

文章编号: 0253-374X(2016)03-0362-07

DOI: 10.11908/j.issn.0253-374x.2016.03.005

“南水”双屈服面模型的两点修正

王庭博^{1,2}, 陈生水^{2,3}, 傅中志^{2,3}

(1. 同济大学,土木工程学院,上海 200092; 2. 南京水利科学研究院,岩土工程研究所,南京 210029;
3. 水利部土石坝破坏机理与防控技术重点实验室,南京 210024)

摘要: 基于堆石料大型三轴试验数据,分析研究了其切线模量和切线体积比与应力状态的关系,建立了切线模量和体积比与应力比之间的函数关系式,并将其引入“南水”双屈服面弹塑性模型中。运用修正模型对不同应力路径下堆石料的大型三轴压缩试验结果进行了模拟,结果表明,修正模型在未增加参数的情况下较好克服了原模型在描述堆石料应力-应变关系,特别是剪胀(缩)特性方面的不足,可更好地模拟堆石料的强度和变形特性。

关键词: 双屈服面; 弹塑性模型; 切线模量; 切线体积比; 堆石料

中图分类号: TU43

文献标志码: A

Two Modifications to the Shen Zhuijiang's Double Yield Surface Model

WANG Tingbo^{1,2}, CHEN Shengshui^{2,3}, FU Zhongzhi^{2,3}

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 20092, China; 2. Geotechnical Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China; 3. Key Laboratory of Earth-Rock Dam Failure Mechanism and Safety Control Techniques, Ministry of Water Resources, Nanjing 210024, China)

Abstract: Taking the original triaxial test data as the basis, this study analyzed the relationship between the tangential modulus, or the tangent bulk ratio and the stress state. The corresponding relational expression were proposed, respectively. Then, the two new expressions were introduced into Shen's elastoplastic model with double yield surfaces to replace the old ones. The triaxial simulated results of rockfill materials showed that the modified model can overcome the disadvantages of using the damage stress ratio to control the final strength, especially the inadequate characteristics of shear dilatation (contraction). And the simulated results of different stress-path triaxial tests confirmed the new model can well simulate the strength and deformation characteristics

of rockfill.

Key words: double yield surfaces; elastoplastic model; tangential modulus; tangent bulk ratio; rockfill

堆石料具有压实性能好、透水性强、填筑密度大、抗剪强度高、沉陷变形小、承载力高等工程特性,在高土石坝建设中得到了广泛应用^[1]。早在 20 世纪 70 年代,Duncan 等^[2]就在试验基础上提出了著名的双曲线模型,描述堆石料的应力-应变关系,并因其参数确定简单在土石坝应力-变形有限元计算中得到广泛运用。但 Duncan 模型本质是非线性弹性模型,对堆石料体变的模拟通过泊松比与应力状态的关系实现,故很难合理反映堆石料显著的剪胀(缩)特性。此外,Duncan 模型运用于实际工程时通常会高估大坝沉降。为克服上述问题,沈珠江以 Duncan 模型为基础,采用抛物线描述堆石料的体变曲线,并引入两个屈服面分别反映剪胀和剪缩特性,建立了“南水”双屈服面弹塑性本构模型^[3]。由于“南水”模型参数同样只需常规三轴压缩试验确定,且预测的大坝位移与实测资料更为吻合,故在国内高土石坝工程中得到普遍运用和广泛认可。然而,抛物线型体变曲线会明显高估堆石料的峰后体胀,特别是在描述较为松散的堆石料或高围压下堆石料三轴压缩试验时差异明显。此外,模型中破坏比参数的运用使试样始终处于硬化状态,很难正确模拟堆石料的破坏过程。

张丙印等^[4]提出了堆石体的修正 Rowe 剪胀方程,并将其用于描述堆石料体变特性,使用常规和复杂应力路径的三轴试验成果对修正后的模型进行了验证,结果显示其较好克服了采用抛物线型体变曲线模拟的缺陷。米占宽等^[5]提出了考虑颗粒破碎的

收稿日期: 2015-04-14

基金项目: 国家自然科学基金(91215301,51379130);中央级公益性科研院所基本科研业务费专项资金项目(Y314011,Y315005)

第一作者: 王庭博(1987—),男,博士生,主要研究方向为高土石坝工程. E-mail: 1310176@tongji.edu.cn

通讯作者: 陈生水(1962—),男,工学博士,教授级高级工程师,博士生导师,主要研究方向为土石坝工程. E-mail: sschen@nhri.cn

剪胀方程,对南水模型中切线体积比 μ_t 进行了修正,提出了考虑颗粒破碎的粗颗粒料本构模型,通过与三轴试验成果的对比分析表明了其所提模型可较好地反映体变特性,但修正后比原模型增加了3个参数。

