

桥梁监测数据的动态线性建模与可靠性预测

樊学平^{1,2}, 刘月飞^{1,2}, 吕大刚³

(1. 兰州大学 西部灾害与环境力学教育部重点实验室, 甘肃 兰州 730000; 2. 兰州大学 土木工程与力学学院, 甘肃 兰州 730000; 3. 哈尔滨工业大学 土木工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150090)

摘要: 引入贝叶斯动态线性模型(BDLM), 建立桥梁监测应力的状态方程和观测方程, 并利用贝叶斯因子监控监测应力. 通过监测应力和应力状态的先验信息, 对监测应力的状态参数进行贝叶斯后验概率推断, 并不断进行“概率预测-修正”递推运算, 获得最优监测应力的状态概率估计来预测桥梁的应力. 基于贝叶斯动态修正的应力概率模型, 建立桥梁结构可靠性的预测公式. 最后, 通过实例验证了本文所建模型的合理性和适用性.

关键词: 桥梁监测应力; 贝叶斯方法; 动态线性模型; 折扣因子

中图分类号: TU391; TU392.5

文献标志码: A

Dynamic Linear Modeling of Bridge Monitored Data and Reliability Prediction

FAN Xueping^{1,2}, LIU Yuefei^{1,2}, LÜ Dagang³

(1. Key Laboratory of Mechanics on Disaster and Environment in Western China of the Ministry of Education, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China; 2. School of Civil Engineering and Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China; 3. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China)

Abstract: A Bayesian dynamic linear model (BDLM) is introduced, which includes state equation and observation equation of bridge monitoring stress, and the stress is monitored with Bayesian factors. Combining parameters prior information with the early stress monitored data containing noise, the monitored stress state parameters are deduced with Bayesian posterior probability. Optimal stress state estimation uses continuous probability forecast-fixed recursion operator to predict the bridge stress. The prediction formula of bridge reliability is given based on BDLM of bridge stress. Finally, an actual example is provided to demonstrate the applicability and feasibility of the proposed model.

Key words: bridge monitored stress; Bayesian method;

dynamic linear model; discount factor

桥梁在长期服役过程中, 结构性能是不断发生变化的, 而且是不可逆的, 从而导致结构可靠性不断变化, 因此评估和预测结构性能是结构时变可靠性研究的关键问题.

对桥梁结构进行健康监测, 可以了解桥梁结构的基本信息(如应力、挠度等). 桥梁健康监测大致经历了2个阶段^[1]: 第1个阶段为桥梁结构健康监测系统的研究与开发, 目前已处于成熟阶段; 第2个阶段为结构健康监测信息的合理应用, 大量研究主要集中在模态参数识别、损伤识别、模型修正等领域^[2]. 利用桥梁结构的健康监测信息来预测和评定结构的可靠性, 在国内外还处于研究的起步阶段.

传统确定性预测方法虽已有很多研究成果, 但都存在一定的局限性^[3-8]. 由于桥梁结构的荷载效应具有明显的随机性, 因而采用可靠度预测方法是比较合理的. Catbas等^[9]对一座大跨桁架桥体系可靠度进行了评估分析, 在此分析中提到监测信息的趋势项数据可以作为监测信息的状态数据.

基于上述问题及研究成果, 本文认为桥梁的监测应力随时间变化的动态测量是一个时间序列, 而贝叶斯动态线性模型(BDLM)能够实现结构监测应力的实时预测, 并能通过贝叶斯因子监控监测应力, 因此本文引入BDLM^[10]. 考虑到桥梁结构监测应力的时变特性, 基于桥梁结构的实时监测信息, 建立单一BDLM、组合BDLM对结构的可靠性进行监控与预测, 并通过实例验证本文所提方法和所建模型的合理性和适用性.

1 BDLM

BDLM^[10-16]是采用贝叶斯方法对动态线性模型

收稿日期: 2015-08-31

基金项目: 国家自然科学基金(51378162); 中央高校基本科研业务费专项资金(lzujbky-2015-28, lzujbky-2015-31)

第一作者: 樊学平(1983—), 男, 讲师, 工学博士, 主要研究方向为桥梁结构与可靠性预测. E-mail: fxp_2004@163.com

(DLM)进行概率递推而实现的. 所谓动态线性模型由 2 个方程构成, 即观测方程与状态方程. 观测方程表达了过程的观测如何随机地依赖于当前的状态参数; 状态方程反映了状态参数如何随时间变化, 表示了系统内部的动态变化和随机扰动.

