

自主车辆线性时变模型预测路径跟踪控制

张亮修¹, 吴光强^{1,2}, 郭晓晓¹

(1. 同济大学汽车学院, 上海 201804; 2. 东京大学生产技术研究所, 东京 153-8505)

摘要: 为提高自主车辆路径跟踪控制的实时性和鲁棒性, 研究一种线性时变模型预测路径跟踪控制方法. 建立用于控制器仿真验证的纵向 & 侧向二维车辆非线性动力学模型; 从二轮三自由度模型出发, 推导出线性时变路径跟踪预测模型; 引入向量松弛因子解决优化求解过程中硬约束导致的控制算法非可行解问题, 基于模型预测控制理论将路径跟踪控制算法转化为带软约束的在线二次规划问题; 最后通过 Matlab/Simulink 实现车辆动力学建模和控制器设计, 双移线工况仿真结果表明, 所设计的控制器能够适应不同车速、不同设计参数的鲁棒性要求.

关键词: 自主车辆; 线性时变模型; 向量松弛因子; 模型预测控制; 路径跟踪

中图分类号: TP242.6

文献标志码: A

Path Tracking Using Linear Time-varying Model Predictive Control for Autonomous Vehicle

ZHANG Liangxiu¹, WU Guangqiang^{1,2}, GUO Xiaoxiao¹

(1. College of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Institute of Industrial Science, the University of Tokyo, Tokyo 153-8505, Japan)

Abstract: In order to improve real-time robustness of autonomous vehicle, a path tracking approach based on linear time-varying model predictive control is investigated. The longitudinal and lateral vehicle nonlinear dynamics model is established for verification of controller simulation. Starting from two-wheeled model with 3 degrees of freedom (DOFs), linear time-varying path tracking predictive model is deduced. Vector relaxation factors are introduced to deal with the non-feasible solution caused by the hard constraints in the optimization process. Based on model predictive control theory, the design of path tracking algorithm can be transformed into an online quadratic programming problem

with soft constraints. Finally, both vehicle modeling and controller design are realized based on the Matlab/Simulink software, simulation results of double lane change show that the controller can adapt to robustness of different speeds and design parameters.

Key words: autonomous vehicle; linear time-varying model; vector relaxation factors; model predictive control; path tracking

路径跟踪控制是自主车辆的关键技术, 主要通过主动车轮转向或差动制动实现. 国内外学者对自主车辆路径跟踪问题进行了研究, 提出了 proportion integration differentiation (PID) 控制^[1]、自抗扰控制^[2]、模糊自适应纯追踪模型控制^[3]、模型预测控制^[4-5]等多种方法. 但由于差动制动会影响到车辆纵向运动, 且因高速车辆路径跟踪的复杂性和不确定性, 通过前轮主动转向实现复杂工况下的实时路径跟踪是目前技术难点.

模型预测控制(model predictive control, MPC)是20世纪70年代后期提出并于近年来被广泛应用的一种新型控制方法. MPC利用历史信息以及预测模型, 通过对未来时刻的性能指标在线滚动优化, 并根据实测对象的输出进行反馈校正, 修正预测模型, 将控制策略的设计转化为一个在线的优化命题. 预测模型、滚动优化、反馈校正为预测控制的三个基本特征^[6]. MPC被应用于自适应巡航^[7]、主动前轮转向^[8]、底盘集成控制^[9]等, 能够有效处理多个优化目标以及系统约束问题, 并能及时弥补模型失配、时变、干扰等引起的不确定性等, 适合于自主车辆的路径跟踪控制.

本文从自主车辆路径跟踪控制的实时性和鲁棒性角度, 研究了线性时变模型预测路径跟踪控制方

收稿日期: 2015-07-02

基金项目: 国家自然科学基金(51575393); 上海汽车工业科技发展基金会项目(1526)

第一作者: 张亮修(1982—), 男, 博士生, 主要研究方向为车辆动力学集成控制技术. E-mail: zhangliangxiu@163.com

通讯作者: 吴光强(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为汽车现代设计理论与方法以及车辆动力学及其控制. E-mail: wuguangqiang@tongji.edu.cn

法. 首先建立了用于控制器仿真验证的车辆非线性动力学模型; 其次, 从二轮车辆模型出发, 推导出线性时变路径跟踪预测模型; 然后推导出预测优化问题的矩阵表达式, 将线性时变模型预测路径跟踪控制转化为带约束的在线二次规划问题; 最后通过 Matlab/Simulink 实现车辆动力学建模和控制器设计, 仿真验证控制器的可行性和鲁棒性.

1 车辆动力学建模

车辆动力学模型是控制系统设计和功能实现的基础. 建立如图 1 所示的纵向和侧向二维车辆动力学模型, 图中, $X-O-Y$, $x-o-y$ 和 $\bar{x}-\bar{o}-\bar{y}$ 分别表示惯性坐标系、车辆坐标系和轮胎坐标系; a 和 b 分别为车辆质心到前、后轴距离; c 为轮距; u , v 和 ω_r 分别为车辆的纵向速度、侧向速度和横摆角速度; β 为车辆质心侧偏角; Ψ 为横摆角度, 满足 $\omega_r = \dot{\Psi}$; δ_i 为前轮转角; α_{ij} ($ij = \text{fl, fr, rl, rr}$) 为左前、右前、左后、右后四个车轮的侧偏角; $F_{ij, \bar{x}}$ 和 $F_{ij, \bar{y}}$ ($ij = \text{fl, fr, rl, rr}$) 分别为四个车轮所受的纵向轮胎力和侧向轮胎力.

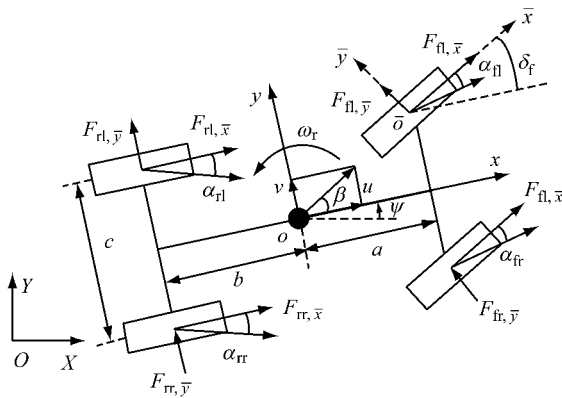


图 1 车辆动力学模型

Fig. 1 Vehicle dynamic model

考虑车辆纵向、侧向和横摆运动, 建立动力学方程如下:

$$m(\dot{u} - v\omega_r) = \sum F_x \quad (1a)$$

$$m(\dot{v} + u\omega_r) = \sum F_y \quad (1b)$$

$$I_z \dot{\omega}_r = \sum M_z \quad (1c)$$

式中: m 为整车质量; I_z 为车辆横摆转动惯量; $\sum F_x$ 为车辆在 x 方向受到的外力; $\sum F_y$ 为车辆在 y 方向受到的外力; $\sum M_z$ 为车辆在 z 方向受到的外

力矩.