本文基于堆石料大型三轴试验数据,建立了切线模量 E_t 和切线体积比 μ_t 分别与应力比 η 的关系,将峰值应力比 M_f 和临胀应力比 M_c 两个控制应力峰值和体变特性的特征应力比引入“南水”双屈服面弹塑性本构模型,结果表明,修正模型在未增加参数的情况下较好地克服了原模型在描述堆石料应力-应变关系,特别是剪胀(缩)特性方面的不足,可更好地模拟堆石料的强度和变形特性。

1 “南水”双屈服面模型

1.1 E_t 和 μ_t 的表达式

“南水”双屈服面模型沿用了 Duncan-Chang 模型切线模量 E_t 表达式,即

$$E_t = \left(1 - R_f \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)(1 - \sin \varphi)}{2\sigma_3 \sin \varphi + 2c \cos \varphi}\right)^2 \cdot K \cdot p_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \quad (1)$$

式中: $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 为轴向偏应力; K 为量纲一的初始弹性模量系数; n 为初始弹性模量随围压变化的幂次; p_a 为标准大气压, $p_a = 101$ kPa; R_f 为破坏比, c 和 φ 分别为材料的粘聚力和内摩擦角,对于堆石料 $c=0$, 内摩擦角由式(2)计算:

$$\varphi = \varphi_0 - \Delta\varphi \cdot \lg(\sigma_3/p_a) \quad (2)$$

式中: φ_0 是围压 σ_3 为大气压力 p_a 时的峰值摩擦角; $\Delta\varphi$ 是围压 σ_3 增加一个数量级时峰值摩擦角降低的角度。卸荷-再加载条件下切线模量由式(3)计算:

$$E_{ur} = K_{ur} \cdot p_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \quad (3)$$

式中: K_{ur} 为量纲一的卸载回弹模量系数; n 为量纲一幂次。而体积应变与轴向应变($\epsilon_v - \epsilon_1$)的关系曲线则假定为抛物线^[6],如图1所示,其方程为

$$\epsilon_v = \epsilon_{vd} \left(2 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_d}\right) \frac{\epsilon_1}{\epsilon_d} \quad (4)$$

式中: ϵ_{vd} 为最大体缩应变; ϵ_d 为与最大体缩应变所对

应的轴向应变。从式(2)可导出切线体积比 $\mu_t = \frac{d\epsilon_v}{d\epsilon_1}$ 的表达式,即:

$$\mu_t = 2c_d \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^{n_d} \frac{E_i \cdot R_f S_l}{\sigma_1 - \sigma_3} \frac{1 - R_d}{R_d} \left(1 - \frac{R_f S_l}{1 - R_f S_l} \frac{1 - R_d}{R_d}\right) \quad (5)$$

式中: E_i 是初始弹性模量; S_l 是应力水平, c_d , n_d , R_d 为3个试验参数,分别代表 $\sigma_3=1$ 个大气压时的最大体应变,体应变随 σ_3 变化的幂次和最大体应变发生时的应力比,由式(6)–(7)决定:

$$\epsilon_{vd} = c_d \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^{n_d} \quad (6)$$

$$R_d = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_d}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \quad (7)$$

式中: $(\sigma_1 - \sigma_3)_d$ 是 $\epsilon_v = \epsilon_{vd}$ 时对应的轴向应力; $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 是材料强度的极限值。

“南水”双屈服面模型共涉及9个计算参数,分别为 c , φ , R_f , K , K_{ur} , n , c_d , n_d , R_d , 均可由三轴固结排水剪切试验得出。

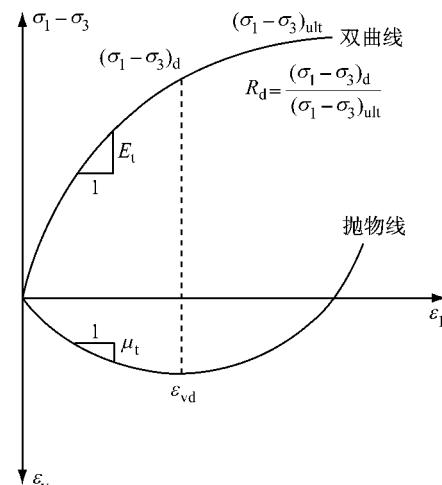


图1 三轴试验曲线的拟合

Fig.1 Fitting curves of triaxial tests

1.2 “南水”双屈服面模型模拟结果

采用“南水”双屈服面模型对某高土石坝堆石料三轴试验结果进行模拟。“南水”双屈服面模型参数见表1。试验数据和模拟结果见图2。其中,散点为试验结果,曲线为模拟结果。从图2a 轴向应力应变关系曲线中可以看出,尽管堆石料峰值摩擦角是根据

表1 三轴试验模型计算参数

Tab.1 Parameters for original model of triaxial tests

材料	$\varphi_0/(^\circ)$	$\Delta\varphi/(^\circ)$	K	K_{ur}	n	R_f	$c_d/\%$	n_d	R_d
堆石料	57.6	10.9	1 557.9	3 115.8	0.27	0.61	0.16	0.88	0.55

试验资料直接整理得出的,但式(1)并未合理反映出堆石料的破坏特点,主要原因是式(1)中破坏比参数($R_f < 1$)的运用,使材料在应力水平达到1时切线模量仍然始终为正,无法模拟应力不变条件下,应变无

限增长的破坏特点;“南水”双屈服面模型的另一个不足之处是,无论在低围压还是高围压状态下,均高估了堆石料的剪胀,如图2b所示,显然,抛物线型体变曲线不能很好模拟堆石料的剪胀(缩)规律.

