ESDOF 体系荷载-位移曲线的双线性简化。

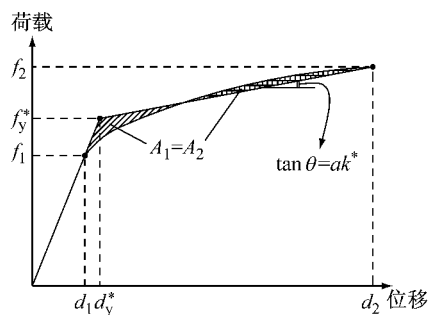


图 1 采用等能量原则确定 ESDOF 体系 f_y^* 和 αk^*

Fig.1 Determination of f_y^* and αk^* of ESDOF system by means of the equivalence energy criterion

1.4 目标位移

对第 j 阶模态的 ESDOF 体系进行动力时程分析, 可获得该体系最大位移值 $d_{j\max}^*$, 该位移水平对应结构第 j 阶模态的位移反应峰值。若依据 $d_{j\max}^*$ 值对应的 k_{jn}^* 值, 结合式(4)求解第 j 阶模态结构各节点的位移反应数值, 必须设定结构位移形式, 即形状向量, 这显然无法体现结构屈服后位移形式的改变, 将引起误差。为考虑这一影响, 可基于第 j 阶模态 ESDOF 体系的实际荷载-位移曲线, 先求得与 $d_{j\max}^*$

值对应的推覆荷载因子 $\chi_{j\max}^*$, 再通过静力分析得到结构在该推覆荷载下的节点位移向量 v_j , 即与第 j 阶模态对应的结构地震位移反应。

依据模态推覆分析方法^[14-16], 将各模态地震位移反应峰值对应的节点位移向量 v_j 按式(8)组合, 即得如下结构总位移反应:

$$v_n = \sqrt{\sum_j v_{jn}^2} \quad (8)$$

式中: v_n 为组合各主振型后得到的第 n 节点位移值; v_{jn} 为根据第 j 振型计算得到的第 n 节点位移值。

2 球面网壳推覆分析算例

为验证本文基于 ESDOF 体系进行空间结构模态推覆分析的适用性, 将上述分析过程在 ANSYS 软件平台上采用 APDL 程序语言进行编程, 并对一个 K6 单层球面网壳进行推覆分析及时程分析, 将计算结果进行比较。

2.1 网壳结构模型

网壳径向 6 环, 跨度 36 m, 矢高 9 m, 各节点集中质量 6 t, 杆件外径 140 mm, 壁厚 3.5 mm, 结构材料为 Q235 钢材, 采用双线性随动强化材料模型, 弹性模量 2.06×10^5 MPa, 屈服强度 $215 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$, 屈服后弹性模量取初始弹性模量值的 0.5%。本算例研究结构在 X 向地震作用下的反应, 弹性阶段其 X 向主振型周期值 T , 振型参与系数 (Modal-PF) 及质量参与系数 (Mass-PF) 信息见表 1, 对应模态形状见图 2, 所列 5 阶自振模态的 X 向 Mass-PF 累积值为 84.12%。

表 1 结构 X 向主要自振模态信息

Tab.1 Information of dominate structural modes in the

X direction			
模态阶数	T/s	Modal-PF	Mass-PF/%
1	0.395 74	15.331 0	42.282 0
3	0.351 45	5.989 1	6.452 6
14	0.334 42	4.943 7	4.396 5
94	0.1254 9	11.803 0	25.061 0
96	0.101 00	5.742 5	5.932 2