在不考虑空气作用力情况下, $\sum F_x$, $\sum F_y$, $\sum M_z$ 主要由地面轮胎力提供, 即

$$\sum F_x = (F_{\text{fl}, \bar{x}} + F_{\text{fr}, \bar{x}}) \cos \delta_i - (F_{\text{fl}, \bar{y}} + F_{\text{fr}, \bar{y}}) \cdot \sin \delta_i + F_{\text{rl}, \bar{x}} + F_{\text{rr}, \bar{x}} \quad (2a)$$

$$\sum F_y = (F_{\text{fl}, \bar{x}} + F_{\text{fr}, \bar{x}}) \sin \delta_i + (F_{\text{fl}, \bar{y}} + F_{\text{fr}, \bar{y}}) \cdot \cos \delta_i + F_{\text{rl}, \bar{y}} + F_{\text{rr}, \bar{y}} \quad (2b)$$

$$\sum M_z = a[(F_{\text{fl}, \bar{x}} + F_{\text{fr}, \bar{x}}) \sin \delta_i + (F_{\text{fl}, \bar{y}} + F_{\text{fr}, \bar{y}}) \cos \delta_i] - b(F_{\text{rl}, \bar{y}} + F_{\text{rr}, \bar{y}}) + \frac{c}{2}[(-F_{\text{fl}, \bar{x}} + F_{\text{fr}, \bar{x}}) \cos \delta_i + (F_{\text{fl}, \bar{y}} - F_{\text{fr}, \bar{y}}) \sin \delta_i - F_{\text{rl}, \bar{x}} + F_{\text{rr}, \bar{x}}] \quad (2c)$$

式中, 地面轮胎力 $F_{ij, \bar{x}}$, $F_{ij, \bar{y}}$ ($ij = \text{fl, fr, rl, rr}$) 利用纵滑-侧偏联合工况下的 Uni-Tire 轮胎模型^[10]得到, 即

$$\begin{cases} F_{ij, \bar{x}} = -\mu_x F_z \bar{F} \varphi_x / \varphi \\ F_{ij, \bar{y}} = -\mu_y F_z \bar{F} \varphi_y / \varphi \end{cases} \quad (3)$$

式中, μ_x , μ_y 为纵向附着系数和侧向附着系数; F_z 为车轮垂直载荷; \bar{F} 为总切向力, 量纲为一, $\bar{F} = 1 - \exp[-\varphi - E_1 \varphi^2 - (\frac{1}{12} + E_1^2) \varphi^3]$; E_1 为曲率系数; φ_x , φ_y 为相对纵向滑移率和相对侧向滑移率; φ 为相对总滑移率, $\varphi = \sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}$.

惯性坐标系下车辆的运动表示为

$$\bar{X} = u \cos \Psi - v \sin \Psi \quad (4a)$$

$$\bar{Y} = u \sin \Psi + v \cos \Psi \quad (4b)$$

式中, \bar{X} 和 \bar{Y} 为惯性坐标系下车辆纵向速度和侧向速度, 分别对其积分可以得到车辆纵向位移和侧向位移.

联合式(1a)~(4b)建立非线性车辆系统动力学模型(Nonlinear Vehicle System Dynamics Model, 简称 NVSDM), 此模型具有高度的非线性和耦合性, 用作控制器效果的仿真验证.

2 线性时变预测模型

2.1 二轮三自由度车辆模型

轮胎模型的非线性因素使得 NVSDM 难以直接用于控制器的设计, 假设图 1 所示四轮车辆模型关于车辆纵向平面对称, 得到经典的二轮三自由度车

辆模型,如图 2 所示。

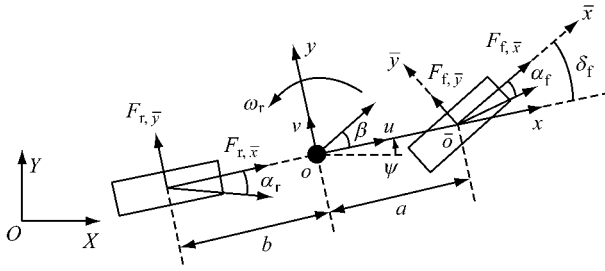


图 2 二轮三自由度车辆模型

Fig.2 Two-wheeled model with 3 degrees of freedom

此时, $\sum F_x$, $\sum F_y$ 和 $\sum M_z$ 变为

$$\sum F_x = 2(F_{f,\bar{x}} \cos \delta_f - F_{f,\bar{y}} \sin \delta_f + F_{r,\bar{x}}) \quad (5a)$$

$$\sum F_y = 2(F_{f,\bar{x}} \sin \delta_f + F_{f,\bar{y}} \cos \delta_f + F_{r,\bar{y}}) \quad (5b)$$

$$\sum M_z = 2[a \cdot (F_{f,\bar{x}} \sin \delta_f + F_{f,\bar{y}} \cos \delta_f) - bF_{r,\bar{y}}] \quad (5c)$$

式中, $F_{i,\bar{x}}$, $F_{i,\bar{y}}$ ($i=f,r$) 表示前、后车轮的纵向轮胎力和侧向轮胎力,在车轮纵向滑移率和轮胎侧偏角较小时,地面轮胎力可以用线性函数近似描述^[11],即

$$F_{i,\bar{x}} = k_{i,\bar{x}} \cdot s_i \quad (6a)$$

$$F_{i,\bar{y}} = k_{i,\bar{y}} \cdot \alpha_i \quad (6b)$$

式中: $k_{i,\bar{x}}$ 为前、后轮胎的纵向刚度; s_i 为前、后车轮的纵向滑移率; $k_{i,\bar{y}}$ 前、后轮胎的侧偏刚度; α_i 为前、后轮胎的侧偏角度, ($i=f,r$)。