1.1 BDLM 的基本假定

BDLM 基于以下 3 点假设^[10,16-18]:

(1) 状态变量 $(\theta_t, t=1, 2, \dots, T)$ 是一个马尔科夫链, θ_t 与 θ_{t-1} 成近似线性关系, T 为监测总时间.

(2) 观测变量 $(y_t, t=1, 2, \dots, T)$ 是相互独立的, 且 y_t 只与状态变量 θ_t 相关, y_t 与 θ_t 成线性关系.

(3) 状态变量和观测变量以及相对应的误差均服从正态分布.

状态变量与监测变量的递推关系如图 1 所示.

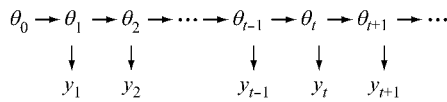


图 1 状态空间模型的相关结构

Fig.1 Dependence structure for state space model

1.2 广义 DLM

参考 BDLM 的定义^[16], 本文定义 t 时刻的广义 DLM 如下所示:

(1) 观测方程

$$y_t = \theta_t + \nu_t, \nu_t \sim N[0, V_t], t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

(2) 状态方程

$$\theta_t = \alpha\theta_{t-1} + \zeta + \omega_t, \omega_t \sim N[0, W_t], t = 1, 2, \dots, T \quad (2)$$

(3) 初始信息

$$(\theta_{t-1} | D_{t-1}) \sim N[m_{t-1}, C_{t-1}] \quad (3)$$

式中: y_t 为 t 时刻的观测值; ν_t 为观测误差; θ_t 为状态值; $N[\cdot]$ 为正态概率密度函数; V_t 为观测误差的方差, 它体现了观测噪声的不确定性; ω_t 为状态误差; W_t 为状态误差的方差, 它体现了模型状态转移的不确定性; α 和 ζ 是状态的回归系数; m_{t-1} 是 θ_{t-1} 的点估计; C_{t-1} 是 $(t-1)$ 时刻状态变量的方差; D_{t-1} 为 $(t-1)$ 时刻之前所有监测值的集合, $D_t = \{y_t, D_{t-1}\}$.

广义 DLM 包括观测方程、状态方程和初始状态信息. 为了构造特定的 DLM, 必须构造特定的状态方程.

1.3 状态方程的建立

由于状态方程的不可观测性, 结合 Catbas 等^[9]提到的监测信息的趋势项数据可以作为监测数据的状态数据, 本文采用 2 种方法构造状态方程, 即一阶多项式回归模型和 AR(1)模型, 它们都可以反映相

邻时刻信息之间的关系.

1.3.1 基于一阶多项式回归模型的状态方程

监测数据的一阶多项式回归模型为

$$\theta_t = rt + e_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (4)$$

式中: r, e_t 为回归系数.

式(4)的一阶差分方程

$$d\theta_t = rdt + de_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (5)$$

可认为是离散的运动方程. 其中, r 为趋势项数据的变化率, 可以通过式(4)回归得到; de_t 为误差项. 为了便于简化, 将短时间区间 $(t-1, t)$ 的离散运动方程表示为

$$\frac{\theta_t - \theta_{t-1}}{t - (t-1)} = r + e_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (6)$$

即

$$\theta_t = \theta_{t-1} + r(t - (t-1)) + e_t(t - (t-1)), t = 1, 2, \dots, T \quad (7)$$

假定 e_t 服从正态分布 $N[0, \sigma_e^2]$, σ_e^2 可以通过监测数据近似估计得到.

为了进一步简化, 假定短时间区间为 1 天, 因而式(7)可以近似简化为

$$\theta_t = \theta_{t-1} + r + e_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (8)$$

式(8)可以用来近似构造 BDLM 的状态方程.

1.3.2 基于 AR(1)模型的状态方程

基于 $(t-1)$ 时刻以及以前的监测信息, 自回归 AR(1)模型可以预测 t 时刻的监测值. 此模型只体现了相邻时刻监测信息之间的关系, 因而采用 AR(1)模型可以近似构造状态方程.

(1) AR(1)模型

$$y_t = \varphi y_{t-1} + \nu_t, \nu_t \sim N[0, V_t], t = 1, 2, \dots, T \quad (9)$$

式中: φ 为回归系数.

(2) 基于 AR(1)模型的状态方程

基于式(9), 监测数据的状态方程可以表示为

$$\theta_t = \varphi\theta_{t-1} + \omega_t, \omega_t \sim N[0, W_t], t = 1, 2, \dots, T \quad (10)$$

其中, φ 可以通过式(9)得到, ω_t 主要考虑状态转移的不确定性.