2.2 结构等效单自由度体系

依据振型确定推覆分析荷载模式并实施静力非线性分析后可获得结构每一荷载步的整体刚度参数 k_{jn}^* 。由式(7)计算每一荷载步 ESDOF 体系的等效集中力增量值 F_{jn}^* 后, 结合该荷载步对应刚度 k_{jn}^* , 依据式(9)即可求得本步位移增量 δ_{jn}^* , 即

$$\delta_{jn}^* = F_{jn}^* / k_{jn}^* \quad (9)$$

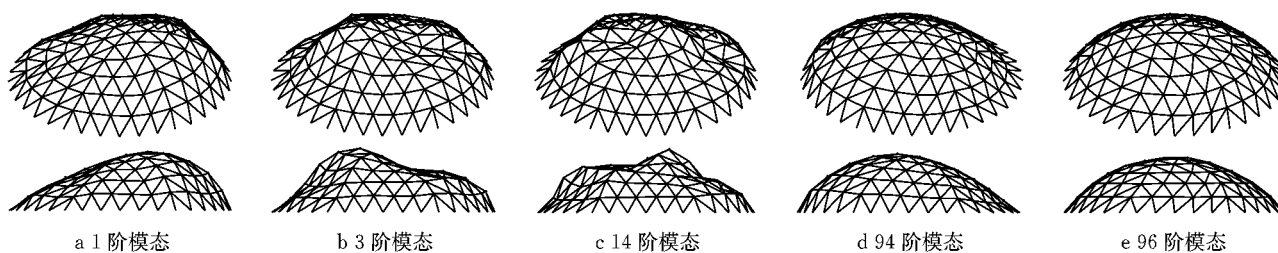


图 2 结构 X 向主要自振模态

Fig. 2 Dominate structural modes in the X direction

依据各荷载步的 δ_{jn}^* 和 F_{jn}^* 数值可进一步得到 ESDOF 体系荷载-位移曲线, 对此荷载-位移曲线进行双折线化, 即得到可直接用于求解结构反应的 ESDOF 体系力-位移关系。

表 2 给出了表 1 所列结构各阶模态对应的 ESDOF 体系的 m_j^* 、初始刚度 k_0^* 、屈服力 f_y^* 和屈服后刚度 ak^* 。图 3 为结构在各阶模态荷载模式作用下 k^* 的变化过程以及各阶模态 ESDOF 体系的荷载-位移曲线, 包括实际曲线和双线性化曲线。

表 2 各阶模态 ESDOF 体系力学参数

Tab. 2 Mechanical parameters of ESDOF system for each mode

模态阶数	m_j^*/t	$k_0^*/(\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$	f_y^*/N	$ak^*/(\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$
1	6.13	1 546.19	70 038	130.1
3	6.13	1 959.02	166 301	59.7
14	6.12	2 160.78	212 171	33.7
94	6.13	15 370.05	299 564	144.6
96	6.13	23 716.69	767 245	1 168.8

2.3 结构地震位移反应

时程分析采用 1940 年美国 Imperial Vally 地震记录到的 El Centro 地震波南北分量, 峰值加速度

0.357g, 持续时间 53.7 s, 分析时对其进行了调幅, 调幅后峰值加速度为 0.900g。

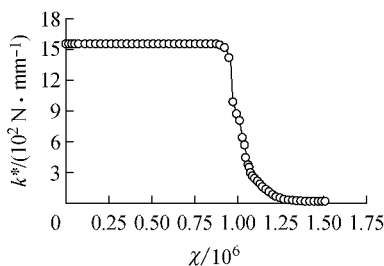
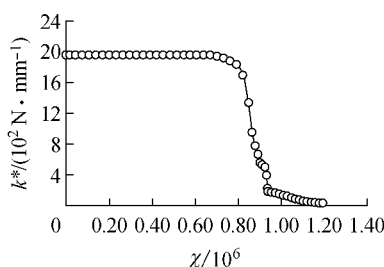
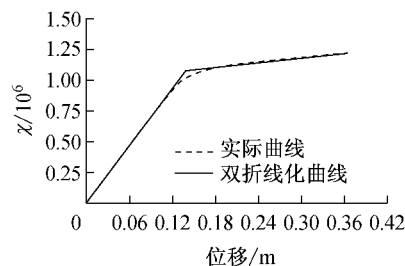
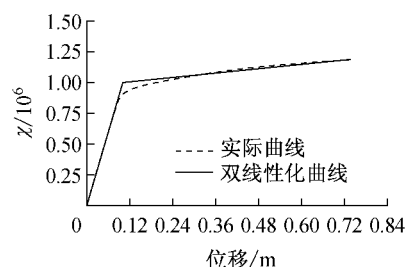
2.3.1 ESDOF 体系地震反应