前、后轮的侧偏角近似表示为

$$\alpha_f = \frac{v + a\omega_r}{u} - \delta_f \quad (7a)$$

$$\alpha_r = \frac{v - b\omega_r}{u} \quad (7b)$$

将式(6a)一式(7b)代入式(5a)一式(5c)中,并联合式(1a)一式(1c)得到前轮转角较小 ($\cos \delta_f \approx 1$, $\sin \delta_f \approx \delta_f$) 和轮胎模型线性化后的车辆动力学模型,即

$$m(\dot{u} - v\omega_r) = 2(k_{f,\bar{x}} s_f - k_{f,\bar{y}} (\frac{v+a\omega_r}{u} - \delta_f)) \delta_f + k_{r,\bar{x}} s_r \quad (8a)$$

$$m(\dot{v} + u\omega_r) = 2(k_{f,\bar{x}} s_f \delta_f + k_{f,\bar{y}} (\frac{v+a\omega_r}{u} - \delta_f)) + k_{r,\bar{y}} \frac{v-b\omega_r}{u} \quad (8b)$$

$$I_z \dot{\omega}_r = 2(a(k_{f,\bar{x}} s_f \delta_f + k_{f,\bar{y}} \cdot (\frac{v+a\omega_r}{u} - \delta_f)) - bk_{r,\bar{y}} \frac{v-b\omega_r}{u}) \quad (8c)$$

将式(8a)一式(8c)和惯性坐标系下的车辆运动方

程式, (4a)和式(4b)用状态空间形式表示,即

$$\dot{\xi} = f(\xi, u_c) \quad (9a)$$

$$\eta = h \cdot \xi \quad (9b)$$

其中,状态变量 $\xi = [v, u, \Psi, \omega_r, Y, X]^T$; 控制量 $u_c =$

$$\delta_f; \quad h = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \text{输出量为 } \eta =$$

$[\Psi, Y]^T$; Y 和 X 分别为车辆侧向位移和纵向位移。

2.2 线性时变预测模型推导

为便于控制器的设计,将式(9a)与式(9b)写为离散形式,并用 $F(*)$ 表示

$$\xi(t+1) = \xi(t) + T \cdot f(\xi(t), u_c(t)) = F(\xi(t), u_c(t)) \quad (10a)$$

$$\eta(t) = h \cdot \xi(t) \quad (10b)$$

式中, T 为离散系统采样时间。

线性化和离散化后的车辆系统仍具有非线性因素,非线性模型预测控制难以满足控制器实时性要求,且直接导致了复杂的非线性约束^[12],因此还要对式(10a)和式(10b)进行进一步的线性化,得到线性时变预测模型。

考虑非线性车辆系统式(10a)和式(10b)的工作点 $[\xi_0, u_{c0}]$, $\hat{\xi}_0(k)$ 为该系统施加持续控制量 u_{c0} 后的状态轨迹,即满足

$$\hat{\xi}_0(k+1) = F(\hat{\xi}_0(k), u_c(k)) \quad (11a)$$

$$u_c(k) = u_{c0} \quad (11b)$$

$$\hat{\xi}_0(0) = \xi_0 \quad (11c)$$

将非线性系统(10a)在工作点 $[\xi_0, u_{c0}]$ 用泰勒公式展开,只保留一阶项,得到

$$\xi(k+1) = F(\hat{\xi}_0(k), u_c(k)) + \mathbf{A}_{k,0}(\xi(k) - \hat{\xi}_0(k)) + \mathbf{B}_{k,0}(u_c(k) - u_{c0}) \quad (12)$$

其中 $\mathbf{A}_{k,0} = \frac{\partial F}{\partial \xi} \Big|_{\hat{\xi}_0(k), u_{c0}}$ 为 F 相对于 ξ 的 Jacobian 矩阵, $\mathbf{B}_{k,0} = \frac{\partial F}{\partial u_c} \Big|_{\hat{\xi}_0(k), u_{c0}}$ 为 F 相对于 u_c 的 Jacobian 矩阵。

用式(12)减去式(11a),可以得到

$$\xi(k+1) - \hat{\xi}_0(k+1) = \mathbf{A}_{k,0}(\xi(k) - \hat{\xi}_0(k)) + \mathbf{B}_{k,0}(u_c(k) - u_{c0}) \quad (13)$$

进一步整理为

$$\xi(k+1) = \mathbf{A}_{k,0} \xi(k) + \mathbf{B}_{k,0} u_c(k) + \mathbf{d}_{k,0}(k) \quad (14)$$

其中, $\mathbf{d}_{k,0} = \hat{\xi}_0(k+1) - \mathbf{A}_{k,0} \hat{\xi}_0(k) - \mathbf{B}_{k,0} u_{c0}$

在每个采样时刻 t , 式(14)可表示为

$$\xi(k+1) = \mathbf{A}_{k,t} \xi(k) + \mathbf{B}_{k,t} u_c(k) + \mathbf{d}_{k,t} \quad (15a)$$

$$\eta(k) = h \cdot \xi(k) \quad (15b)$$

式中,系数矩阵 $\mathbf{A}_{k,t}, \mathbf{B}_{k,t}, \mathbf{d}_{k,t}$ 都是线性时变矩阵,其表达式为

$$\mathbf{A}_{k,t} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & A_{14} & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & A_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ A_{41} & A_{42} & 0 & A_{44} & 0 & 0 \\ T \cos \Psi & T \sin \Psi & T u \cos \Psi - T v \sin \Psi & 0 & 1 & 0 \\ -T \sin \Psi & T \cos \Psi & -T v \cos \Psi - T u \sin \Psi & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中 $\mathbf{A}_{k,t}$ 各元素表达式为

$$\begin{aligned} A_{11} &= 1 - \frac{2T(k_{f,\bar{y}} + k_{r,\bar{y}})}{\mu u} \\ A_{12} &= \frac{2Tk_{f,\bar{y}}(v + a\omega_r) + 2Tk_{r,\bar{y}}(v - b\omega_r)}{\mu u^2} - T\omega_r \\ A_{14} &= -Tu + \frac{2T(bk_{r,\bar{y}} - ak_{f,\bar{y}})}{\mu u} \\ A_{21} &= T\omega_r - \frac{2k_{f,\bar{y}}\delta_f T}{\mu u} \\ A_{22} &= 1 + \frac{2Tk_{f,\bar{y}}\delta_f(v + a\omega_r)}{\mu u^2} \\ A_{24} &= Tv - \frac{2Tak_{f,\bar{y}}\delta_f}{\mu u} \\ A_{41} &= \frac{2T(bk_{r,\bar{y}} - ak_{f,\bar{y}})}{I_x u} \\ A_{42} &= \frac{2Tak_{f,\bar{y}}(v + a\omega_r) - 2Tbk_{r,\bar{y}}(v - b\omega_r)}{I_x u^2} \\ A_{44} &= 1 - \frac{-2T(a^2k_{f,\bar{y}} - b^2k_{r,\bar{y}})}{I_x u} \end{aligned}$$