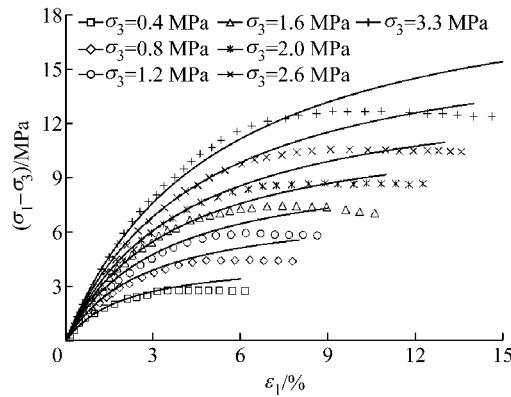
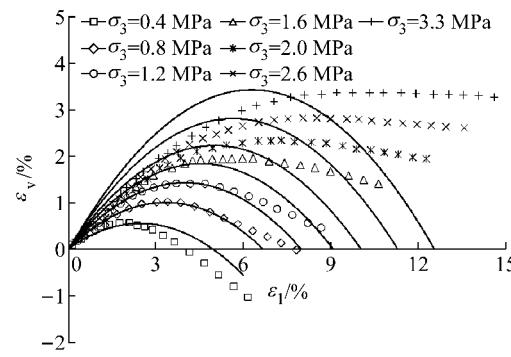
a $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_1$ 拟合曲线b $\epsilon_v - \epsilon_1$ 拟合曲线

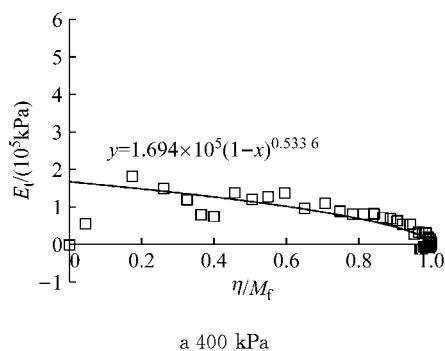
图2 试验与模型计算结果对比

Fig.2 Contrast between the test results and the calculated results of rockfill materials

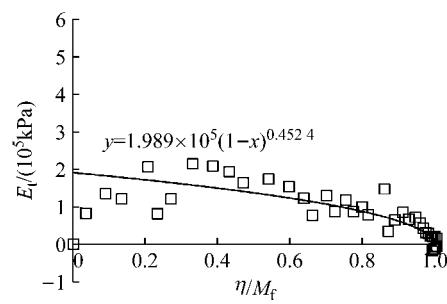
2 “南水”双屈服面模型的修正

2.1 堆石料的轴向应力-应变关系

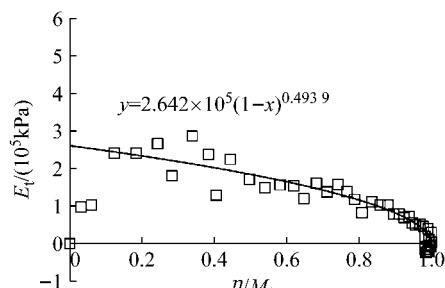
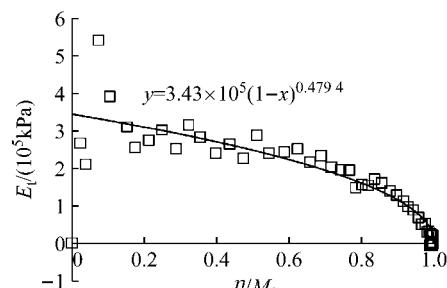
图3中整理了4种不同围压下堆石料切线模量与应力比的关系,图中横坐标为应力比 η 与峰值应力比 M_f 的比值,拟合曲线和方程表达式如图所示.



a 400 kPa



b 800 kPa

c 1200 kPa 下 E_t 与 η 的关系d 3000 kPa 下 E_t 与 η 的关系图3 不同围压下 E_t 与 η 的关系Fig.3 Relationship between E_t and η under different confining pressures

从图中可以看出,初始切线模量 E_t 与围压 σ_3 相关,围压越大,初始模量越大,此处仍采用以下公式^[7]:

$$E_t = K \cdot p_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \quad (8)$$

式中: K 和 n 是两个参数,可根据不同围压的试验值求出.