时程分析得到的各阶模态 ESDOF 体系最大位移与屈服位移比值 ($d_{j\max}^*/d_{jy}^*$) 以及最大位移对应的推覆荷载因子 ($\chi_{j\max}^*$) 见表 3。

由表 3 可见, 结构第 14, 94, 96 阶模态 ESDOF 体系最大位移均小于屈服位移, 此 3 阶模态对应 ESDOF 体系在地震作用下处于弹性阶段; 第 3 阶模态 ESDOF 体系最大位移比屈服位移稍大, 其塑性发展程度较小; 第 1 阶模态最大位移大幅超出屈服位移, 结构构件屈服主要由第 1 阶模态地震反应引起。

2.3.2 结构整体位移反应

依据 $\chi_{j\max}^*$, 由静力分析可得与 j 阶模态对应的结构位移反应 v_j , 组合 v_j 即得整体结构 MPA 位移反应 $\delta_{\text{MPA},\max}$; 对原结构模型实施动力弹塑性时程分析, 并将跨中节点 X 向位移反应达到最大值时刻 t_0 所对应的结构整体位移反应 $\delta_{\text{TBA},\max}$ 列出, 作为与 $\delta_{\text{MPA},\max}$ 对比的依据。按照结构节点编号 (如图 4 所

a $j=1$ 时 k^* 与 χ 关系c $j=3$ 时 k^* 与 χ 关系b $j=1$ 时 χ 与位移关系d $j=3$ 时 χ 与位移关系

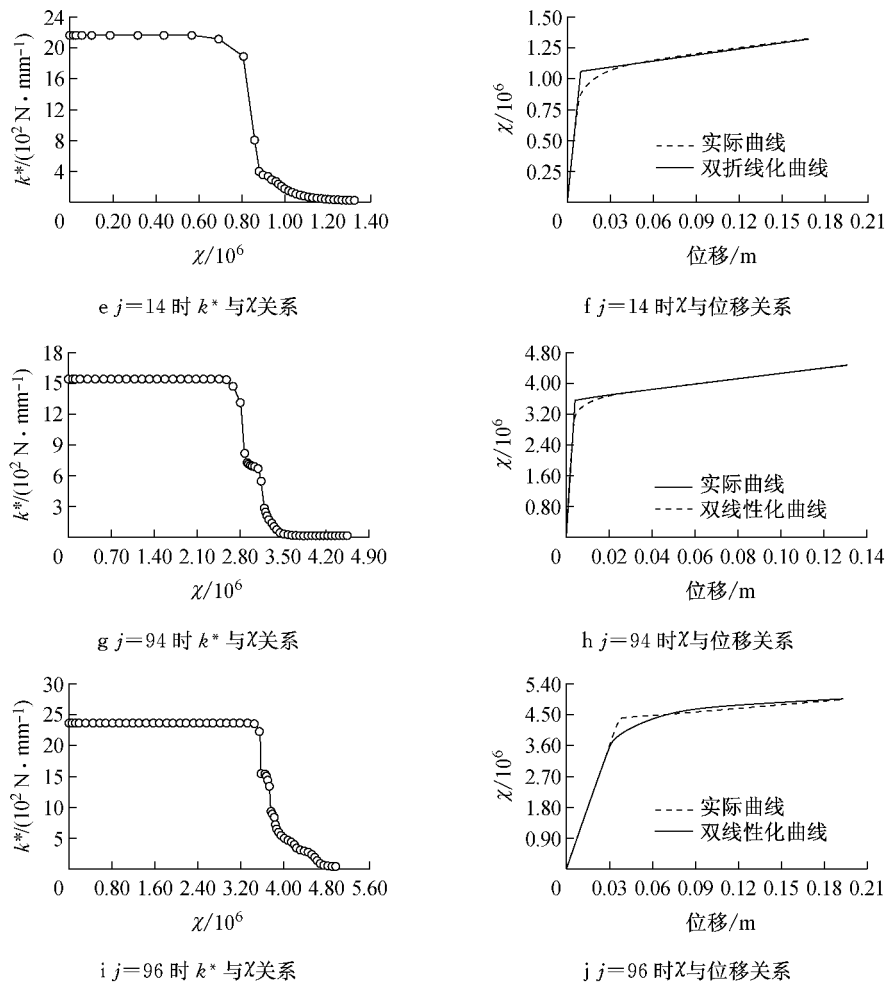


图 3 结构各主要模态 ESDOF 体系刚度退化曲线及荷载-位移曲线

Fig.3 Stiffness decrease curve and load-displacement curve of the ESDOF system for each dominant mode