$$\mathbf{B}_{k,t} = \begin{bmatrix} \frac{2Tk_{f,\bar{y}}}{m} \\ 2Tk_{f,\bar{y}}(2\delta_f - \frac{v+a\omega_r}{u})/m \\ 0 \\ 2Tak_{f,\bar{y}}/I_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{d}_{k,t} = \hat{\xi}_{k+1,t} - \mathbf{A}_{k,t}\hat{\xi}_{k,t} - \mathbf{B}_{k,t}u_{ct}$$

$$\begin{cases} u_{c \min} + \varepsilon_1 v_{1\min} \leq u_c \leq u_{c \max} + \varepsilon_1 v_{1\max} \\ \Delta u_{c \min} + \varepsilon_2 v_{2\min} \leq \Delta u_c \leq \Delta u_{c \max} + \varepsilon_2 v_{2\max} \\ \boldsymbol{\eta}_{\min} + \begin{bmatrix} \varepsilon_3 & 0 \\ 0 & \varepsilon_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{3\min} \\ v_{4\min} \end{bmatrix} \leq \boldsymbol{\eta} \leq \boldsymbol{\eta}_{\max} + \begin{bmatrix} \varepsilon_3 & 0 \\ 0 & \varepsilon_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{3\max} \\ v_{4\max} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (17)$$

式中, $u_{c \min}, \Delta u_{c \min}, \boldsymbol{\eta}_{\min}$ 分别为各约束下界; $u_{c \max}, \Delta u_{c \max}, \boldsymbol{\eta}_{\max}$ 分别为各约束上界; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ 为松弛因子; $v_{1\min}, v_{2\min}, v_{3\max}, v_{4\max}$ 约束下界松弛系数; $v_{1\max}, v_{2\max}, v_{3\max}, v_{4\max}$ 约束上界松弛系数。

车辆路径跟踪控制器的设计转化为下述问题:

$$\begin{aligned} &\min (16) \\ &\text{s. t. } (15a)(15b)(17) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\hat{\xi}_{k+1,t} = F(\hat{\xi}_{k,t}, u_{ct})$$

式(15a)与式(15b)即为推导出的线性时变预测模型(Linear Time-Varying Predictive Model, 简称 LTVPM),此模型为路径跟踪控制器设计的基础。

3 线性时变模型预测路径跟踪控制器

3.1 目标函数和 I/O 约束设计

目标函数和 I/O 约束是优化问题的主体. 目标函数要保证自主车辆快速且平稳地追踪参考路径, 为避免被控系统的控制量发生突变而影响控制量的连续性, 用控制增量取代控制量并加入向量松弛因子, 防止求解过程中出现无可行解的情况. 本文采用如下二次型形式的目标函数, 即

$$\begin{aligned} J &= \sum_{i=1}^{N_p} \left\{ [\bar{\boldsymbol{\eta}}(t+i|t) - \boldsymbol{\eta}_{\text{ref}}(t+i|t)]^T \right. \\ &\quad \left. \mathbf{Q}[\boldsymbol{\eta}(t+i|t) - \boldsymbol{\eta}_{\text{ref}}(t+i|t)] \right\} \\ &\quad + \sum_{i=0}^{N_c-1} \Delta u_c^T(t+i|t) \mathbf{R} \Delta u_c(t+i|t) \\ &\quad + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(t) \boldsymbol{\rho} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(t) \end{aligned} \quad (16)$$

式中, N_p 为预测时域; $\boldsymbol{\eta}_{\text{ref}}$ 为参考路径; N_c 为控制时域; $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}$ 为权重矩阵; Δu_c 为控制增量; $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 为向量松弛因子。

I/O 约束分别对控制量 u_c 、控制增量 Δu_c 和输出量 $\boldsymbol{\eta}$ 进行约束, 并加入松弛因子, 即

3.2 预测优化问题推导

引入新的状态变量形式^[5]

$$\bar{\xi}(k|t) = \begin{bmatrix} \xi(k|t) \\ u_c(k-1|t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

此时, 式(15a)和式(15b)可以表示为

$$\begin{aligned} \bar{\xi}(k+1|t) &= \bar{\mathbf{A}}_{k,t} \bar{\xi}(k|t) + \bar{\mathbf{B}}_{k,t} \Delta u_c(k|t) + \bar{\mathbf{d}}_{k,t} \end{aligned} \quad (20a)$$

$$\bar{\eta}(k|t) = \bar{C}_{k,t} \cdot \bar{\xi}(k|t) \quad (20b)$$

其中

$$\bar{A}_{k,t} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{k,t} & \mathbf{B}_{k,t} \\ \mathbf{0}_{1 \times 6} & 1 \end{bmatrix}; \bar{B}_{k,t} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{k,t} \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$\bar{d}_{k,t} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{k,t} \\ 0 \end{bmatrix}; \bar{C}_{k,t} = [\mathbf{C}_{k,t} \quad \mathbf{0}_{2 \times 1}];$$

式(20a)与式(20b)在预测时域 N_p 内的输出量表示为

$$\mathbf{Y}(t) = \Psi_t \xi(t|t) + \Theta_t \Delta \mathbf{U}(t) + \Gamma_t \Phi(t) \quad (21)$$

其中

$$\mathbf{Y}(t) = \begin{bmatrix} \bar{\eta}(t+1|t) \\ \bar{\eta}(t+2|t) \\ \dots \\ \bar{\eta}(t+N_c|t) \\ \dots \\ \bar{\eta}(t+N_p|t) \end{bmatrix}, \Psi_t = \begin{bmatrix} \bar{C}_{t+1,t} \bar{A}_{t,t} \\ \bar{C}_{t+2,t} \bar{A}_{t+1,t} \bar{A}_{t,t} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \bar{C}_{t+N,t} \prod_{i=t}^{t+N-1} \bar{A}_{i,t} \end{bmatrix}$$

$$\Delta \mathbf{U}(t) = \begin{bmatrix} \Delta u_c(t|t) \\ \Delta u_c(t+1|t) \\ \vdots \\ \Delta u_c(t+N_c-1|t) \end{bmatrix},$$

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \bar{d}(t|t) \\ \bar{d}(t+1|t) \\ \vdots \\ \bar{d}(t+N_p-1|t) \end{bmatrix}$$

$\Theta_t =$

$$\begin{bmatrix} \bar{C}_{t+1,t} \bar{B}_{t,t} & \mathbf{0}_{2 \times 1} & \dots & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \bar{C}_{t+2,t} \bar{A}_{t+1,t} \bar{B}_{t,t} & \bar{C}_{t+2,t} \bar{B}_{t+1,t} & \dots & \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{C}_{t+N_p,t} \prod_{i=t+1}^{t+N_p-1} \bar{A}_{i,t} \bar{B}_{i,t} & \bar{C}_{t+N_p,t} \prod_{i=t+2}^{t+N_p-1} \bar{A}_{i,t} \bar{B}_{i+1,t} & \dots & \Theta_{N_p N_c} \end{bmatrix}$$