加载过程中,随着应力比 $\eta(\eta=q/p)$ 的增加,切线模量 E_t 逐渐衰减。在 η 达到峰值应力比后, E_t 最终趋于 0。本文采用式(7)描述切线模量 E_t 的变化规律:

$$E_t = \left(1 - \frac{\eta}{M_f}\right)^{\alpha} \cdot K \cdot p_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \quad (9)$$

式中: α 为量纲一参数; M_f 为峰值应力比,确定如下:

$$M_f = \frac{6 \sin \varphi_f}{3 - \sin \varphi_f} \quad (10)$$

式中, φ_f 为峰值摩擦角,用来描述堆石料的强度非线性特性,由式(2)计算确定^[8]。

显然, $\eta=M_f$ 时,切线模量 $E_t=0$ 。此时,在不施加轴向应力的情况下,轴向应变持续发展,达到破坏状态。

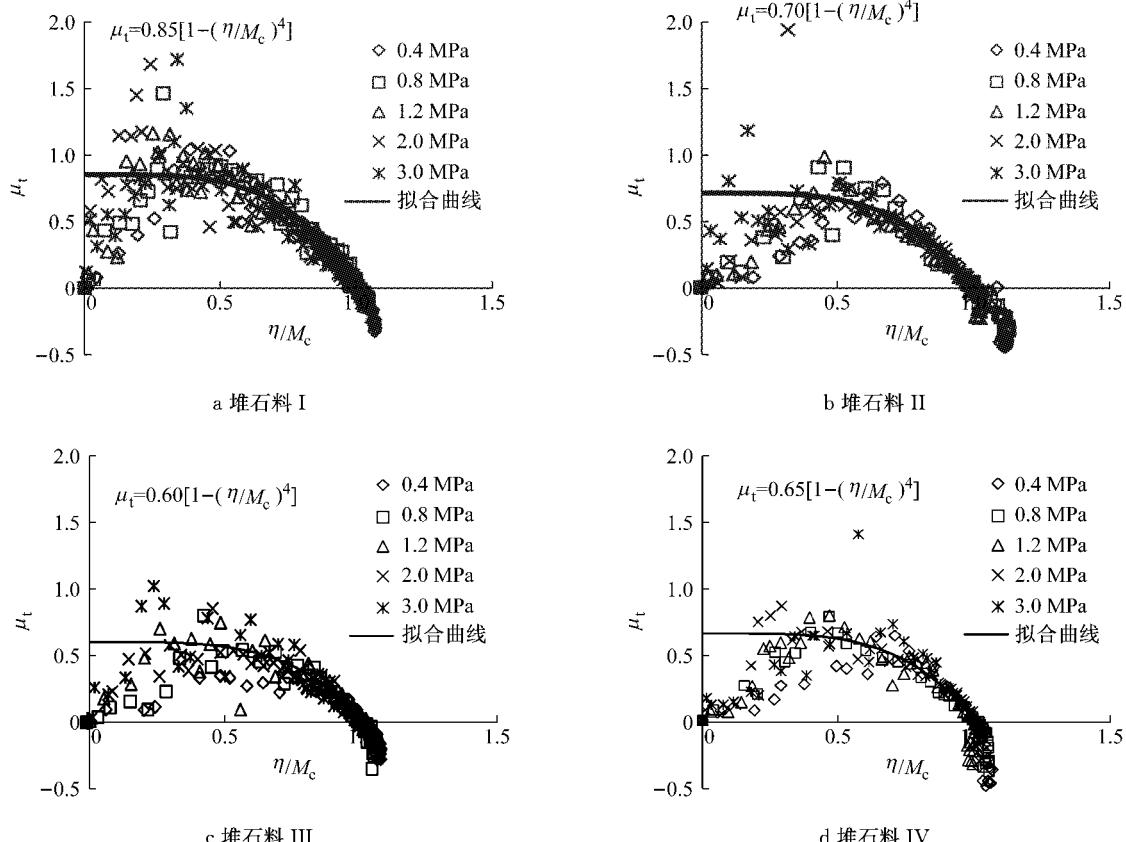


图 4 4 种材料不同围压下 μ_t 与 η 的关系

Fig.4 Relationship of different materials between μ_t and η under different confining pressures

基于上述分析,本文采用式(11)描述切线体积比 μ_t 随应力比 η 的变化:

$$\mu_t = \mu_{t0} \left(1 - \left(\frac{\eta}{M_c}\right)^4\right) \quad (11)$$

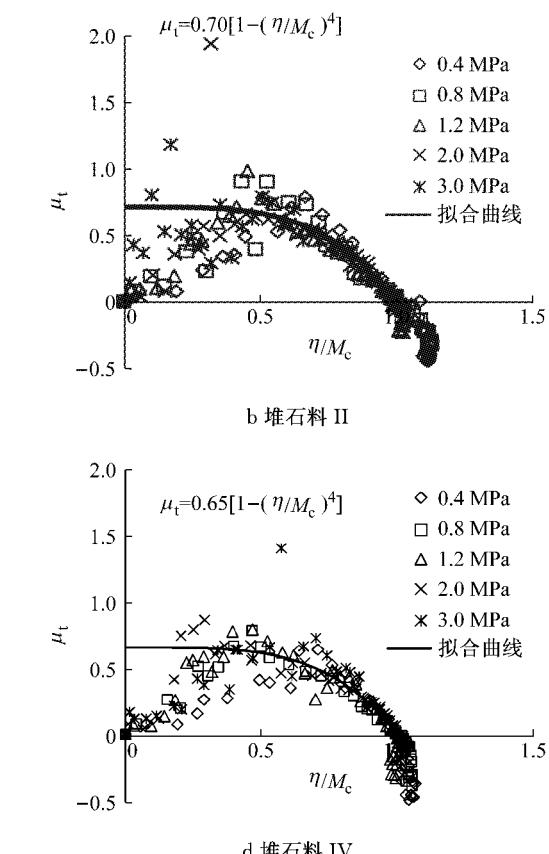
式中: μ_{t0} 为初始切线体积比; M_c 定义为临胀应力比,由式(12)确定:

$$M_c = \frac{6 \sin \psi_c}{3 - \sin \psi_c} \quad (12)$$

2.2 堆石料的体变特性

图 4 中绘制了 4 种堆石料在不同围压下切线体积比与应力比的关系。图中横坐标为应力比 η 与某一临界状态应力比 M_c 的比值,拟合曲线和方程表达式如图 4 所示。

从图中可以看出,在初始加载阶段,切线体积比 μ_t 很快地发展到最大值,然后随着应力比 η 的增加, μ_t 逐渐减小,而大部分点都位于 μ_t 的减小区。需要指出的是,在最初加载发生的一瞬,试样实际上是有体变发生的,至于一开始 μ_t 值为零,是由于试验中排水管道过长,水未来得及排出,体积变化发生滞后所致。



式中, ψ_c 为临胀摩擦角,用来描述堆石料的剪胀(缩)性与围压 σ_3 之间的非线性关系,即:

$$\psi_c = \psi_0 - \Delta\psi \cdot \lg(\sigma_3/p_a) \quad (13)$$

式中: p_a 为标准大气压,101 kPa; ψ_0 为围压 σ_3 为大气压力 p_a 时的剪胀摩擦角; $\Delta\psi$ 为围压 σ_3 增加一个数量级时剪胀摩擦角降低的幅度。

显然,三轴试验条件下,初始切线体积比 $\mu_{t0} < 1$ 。而当 $\eta=M_c$ 时, $\mu_t=0$, 此时为体积由剪缩变为剪

胀的转折点。剪胀特征点对应的摩擦角称为临胀摩擦角 ϕ_c , 其对应的应力比即为临胀应力比 M_c 。

综上所述,“南水”双屈服面模型修正后的两个基本变量切线模量 E_t 和切线体积比 μ_t 可以表示为应力比 η 的函数:

$$\begin{cases} E_t = \left(1 - \frac{\eta}{M_f}\right)^a \cdot K \cdot p_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \\ \mu_t = \mu_{t0} \left(1 - \left(\frac{\eta}{M_c}\right)^4\right) \end{cases} \quad (14)$$

式中: M_f 为峰值应力比; M_c 为临胀应力比, μ_{t0} 为初始切线体积比。修正后, 幂次 a 代替原模型中破坏比 R_f 参数; μ_{t0} 、 ϕ_0 、 $\Delta\phi$ 代替原模型中 c_d 、 n_d 、 R_d 三个参数。

3 参数确定与模型验证

3.1 参数测定

峰值应力比 M_f 和临胀应力比 M_c 分别由峰值摩擦角 φ_f 和临胀摩擦角 ϕ_c 计算确定。峰值摩擦角参数 φ_0 、 $\Delta\varphi$ 由 $\varphi_f \sim \lg(p/p_a)$ 关系曲线的截距和斜率确

定, 剪胀摩擦角参数 ϕ_0 、 $\Delta\phi$ 由 ϕ_c 与 $\lg(p/p_a)$ 关系曲线的截距和斜率确定; 参数 a 通过拟合 $E_t-\eta$ 曲线确定。与“南水”模型相比, 修正后的模型参数个数并未增加, 且均可由三轴固结排水剪切试验确定。