2 基于 BDLM 的桥梁健康监测数据建模

本节主要基于 BDLM 对桥梁结构健康监测数据进行建模分析, 分为以下 2 种情况: ①对桥梁结构的单个变量进行健康监测, 通过单变量的 BDLM 来对监测数据进行建模分析; ②考虑到单个变量的初

始状态信息服从的概率分布以及状态方程的多样性,本文建立了组合 BDLM 对监测数据进行建模分析.下面对 BDLM 的具体建模过程进行详细分析.

2.1 单变量 BDLM 及其概率递推算法

基于均匀采集数据对桥梁结构的单变量进行 BDLM 建模分析,采用贝叶斯方法对模型进行修正递推不需要考虑采集时间间隔的多样性.详细建模过程如下:

(1) 观测方程

$$y_t = \theta_t + \nu_t, \nu_t \sim N[0, V_t] \quad (11)$$

(2) 状态方程

$$\theta_t = \theta_{t-1} + r + \omega_t, \omega_t \sim N[0, W_t], t = 1, 2, \dots, T \quad (12)$$

或

$$\theta_t = \varphi\theta_{t-1} + \omega_t, \omega_t \sim N[0, W_t], t = 1, 2, \dots, T \quad (13)$$

(3) 初始先验信息

$$(\theta_{t-1} | D_{t-1}) \sim N[m_{t-1}, C_{t-1}] \quad (14)$$

BDLM 适合于对未来状态参数的预测和推断,其状态参数递推步骤如下:

(1) (t-1)时刻状态变量的后验分布

对于均值 m_{t-1} 和方差矩阵 C_{t-1} , 有

$$(\theta_{t-1} | D_{t-1}) \sim N[m_{t-1}, C_{t-1}] \quad (15)$$

(2) t时刻状态变量的先验分布

$$(\theta_t | D_{t-1}) \sim N[a_t, R_t] \quad (16)$$

其中, $a_t = m_{t-1} + r$ 或 φm_{t-1} , $R_t = C_{t-1} + W_t$ 或 $\varphi C_{t-1} \varphi' + W_t$.

(3) t时刻观测变量的一步预测分布

$$(y_t | D_{t-1}) \sim N[f_t, Q_t] \quad (17)$$

其中, $f_t = E(y_t | D_{t-1}) = a_t$, $Q_t = \text{var}(y_t | D_{t-1}) = R_t + V_t$, $1/Q_t$ 为模型预测精度.

(4) t时刻状态变量的后验分布

$$(\theta_t | D_t) \sim N[m_t, C_t] \quad (18)$$

其中, $m_t = E(\theta_t | D_t) = a_t + A_t e_t$, $C_t = \text{var}(\theta_t | D_t) = R_t - A_t A_t' Q_t^{-1}$, $A_t = R_t Q_t^{-1}$, $e_t = y_t - f_t$ (一步预测误差).

观测值的预测区间(95%的保证率)为

$$[f_t - 1.645\sqrt{Q_t}, f_t + 1.645\sqrt{Q_t}] \quad (19)$$

2.2 组合 BDLM 及其概率递推过程

2.2.1 组合 BDLM

考虑到初始状态信息服从的概率分布以及状态方程的多样性,本节建立了组合 BDLM 对结构的监测信息参数进行递推预测.假设监测数据有 $n(n=2, 3, \dots)$ 个动态线性模型,第 $i(i=1, 2, \dots, n)$ 个动态线性模型如下所示:

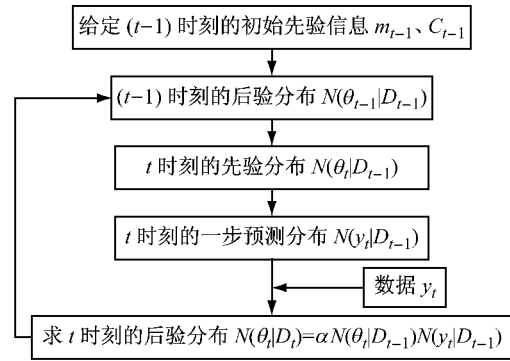


图 2 贝叶斯动态建模和修正过程

Fig.2 Modeling process of BDLM

(1) 观测方程

$$y_{i,t} = \theta_{i,t} + \nu_{i,t}, \nu_{i,t} \sim N[0, V_{i,t}] \quad (20)$$

(2) 状态方程

$$\theta_{i,t} = \varphi_i \theta_{i,t-1} + \omega_{i,t}, \omega_{i,t} \sim N[0, W_{i,t}], t = 1, 2, \dots, T \quad (21)$$