$\Gamma_t =$

$$\begin{bmatrix} \bar{C}_{t+1,t} & \mathbf{0}_{2 \times 6} & \dots & \mathbf{0}_{2 \times 6} \\ \bar{C}_{t+2,t} \bar{A}_{t+1,t} & \bar{C}_{t+2,t} & \dots & \mathbf{0}_{2 \times 6} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{C}_{t+N_p,t} \prod_{i=t+1}^{t+N_p-1} \bar{A}_{i,t} & \bar{C}_{t+N_p,t} \prod_{i=t+2}^{t+N_p-1} \bar{A}_{i,t} & \dots & \bar{C}_{t+N_p,t} \end{bmatrix}$$

$$\Theta_{N_p N_c} = \bar{C}_{t+N_p,t} \prod_{i=t+N_c}^{t+N_p-1} \bar{A}_{i,t} \bar{B}_{t+N_c-1,t}$$

为了进一步提高控制器的实时性,认为:

$$\bar{A}_{k,t} = \bar{A}_{t,t}, k = t, t+1, \dots, t+N_p-1$$

$$\bar{B}_{k,t} = \bar{B}_{t,t}, k = t, t+1, \dots, t+N_c-1$$

联合(21)式,目标函数(16)写成如下形式:

$$\bar{J} = [\mathbf{Y}(t) - \mathbf{Y}_{\text{ref}}(t)]^T \bar{Q} [\mathbf{Y}(t) - \mathbf{Y}_{\text{ref}}(t)] - \Delta \mathbf{U}_c(t)^T \bar{R} \Delta \mathbf{U}_c(t) + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(t) \bar{\rho} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(t) \quad (22)$$

其中

$$\mathbf{Y}_{\text{ref}}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_{\text{ref}}(t+1|t) \\ \boldsymbol{\eta}_{\text{ref}}(t+2|t) \\ \dots \\ \boldsymbol{\eta}_{\text{ref}}(t+N_c|t) \\ \dots \\ \boldsymbol{\eta}_{\text{ref}}(t+N_p|t) \end{bmatrix}$$

$$\bar{Q} = \text{diag}(\mathbf{Q}, \mathbf{Q}, \dots, \mathbf{Q}), \bar{R} = \text{diag}(\mathbf{R}, \mathbf{R}, \dots, \mathbf{R})$$

进一步整理为:

$$\bar{J} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_c(t) \\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \end{bmatrix}^T \mathbf{K}_t^1 \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_c(t) \\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \end{bmatrix} + \mathbf{K}_t^2 \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_c(t) \\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \end{bmatrix} + \mathbf{E}_t^T \bar{Q} \mathbf{E}_t \quad (23)$$

式中: $\mathbf{K}_t^1 = \begin{bmatrix} 2(\Theta_t^T \bar{Q} \Theta_t + \bar{R}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 2\bar{\rho} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(N_c+4) \times (N_c+4)}$ 为

正定 Hessian 矩阵; $\mathbf{K}_t^2 = \begin{bmatrix} 2\mathbf{E}_t^T \bar{Q} \Theta_t & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{1 \times N_c}$;

$\mathbf{E}_t^T \bar{Q} \mathbf{E}_t$ 为常量, $\mathbf{E}_t = \mathbf{Y}_{\text{ref}} - \Psi_t \xi_t - \Gamma_t \Phi_t$ 为预测时域内期望路径与系统自由响应之间的跟踪误差。

预测优化问题需将公式(17)中的 I/O 约束也写成矩阵形式,即

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{\Delta u} & -\mathbf{V}_{1\text{max}} & \mathbf{0}_{N_c \times 1} & \mathbf{0}_{N_c \times 2} \\ -\mathbf{T}_{\Delta u} & \mathbf{V}_{1\text{min}} & \mathbf{0}_{N_c \times 1} & \mathbf{0}_{N_c \times 2} \\ \mathbf{I}_{\Delta u} & \mathbf{0}_{N_c \times 1} & -\mathbf{V}_{2\text{max}} & \mathbf{0}_{N_c \times 2} \\ -\mathbf{I}_{\Delta u} & \mathbf{0}_{N_c \times 1} & \mathbf{V}_{2\text{min}} & \mathbf{0}_{N_c \times 2} \\ \Theta & \mathbf{0}_{2N_p \times 1} & \mathbf{0}_{2N_p \times 1} & -\mathbf{V}_{34\text{max}} \\ -\Theta & \mathbf{0}_{2N_p \times 1} & \mathbf{0}_{2N_p \times 1} & \mathbf{V}_{34\text{min}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U} \\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} U_{\text{max}} - \mathbf{T}_u \cdot u(t-1) \\ -U_{\text{min}} + \mathbf{T}_u \cdot u(t-1) \\ \Delta U_{\text{max}} \\ -\Delta U_{\text{min}} \\ \mathbf{Y}_{\text{max}} - \Psi_t \bar{\xi} - \Gamma_t \Phi_t \\ -\mathbf{Y}_{\text{min}} + \Psi_t \bar{\xi} + \Gamma_t \Phi_t \end{bmatrix} \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned}
 \mathbf{T}_{\Delta u} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}}_{N_c \times N_c}, \mathbf{I}_{\Delta u} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{N_c \times N_c} \quad (26) \\
 \mathbf{T}_u &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}}_{N_c \times 1}, \mathbf{Y}_{\max} = \underbrace{\begin{bmatrix} \eta_{\max} \\ \eta_{\max} \\ \vdots \\ \eta_{\max} \end{bmatrix}}_{2N_p \times 1}, \mathbf{Y}_{\min} = \underbrace{\begin{bmatrix} \eta_{\min} \\ \eta_{\min} \\ \vdots \\ \eta_{\min} \end{bmatrix}}_{2N_p \times 1} \\
 \mathbf{V}_{1\max} &= \underbrace{\begin{bmatrix} v_{1\max} \\ v_{1\max} \\ \vdots \\ v_{1\max} \end{bmatrix}}_{N_c \times 1}, \mathbf{V}_{1\min} = \underbrace{\begin{bmatrix} v_{1\min} \\ v_{1\min} \\ \vdots \\ v_{1\min} \end{bmatrix}}_{N_c \times 1}, \mathbf{V}_{2\max} = \underbrace{\begin{bmatrix} v_{2\max} \\ v_{2\max} \\ \vdots \\ v_{2\max} \end{bmatrix}}_{N_c \times 1}, \\
 \mathbf{V}_{2\min} &= \underbrace{\begin{bmatrix} v_{2\min} \\ v_{2\min} \\ \vdots \\ v_{2\min} \end{bmatrix}}_{N_c \times 1}, \mathbf{V}_{34\max} = \underbrace{\begin{bmatrix} v_{34\max} \\ v_{34\max} \\ \vdots \\ v_{34\max} \end{bmatrix}}_{2N_p \times 2}, \mathbf{V}_{34\min} = \underbrace{\begin{bmatrix} v_{34\min} \\ v_{34\min} \\ \vdots \\ v_{34\min} \end{bmatrix}}_{2N_p \times 2} \\
 \mathbf{v}_{34\min} &= \begin{bmatrix} v_{3\min} & 0 \\ 0 & v_{4\min} \end{bmatrix}, \mathbf{v}_{34\max} = \begin{bmatrix} v_{3\max} & 0 \\ 0 & v_{4\max} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{U}_{c\max} &= \underbrace{\begin{bmatrix} u_{c\max} \\ u_{c\max} \\ \vdots \\ u_{c\max} \end{bmatrix}}_{N_c \times 1}, \mathbf{U}_{c\min} = \underbrace{\begin{bmatrix} u_{c\min} \\ u_{c\min} \\ \vdots \\ u_{c\min} \end{bmatrix}}_{N_c \times 1} \\
 \Delta \mathbf{U}_{c\max} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u_{c\max} \\ \Delta u_{c\max} \\ \vdots \\ \Delta u_{c\max} \end{bmatrix}}_{N_c \times 1}, \Delta \mathbf{U}_{c\min} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta u_{c\min} \\ \Delta u_{c\min} \\ \vdots \\ \Delta u_{c\min} \end{bmatrix}}_{N_c \times 1}
 \end{aligned}$$