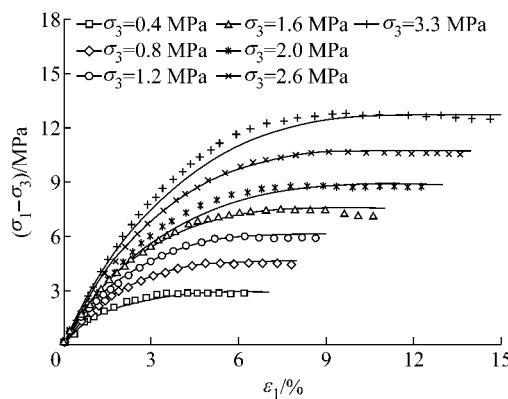
3.2 不同堆石料的试验验证

将本文建议的切线模量 E_t 和切线体积比 μ_t 的表达式引入到南水模型, 并对某面板堆石坝两种典型筑坝堆石料的三轴试验进行了模拟。堆石料 I 岩性为玄武岩, 属坚硬岩; 堆石料 II 岩性为灰岩, 岩石坚硬, 呈弱风化较完整状态。表 2 为相应的模型计算参数, 图 5 和图 6 中对比了两种材料的试验和模拟结果。从图中可以看出, 通过修改切线模量表达式, 修正模型较好地反映了堆石料在不同围压下的破坏情况, 即应力不变时应变的无限发展; 通过修改切线体积比表达式, 修正模型能够较好地反映堆石料的初始剪缩, 且克服了原始模型后期剪胀过大的缺点。临胀应力比相关的两个摩擦角参数的引入能够合理地反映堆石料低围压下剪胀, 高围压下剪缩的特点。

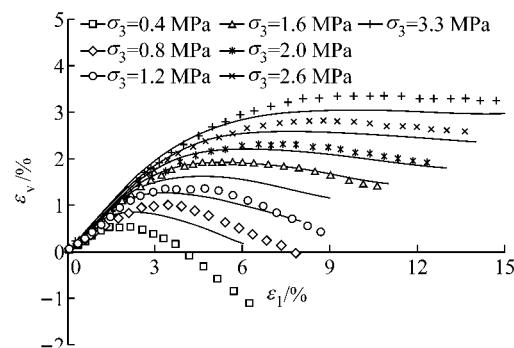
表 2 三轴试验修正模型计算参数

Tab. 2 Parameters for modified model of triaxial tests

材料	$\varphi_0/^\circ$	$\Delta\varphi/^\circ$	$\phi_0/^\circ$	$\Delta\phi/^\circ$	μ_{t0}	K	K_{ur}	n	α
堆石料 I	57.6	10.9	52.1	7.4	0.8	1 557.9	3 115.8	0.27	0.6
堆石料 II	57.3	10.7	51.7	7.4	0.8	1 415.8	2 831.6	0.36	0.8



a 堆石料 I, $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_1$



b 堆石料 I, $\epsilon_v - \epsilon_1$

图 5 堆石料 I 拟合曲线

Fig. 5 Fitting curves of rockfill material I

3.3 不同应力路径的试验验证

为验证修正模型的适用性, 对某高心墙堆石坝主堆石料弱风化花岗岩 3 种不同应力路径下的试验进行了模拟。三种应力路径分别为三轴压缩试验($k = d\sigma_3/d\sigma_1 = 0$)、等 p 加载($k = -0.5$)和等比例加载($k = 0.4$)。每种应力路径都进行了一个卸载和再加载的循环。常规三轴在轴向应变达到 15% 时进行卸载再加载; 等 p 试验在即将达到破坏强度时, 按原路

径卸载至 $q=0$, 再保持 p 不变, 增大 q , 加载至试样破坏; 等应力比试验在围压力达到 1.6 MPa 时进行一个卸载和再加载的循环, 再加载到围压至 2.5 MPa 时结束试验^[9]。根据室内常规三轴排水剪切试验确定了该堆石料的本构模型参数, 见表 3。本文只模拟单调加载的情况, 模拟结果与试验结果的对比见图 7—9。

由图 7—9 可以看出: (1) $k < 0$ 时, 低围压下堆石

料很快产生剪胀，剪缩过程较短，随着围压的增大，剪胀程度逐渐减弱直至只有剪缩发生。修正“南水”