表 3 各阶模态 ESDOF 体系地震反应及对应推覆荷载因子

Tab.3 Seismic response and the corresponding pushover

load factor of each dominant ESDOF system

模态阶数	$d_{j \max}^*/d_{jy}^*$	$\chi_{j \max}^*/10^5$
1	2.032	1.205
3	1.016	0.935
14	0.732	0.745
94	0.779	2.800
96	0.321	1.380

示),将位移数值绘于图 5 中,可直观对比.其中, Z 向位移反应存在负值,为便于比较,图 5 中所列 Z 向位移为 2 种分析方法所得节点位移绝对值.由于节点 Y 方向位移反应数值较小,不单列出.在内存为 4 G 的计算机上,本文方法分析耗时约为动力弹性时程分析耗时的 10%.

由图 5 可见,采用基于整体刚度参数的模态推覆分析得到的结构位移反应与时程分析结果较为接近.用 2 种方法计算得到的结构 X 向及 Z 向地震位移形态近似,且大部分节点位移数值差异在 20% 以内.其中,编号 7~30 的节点 X 向位移反应差异绝对

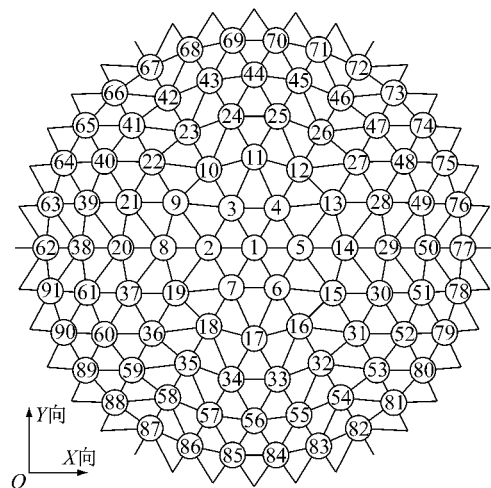


图 4 结构节点编号

Fig.4 Node numbers of the structure

值较大, Z 向位移反应也存在类似现象,这一差异主要由 2 个因素引起:一是 MPA 未考虑所有模态,存在振型“截断”误差;二是时程分析得到的 t_0 时刻结构反应中各振型贡献比例与 MPA 各振型反应组合式(8)给出的贡献比例不同.总体看,2 种分析方法所

得结构各节点 X 向位移反应相对差异平均值为 28.09%, Z 向位移反应相对差异平均值为 38.41%, 说明基于整体刚度参数的 MPA 方法所得结构位移反应结果具备一定的精度, 可用于工程实际。

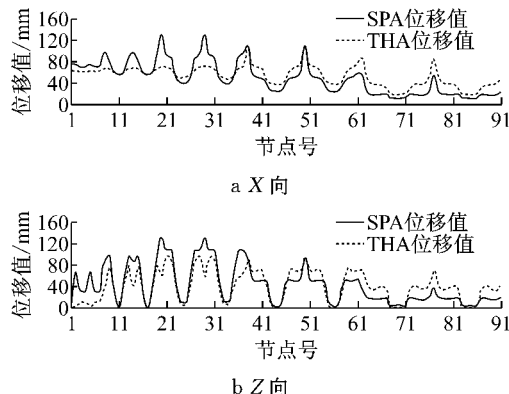


图 5 结构 X 向及 Z 向地震反应对比

Fig.5 Comparison of structural seismic response in both the X and the Z direction

2.3.3 屈服杆件数量及分布

采用 2 种分析方法计算得到结构进入塑性的杆件数量接近, 分别为 144 根(弹塑性时程分析)和 116 根(基于 k^* 的模态推覆分析), 二者分布位置也基本对应, 限于篇幅, 不列出图示。