此外,数值求解时优化变量还要给出一定的边界条件,即

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_{c\min} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_c \\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_{c\max} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} \quad (25)$$

其中, $\mathbf{M} = [m_1 \ m_2 \ m_3 \ m_4]^T$

3.3 线性时变模型预测路径跟踪控制

基于以上推导,线性时变模型预测路径跟踪控制最终转化为带约束的在线二次规划问题,即:

$$\min (23)$$

$$\text{s. t. } (24) (25)$$

在每个控制周期内,利用式(26)完成最优求解后,得到控制时域内的一系列控制输入增量和松弛因子,即

$$[\Delta \mathbf{U}_c^*(t) \ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^*] = [\Delta u_c^*(t|t), \Delta u_c^*(t+1|t), \dots, \Delta u_c^*(t+N_c-1|t), \boldsymbol{\varepsilon}_1^*, \boldsymbol{\varepsilon}_2^*, \boldsymbol{\varepsilon}_3^*, \boldsymbol{\varepsilon}_4^*]^T \quad (27)$$

将第一个分量 $\Delta u_c^*(t)$ 作为实际的控制输入增量作用于控制对象,最优控制量 $u_c^*(t)$ 为

$$u_c^*(t) = u_c^*(t-1|t) + \Delta u_c^*(t|t) \quad (28)$$

进入下一个控制周期后,重复上述过程,通过在线滚动优化实现对期望路径的跟踪控制。

4 仿真实验

4.1 车辆参数和仿真工况设置

基于 matlab/simulink 实现了车辆动力学系统建模和控制器设计,将所设计控制器用于 NVSDM 在双移线工况的仿真实验,主要的车辆模型参数如表 1 所示。

表 1 车辆参数

Tab.1 Vehicle parameters

参数	数值
整车质量 m/kg	1 773.5
横摆转动惯量 $I_z/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-2})$	2 553.6
质心到前轴距离 a/m	1.159
质心到后轴距离 b/m	1.678
轮距 c/m	1.579
前轮纵向滑移率 s_f	0.2
后轮纵向滑移率 s_r	0.2
前轮侧偏刚度 $k_{t,y}/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	-67 000
后轮侧偏刚度 $k_{r,y}/(\text{N} \cdot \text{rad}^{-1})$	-63 000

主要控制器设计参数如下:

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(200, 100); \mathbf{R} = 5 \times 10^4;$$

$$\bar{\boldsymbol{\rho}} = \text{diag}(200, 100, 100, 100)$$

$$u_{c\min} = -8^\circ; u_{c\max} = 8^\circ; \Delta u_{\min} = -0.7^\circ;$$

$$\Delta u_{c\min} = 0.7^\circ; \boldsymbol{\eta}_{\min} = \begin{bmatrix} -3 \\ -0.3 \end{bmatrix}; \boldsymbol{\eta}_{\max} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0.3 \end{bmatrix};$$

$$v_{1\min} = -2; v_{1\max} = 2; v_{2\min} = -0.1; v_{2\max} = 0.1;$$

$$v_{3\min} = -0.03; v_{3\max} = 0.02;$$

$$v_{4\min} = -0.3; v_{4\max} = 0.5.$$

参考轨迹 $\boldsymbol{\eta}_{\text{ref}}$ 用参考位移 Y_{ref} 和参考横摆角度 $\boldsymbol{\psi}_{\text{ref}}$ 表示^[13], 即 $\boldsymbol{\eta}_{\text{ref}} = [Y_{\text{ref}} \ \boldsymbol{\psi}_{\text{ref}}]^T$

$$\begin{cases} Y_{\text{ref}} = \frac{4.05}{2}(1 + \tanh(z_1)) - \frac{5.7}{2}(1 + \tanh(z_2)) \\ \Psi_{\text{ref}} = \arctan\left(4.05 \cdot \left(\frac{1}{\cosh(z_1)}\right)^2 \left(\frac{1.2}{25}\right) - 5.7 \cdot \left(\frac{1}{\cosh(z_2)}\right)^2 \left(\frac{1.2}{21.95}\right)\right) \end{cases} \quad (30)$$

式中: $z_1 = \frac{2.4}{25}(X - 27.19) - 1.2$; $z_2 = \frac{2.4}{21.95}(X - 56.46) - 1.2$.

本文进行了不同车速、不同控制参数下的双移线轨迹跟踪验证。

图 3 为不同车速下的控制器路径跟踪对比结果,其中预测时域 $N_p=20$,控制时域 $N_c=5$.