模型较好地反映了堆石料这一剪胀(缩)规律；(2) $k > 0$ 时，模型预测的体积变形与轴向变形基本呈线性

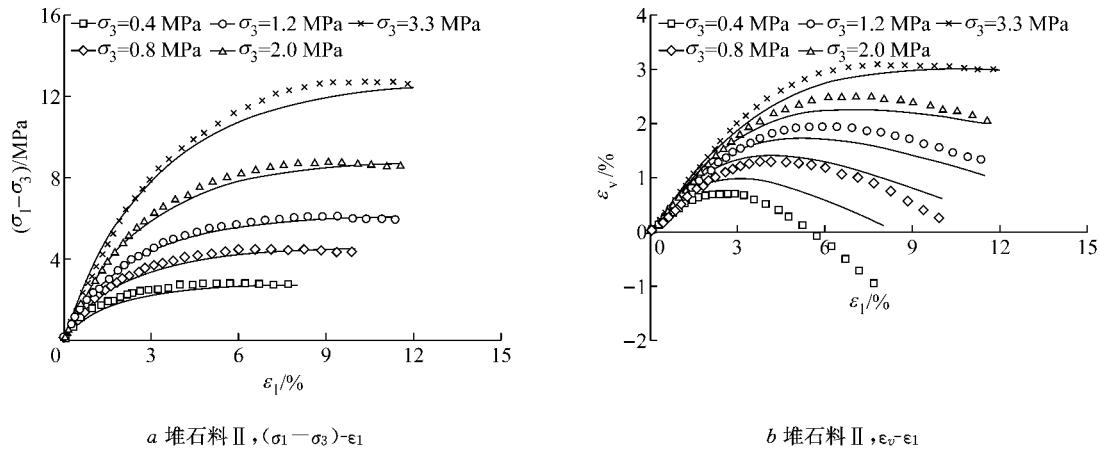


图6 堆石料Ⅱ拟合曲线
Fig.6 Fitting curves of rockfill material Ⅱ

表3 三轴试验修正模型计算参数

Tab.3 Parameters for modified model of triaxial tests

材料	$\varphi/(^\circ)$	$\Delta\varphi/(^\circ)$	$\psi/(^\circ)$	$\Delta\psi/(^\circ)$	μ_{t0}	K	K_{ur}	n	α
堆石料 III	49.4	9.0	47.2	7.1	0.95	710.0	1 420.0	0.25	0.8

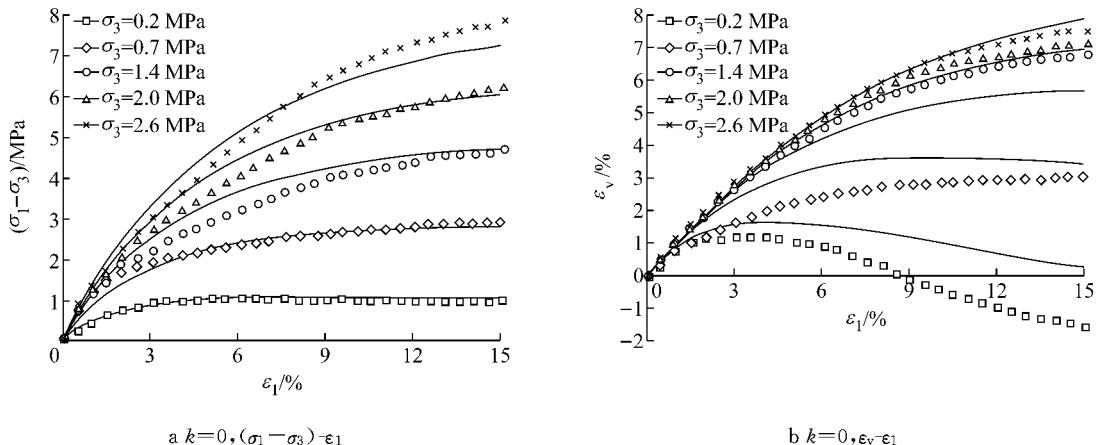


图7 常规三轴压缩试验结果拟合曲线
Fig.7 Fitting curves of experimental results under the conventional loading conditions

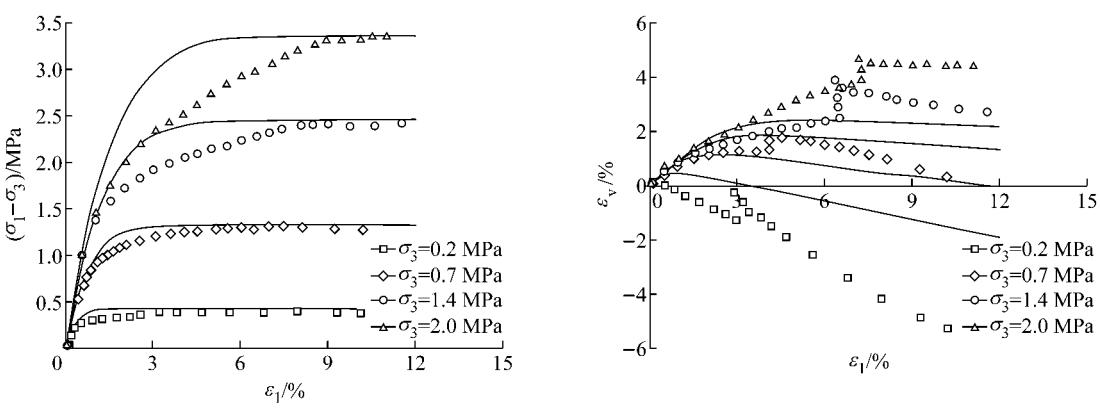


图8 等 p 加载条件下试验结果拟合曲线

Fig.8 Fitting curves of experimental results under the constant mean principal stress loading conditions