3 结论

运用结构整体刚度参数建立针对空间结构的新的 ESDOF 体系, 对结构进行模态推覆分析, 具备如下优势:

(1) 避免了空间结构推覆分析中结构代表性节点不确定、结构荷载-位移-支座反力之间对应关系不直观等问题, 改善了运用静力推覆分析方法进行空间结构地震反应分析的适用性及可操作性。

(2) 该方法计算结果与动力弹塑性时程分析结果相比, 准确性较好。

(3) 该方法相对于动力弹塑性时程分析, 计算耗时明显缩短, 分析效率高。

运用本文方法求得的空间结构地震反应可作为校核结构是否满足一定性能水准要求的依据。若对推覆荷载模式及振型反应组合方式进行改进, 可使本文方法的精度及适用性进一步提高。

参考文献:

[1] Chandler A M, Lam N T K. Performance-based design in earthquake engineering: A multi-disciplinary review [J]. Engineering Structures, 2001, 23(12): 1525.
[2] Fajfar P. A nonlinear analysis method for performance-based

seismic design[J]. Earthquake Spectra, 2000, 16(3): 573.
[3] Gupta A, Krawinkler H. Estimation of seismic drift demands for frame structures[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2000, 29(9): 1287.
[4] 毛建猛, 谢礼立, 翟长海. 模态 pushover 分析方法和改进[J]. 地震工程与工程振动, 2007, 26(6): 50.
MAO Jianmeng, XIE Lili, ZHAI Changhai. Studies and improvements in modal pushover analysis [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2007, 26(6): 50.
[5] Vamvatsikos D, Cornell C A. Applied incremental dynamic analysis[J]. Earthquake Spectra, 2004, 20(2): 523.
[6] 钱稼茹, 纪晓东, 范重, 等. 国家体育场大跨度钢结构罕遇地震性能分析[J]. 建筑结构学报, 2007, 28(2): 17.
QIAN Jiaru, JI Xiaodong, FAN Zhong, et al. Seismic behavior analysis of large-span steel structure of the National Stadium under severe earthquake[J]. Journal of Building Structures, 2007, 28(2): 17.
[7] 郑宇淳. 大跨度拱形立体桁架结构的推倒分析[D]. 天津: 天津大学, 2007.
ZHENG Yuchun. Pushover analysis of long span tridimensional steel truss arch[D]. Tianjin: Tianjin University, 2007.
[8] Ohsaki M, Zhang J Y. Prediction of inelastic seismic responses of arch-type long-span structures using a series of multimodal pushover analysis[J]. Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, 2012, 53(2): 1.
[9] Nakazawa S, Kato S, Takeuchi T, et al. State-of-the-art of seismic response evaluation methods for metal roof spatial structures[J]. Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, 2012, 53(2): 117.
[10] 杨木旺. 大跨度刚性空间结构竖向地震的静力弹塑性分析[D]. 上海: 同济大学, 2007.
YANG Muwang. Static elasto-plastic analysis of long-span rigid spatial structures under vertical earthquake [D]. Shanghai: Tongji University, 2007.
[11] Bergan P G, Horrignoe G, Bråkeland B, et al. Solution techniques for non-linear finite element problems [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1978, 12(11): 1677.
[12] Lestuzzi P, Belmouden Y, Trueb M. Non-linear seismic behavior of structures with limited hysteretic energy dissipation capacity[J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2007, 5(4): 549.
[13] 杨溥, 李英民, 熊振勇, 等. 能力曲线折线简化方法对比研究[J]. 重庆建筑大学学报, 2005, 27(4): 59.
YANG Pu, LI Yingmin, XIONG Zhenyong, et al. Study on the comparison of different methods of simplifying capacity spectrum[J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2005, 27(4): 59.
[14] Chopra A K, Goel R K. A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2002, 31(3): 561.
[15] Goel R K, Chopra A K. Evaluation of modal and FEMA pushover analyses: SAC buildings[J]. Earthquake Spectra, 2004, 20(1): 225.
[16] Kunnath S K. Identification of modal combinations for nonlinear static analysis of building structures[J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2004, 19(4): 246.