4.2 仿真分析

为了全面验证控制器算法的可行性和鲁棒性,

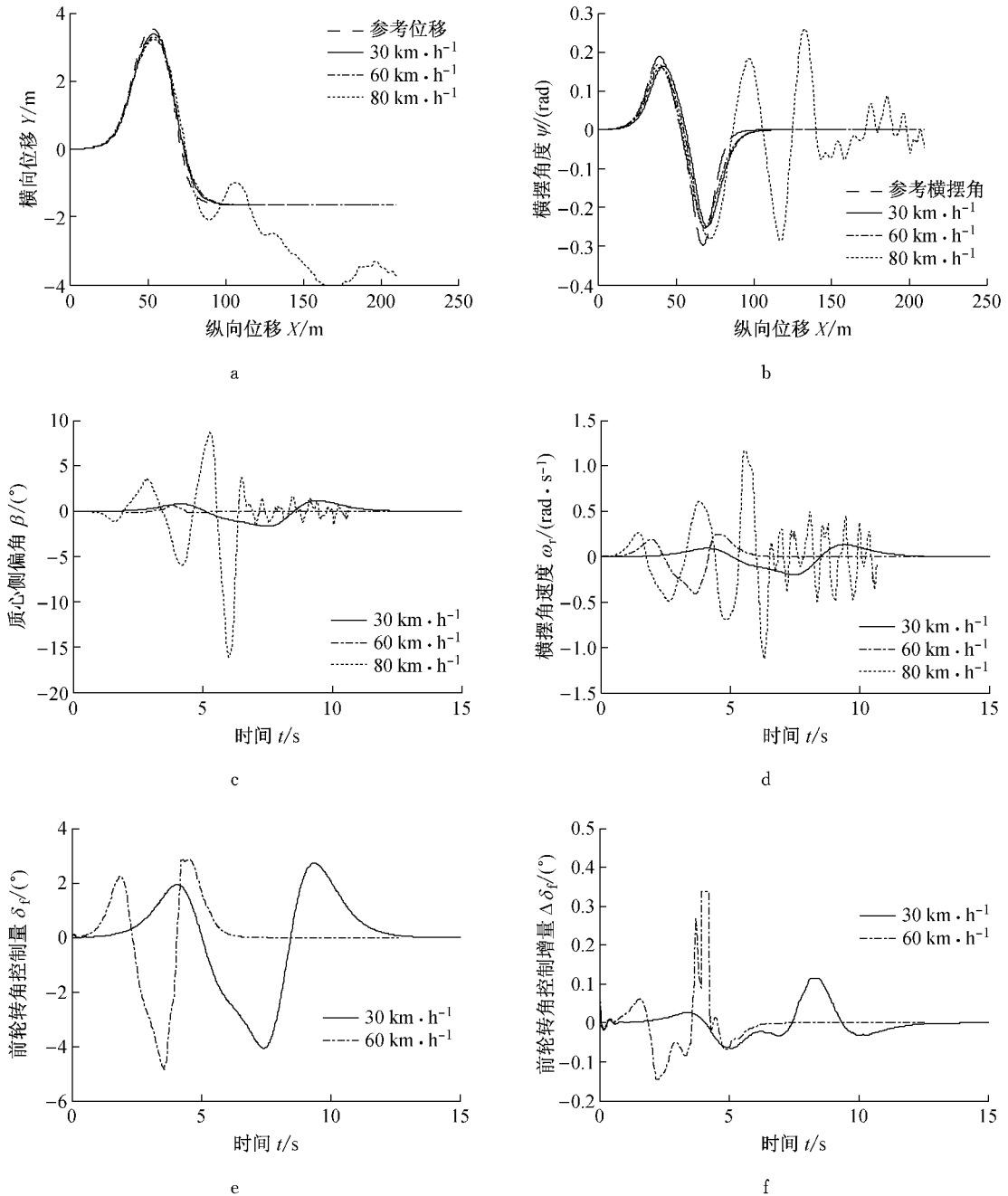


图 3 不同车速下的控制仿真结果

Fig.3 Simulation results under different vehicle speed

对比仿真结果,当车速为 30 km · h⁻¹和 60 km · h⁻¹时,控制器能够较好地追踪参考路径,控制

量和输出量都在可控制范围之内,表明所设计的控制器对速度具有较强的鲁棒性,且车速越高,控制增量越大.当车速为 $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 时,在双移线参考路径的出口处,车辆不在沿着参考轨迹行驶,出现失稳现象,分析其原因为:高速引起大的侧向加速度使得车轮侧偏特性进入非线性区域,控制器计算得到的前轮控制量超出约束范围,产生非可行解.此种情况下,单纯通过前轮转向作为输入控制量已不能解决,可以考虑联合直接横摆力矩控制车辆横摆角速度,实现高速时的路径跟踪.

为了寻求控制器设计参数对控制器的影响,进

行了 $60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 车速下,不同预测时域和控制时域下的控制器仿真验证.

图 4 为控制时域 $N_c=5$,不同预测时域下的仿真对比结果,从图 4a 和 4b 中可以看出,当 $N_p=20$ 或 $N_p=30$ 时,车辆能够较好地跟踪参考轨迹,控制量和输出量都在可控制范围之内,而当 $N_p=10$ 时,车辆不在沿着参考轨迹行驶,出现失稳现象,分析其原因为:预测时域较小时,控制器难以准确地建立预测系统未来的输出,控制量出现非可行解.从图 4c 中发现,预测时域越大,控制器寻优所需时间越长.

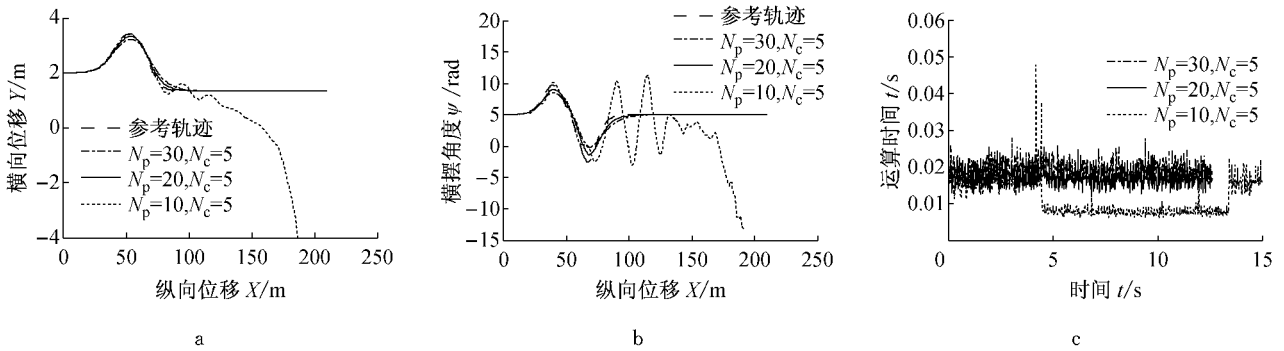


图 4 不同预测时域时的控制仿真结果

Fig.4 Simulation results of different prediction horizon

图 5 为预测时域 $N_p=20$ 、不同控制时域下的仿真对比结果,可以看出,控制时域的变化对路径跟踪效果影响较小,因为每个控制周期将控制序列中的第一个元素作为实际的控制输入增量作用于系统.