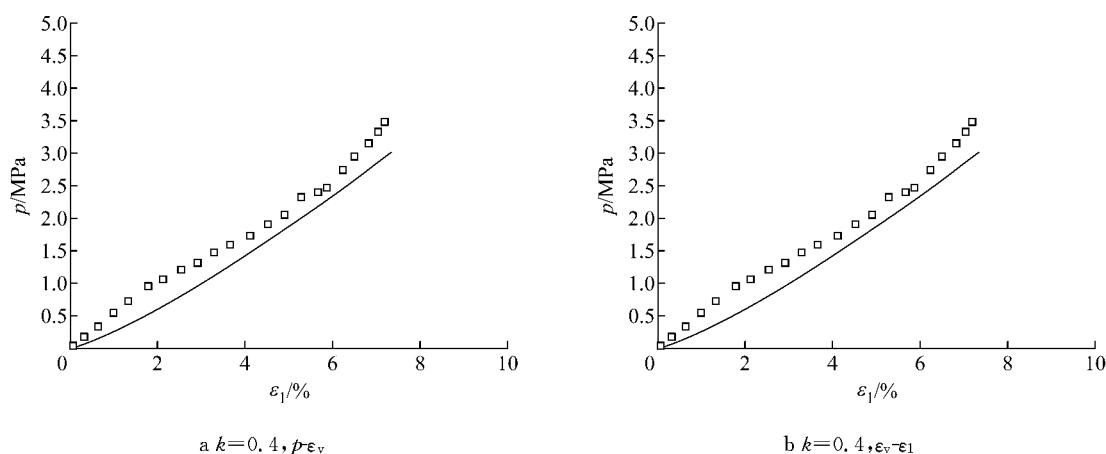


图9 等比例加载条件下试验结果拟合曲线

Fig.9 Fitting curves of experimental results under the constant stress-ratio loading conditions

关系,在应变较小时与试验结果吻合良好,但当应变较大时,模型预测结果与试验结果差异增加。但总体而言,修正模型可以较好地预测不同应力路径下堆石料的应力-应变关系。

4 结论

通过分析三轴压缩试验结果,分别建立了切线模量 E_t 和切线体积比 μ_t 与应力比 η 的关系表达式,并将其引入南水双屈服面模型中,修正了“南水”双屈服面模型在反映堆石料破坏和剪胀(缩)变化规律方面的不足。修正后的“南水”模型具有下述 3 个特点:

(1) 模型在切线模量中未使用破坏比参数,修正后切线模量最终趋于 0,较好地反映了堆石料在达到峰值应力后保持不变,应变持续发展的破坏特点;

(2) 在切线体积比中引入临胀应力比 M_c ,通过剪胀摩擦角 ϕ_c 较好地反映了堆石料在低围压下剪胀,高围压下剪缩的剪胀(缩)的变化规律;

(3) 修正“南水”模型未增加试验参数,且各参数均可由室内常规三轴试验确定。

运用不同堆石料,多种围压和应力路径下的试验结果对修正“南水”模型进行了验证,表明其可更好地反映堆石料的强度和剪胀(缩)特性。

参考文献:

- [1] 秦红玉, 刘汉龙, 高玉峰, 等. 粗粒料强度和变形的大型三轴试验研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(10): 1575.
QIN Hongyu, LIU Hanlong, GAO Yufeng, et al. Research on strength and deformation behavior of coarse aggregates based on large-scale triaxial tests[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(10): 1575.
- [2] Duncan J M, Chang C Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1970, 96(5), 1629.
- [3] 沈珠江. 土体应力应变分析的一种新模型[C]//第五届土力学及基础工程学术讨论会论文集. 北京: 中国建筑工业出版社, 1990: 101-105.
SHEN Zhujiang. A new constitutive model for soils [C] // Proceedings of the 5th Chinese Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Beijing: China Architecture & Building Press, 1990: 101-105.
- [4] 张丙印, 贾延安, 张宗亮. 堆石体修正 Rowe 剪胀方程与南水模型[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(10): 1443.
ZHANG Bingyin, JIA Yanan, ZHANG Zongliang. Modified Rowe's dilatancy law of rockfill and Shen Zhujiang's double yield surfaces elastoplastic model [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(10): 1443.
- [5] 米占宽, 李国英, 陈生水. 基于破碎能耗的粗颗粒料本构模型[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(10): 1801.
MI Zhankuan, LI Guoying, CHEN Shengshui. Constitutive model for coarse granular materials based on breakage energy [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(10): 1801.
- [6] 朱百里, 沈珠江. 计算土力学[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1990.
ZHU Baili, SHEN Zhujiang. Computational soil mechanics[M]. Shanghai: Shanghai science and Technology Press, 1990.
- [7] Janbu N. Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests[C]// Proceeding of the European Confence on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Essen: Deutsche Gesellschaft für Erd-und Grundbau. e. V., 1963: 259-263.
- [8] 陈生水, 傅中志, 韩华强, 等. 一个考虑颗粒破碎的堆石料弹性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(10): 1489.
CHEN Shengshui, FU Zhongzhi, HAN Huaiqiang, et al. An elastoplastic model for rockfill materials considering particle breakage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(10): 1489.
- [9] 杨光, 孙逊, 于玉贞, 等. 不同应力路径下粗粒料力学特性试验研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(4): 1118.
YANG Guang, SUN Xun, YU Yuzheng, et al. Experimental study of mechanical behavior of a coarse-grained material under various stress paths[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(4): 1118.