从图 5c 中发现, $N_c=10$ 时控制器寻优所需时间最短,因此选取合适的控制时域可以提高控制器实时效率.

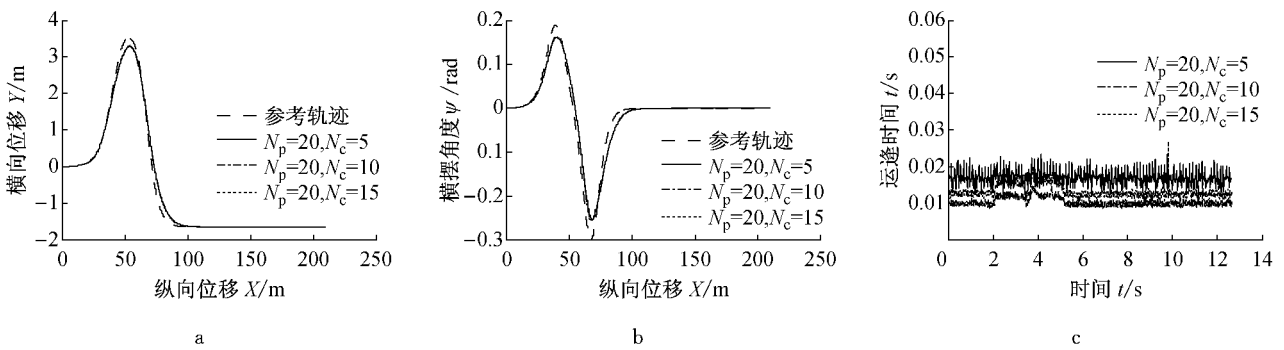


图 5 不同控制时域时的控制仿真结果

Fig.5 Simulation results of different control horizons

5 结论

(1) 从二轮三自由度车辆模型出发,通过线性化轮胎模型、离散化、泰勒公式展开等一系列变换,推导出线性时变路径跟踪预测模型,作为路径跟踪控制器设计的基础.

(2) 引入向量松弛因子解决了优化求解过程中硬约束导致的控制算法非可行解问题,基于模型预测控制理论推导出预测优化问题的矩阵表达式,将线性时变模型预测路径跟踪控制转化为带软约束的在线二次规划问题.

(3) 基于 matlab/simulink 实现了车辆动力学系统建模和控制器设计,将所设计控制器用于

NVSDM 在双移线工况的仿真验证,仿真结果表明,所设计的控制器能够适应中低车速、不同设计参数的鲁棒性要求。

(4) 车辆高速行驶引起的大侧向加速度容易使得车轮侧偏特性进入非线性区域,此时单纯通过前轮转向作为输入控制量难以实现,后续工作可以考虑联合直接横摆力矩控制车辆横摆角速度,实现高速时的路径跟踪。

参考文献:

- [1] Marino R, Scalzi S, Netto M. Nested PID steering control for lane keeping in autonomous vehicles[J]. *Control Engineering Practice*, 2011, 19(12): 1459.
- [2] 阮久宏,李贻斌,杨福广,等. 高速 4WID-4WIS 自主车路径跟踪控制[J]. *机器人*, 2011, 33(4):411.
RUAN Jiuhong, LI Yibin, YANG Fuguang, *et al.* Path tracking control of high-speed 4WID-4WIS autonomous vehicle [J]. *Robot*, 2011, 33(4):411.
- [3] 李逃昌,胡静涛,高雷,等. 基于模糊自适应纯追踪模型的农业机械路径跟踪方法[J]. *农业机械学报*, 2013, 44(1):205.
LI Taochang, HU Jingtao, GAO Lei, *et al.* Agricultural machine path tracking method based on fuzzy adaptive pure pursuit model [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2013, 44(1):205.
- [4] Lee S H, Lee Y O, Son Y, *et al.* Proximate model predictive control strategy for autonomous vehicle lateral control[C]// *American Control Conference (ACC)*, 2012. [S. l.]: IEEE, 2012:3605-3610.
- [5] 龚建伟,姜岩,徐威. 无人驾驶车辆模型预测控制[M]. 北京:北京理工大学出版社, 2014.
GONG Jianwei, JIANF Yan, XU Wei. *Model predictive control for self-driving vehicles* [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2014.
- [6] 陈虹. 模型预测控制[M]. 北京:科学出版社, 2013.
CHEN Hong. *Model predictive control* [M]. Beijing: Science Press, 2013.
- [7] 李升波,王建强,李克强,等. MPC 实用化问题处理及在车辆 ACC 中的应用[J]. *清华大学学报:自然科学版*, 2010(5): 645.
LI Shengbo, WANG Jianqiang, LI Keqiang, *et al.* Processing of MPC practical problems and its application to vehicular adaptive cruise control systems [J]. *Journal of Tsinghua University: Science and Technology*, 2010(5):645.
- [8] Yoon Y, Shin J, Kim H J, *et al.* Model-predictive active steering and obstacle avoidance for autonomous ground vehicles [J]. *Control Engineering Practice*, 2009, 17(7):741.
- [9] 宗长富,陈国迎,梁赫奇,等. 基于模型预测控制的汽车底盘协调控制策略[J]. *农业机械学报*, 2011, 42(2):1.
ZONG Changfu, CHEN Guoying, LIANG Heqi, *et al.* Vehicle chassis coordination control strategy based on model predictive control [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2011, 42(2):1.
- [10] Guo K, Ren L. A unified semi-empirical tire model with higher accuracy and less parameters[C]// *SAE*. [S. l.]: SAE, 1999: 1999-01-0785.
- [11] 吴光强. 汽车理论[M]. 北京:人民交通出版社, 2014.
WU Guangqiang. *Automotive theory* [M]. Beijing: China Communications Press, 2014.
- [12] Falcone P, Tufo M, Borrelli F, *et al.* A linear time varying model predictive control approach to the integrated vehicle dynamics control problem in autonomous systems [C]// *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control* [S. l.]: IEEE, 2008:2980-2985.
- [13] Falcone P, Borrelli F, Asgari J, *et al.* Predictive active steering control for autonomous vehicle systems [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2007, 15(3): 566.