或

$$\theta_{i,t} = \theta_{i,t-1} + r_i + \omega_{i,t}, \omega_{i,t} \sim N[0, W_{i,t}], t = 1, 2, \dots, T \quad (22)$$

(3) 初始先验信息

$$(\theta_{i,t-1} | D_{i,t-1}) \sim N[m_{i,t-1}, C_{i,t-1}] \quad (23)$$

2.2.2 概率递推过程

组合 BDLM 的概率递推修正过程如下所示:

(1) (t-1)时刻状态变量的后验分布

$$(\theta_{i,t-1} | D_{i,t-1}) \sim N[m_{i,t-1}, C_{i,t-1}] \quad (24)$$

(2) t时刻状态变量的先验分布

$$(\theta_{i,t} | D_{i,t-1}) \sim N[a_{i,t}, R_{i,t}] \quad (25)$$

其中, $a_{i,t} = \varphi_i m_{i,t-1}$ 或 $m_{i,t-1} + r_i$, $R_{i,t} = G_{i,t} C_{i,t-1} G_{i,t}' + W_{i,t}$ 或 $\varphi_{i,t} C_{i,t-1} \varphi_{i,t}' + W_{i,t}$.

(3) t时刻的一步预测分布

$$(y_{i,t} | D_{i,t-1}) \sim N[f_{i,t}, Q_{i,t}] \quad (26)$$

其中, $f_{i,t} = E(y_{i,t} | y_{i,1:t-1}) = a_{i,t}$, $Q_{i,t} = \text{var}(y_{i,t} | y_{i,1:t-1}) = R_{i,t} + V_{i,t}$.

t时刻具有 95%保证率的监测值预测区间为

$$[f_{i,t} - 1.645\sqrt{Q_{i,t}}, f_{i,t} + 1.645\sqrt{Q_{i,t}}] \quad (27)$$

其中, $f_{i,t} \pm 1.645\sqrt{Q_{i,t}}$ 为一步预测上下限.

(4) t时刻状态变量的后验分布

$$(\theta_{i,t} | D_{i,t}) \sim N[m_{i,t}, C_{i,t}] \quad (28)$$

其中, $m_{i,t} = a_{i,t} + A_{i,t} e_{i,t}$, $C_{i,t} = R_{i,t} - A_{i,t} Q_{i,t}^{-1} A_{i,t}'$, $A_{i,t} = R_{i,t} / Q_{i,t}$, $e_{i,t} = y_{i,t} - f_{i,t}$ (一步预测误差), $A_{i,t}$ 为适应性系数, $A_{i,t}'$ 为 $A_{i,t}$ 的转置.

(5) t时刻基于算术平均值的一步预测分布

$$P_{m,t} = \sum_{i=1}^s \frac{1}{s} N[f_{i,t}, Q_{i,t}] = N[f_{m,t}, Q_{m,t}] \quad (29)$$

式中: $f_{m,t} = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s f_{i,t}$; $Q_{m,t} = \frac{1}{s^2} \sum_{i=1}^s Q_{i,t}$; s 是 BDLM 的总个数。

(6) t 时刻的组合一步预测分布

$$P_{c,t} = \sum_{i=1}^s k_{i,t} N[f_{i,t}, Q_{i,t}] = N[f_{c,t}, Q_{c,t}] \quad (30)$$

式中: $f_{c,t} = \sum_{i=1}^s k_{i,t} f_{i,t}$, 其中 $k_{i,t} = \frac{Q_{i,t}^{-1}}{\sum_{i=1}^s Q_{i,t}^{-1}}$, $i = 1, 2,$

\dots, s 且 $\sum_{i=1}^s k_{i,t} = 1$; $Q_{c,t}^{-1} = \sum_{i=1}^s Q_{i,t}^{-1}$ 为组合预测的预测精度, 其中 $Q_{i,t}^{-1}$ 为第 i 个模型的预测精度。

(7) 组合预测的精度与取算术平均值的预测精度的比较

$$Q_{c,t}^{-1} \geq Q_{m,t}^{-1} \quad (31)$$

其中, $Q_{c,t}^{-1} = \sum_{i=1}^s Q_{i,t}^{-1}$, $Q_{m,t}^{-1} = s^2 / \sum_{i=1}^s Q_{i,t}$ 。

3 BDLM 的参数估计与模型监控

3.1 BDLM 的参数估计

BDLM 中存在的主要概率参数有 V_t, W_t, m_{t-1} 和 C_{t-1} , 确定这些参数的方法如下:

本文中模型修正的时间区间为 1 d; V_t 可以通过对监测数据采用五点三次平滑法^[19]进行平滑处理获得趋势项随机数据或直接拟合的趋势项数据与监测数据之间的差来进行方差估计; 由于状态变量的不可观测性, 状态误差的方差可以由初始状态信息的方差结合折扣因子来近似确定。根据笔者的健康监测数据处理经验, W_t 可以通过下式确定:

$$W_t = -C_{t-1} + C_{t-1}/\delta \quad (32)$$

或

$$W_t = (\varphi^2 - \delta)(1 - \delta)V_t/\delta \quad (33)$$

式中: δ 为折扣因子。根据笔者的经验, 对于 AR(1) 模型而言, 折扣因子取为 0.87~1.00; 对于一阶多项式回归模型而言, 折扣因子取为 0.95~0.98。

式(32)主要针对基于一阶多项式回归模型所建立的 BDLM 以及概率递推; 式(33)主要针对基于 AR(1) 模型所建立的 BDLM 以及概率递推。

对 $(t-1)$ 时刻以及之前的监测数据进行平滑处理, 滤去高频随机信号, 得到低频趋势项随机数据, 即 $(t-1)$ 时刻的状态变量信息, 基于这些状态变量值可以采用如下方法对 m_{t-1} 和 C_{t-1} 进行估计。

若状态变量值服从对数正态分布, 则通过式(34)和(35)转化成拟正态分布, 且分布参数 μ' 与 σ'

(初始状态信息的平均值与标准差)分别为

$$\sigma' = \frac{\phi(-1.645)}{g(x_0)} \quad (34)$$

$$\mu' = x_0 + 1.645\sigma' \quad (35)$$

式中: $\phi(\cdot)$ 为标准正态概率密度函数; $g(\cdot)$ 为样本的实际概率密度函数, 样本的实际概率分布函数为 $G(\cdot)$, 且 $G(x_0) = 0.05$; x_0 为满足概率保证率 5% 的分位值。

若状态变量值服从其他的概率分布, 则初始状态变量值可经过下面的处理得到近似的 n 个正态分布的加权组合:

(1) 由核密度估计方法可得样本的实际概率密度函数 $F(\theta_{t-1})$ 近似为 $g(\theta_{t-1})$, 即

$$F(\theta_{t-1}) \approx g(\theta_{t-1}) \quad (36)$$

(2) 由于任何一组数据都可以由有限个正态分布来拟合, 即

$$F(\theta_{t-1}) \approx \sum_{i=1}^n p_i \Phi\left(\frac{\theta_{t-1} - \mu_i}{\sigma_i}\right) \quad (37)$$

式中: p_i 为第 i 个正态分布函数的权重, 且 $\sum_{i=1}^n p_i = 1$, $p_i \geq 0$; $\Phi(\cdot)$ 表示标准正态分布的累计概率密度函数。

(3) 拟合的有限个正态分布的分布参数可以根据最小离差平方和方法得到, 即

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^k \left(g(\theta_{t-1,j}) - \sum_{i=1}^n p_i \Phi\left(\frac{\theta_{t-1,j} - \mu_i}{\sigma_i}\right) \right)^2} \quad (38)$$

式中: 有限个正态分布的分布参数可以通过 S 的优化计算方法得到, 即当 $S \rightarrow \min$, 正态分布的优化分布参数就可以得到。

3.2 BDLM 的模型监控

本文处理模型监控问题的主要思想是通过使用一个备择模型进行比较来评价模型性能。在文献[17-18]中, 正态假定下模型的监控是通过贝叶斯因子值的变化来实现的, 其主要思想是: 建立备择模型, 与现有模型对照来构造贝叶斯因子。

本文采用的一步预测模型和备择模型的概率密度函数为

$$P_0 = (2\pi)^{-0.5} \exp(-0.5e_w^2) \quad (39)$$

$$P_1 = (2\pi K^2)^{-0.5} \exp(-0.5e_w^2/K^2) \quad (40)$$

式中: $e_w = (y_t - f_t)/Q_t^{0.5}$, 为标准化预测误差; K 是 e_w 的标准差。

基于检测值 $y_t, P_0(\cdot)$ 和 $P_1(\cdot)$ 的贝叶斯因子公式为

$$H(t) = \frac{P_0(y_t | D_{t-1})}{P_1(y_t | D_{t-1})} \quad (41)$$

进一步利用式(39)~(41)可得贝叶斯因子为

$$H(t) = K \exp(-0.5e_w^2(1-K^{-2})) \quad (42)$$

式中: $P_0(\cdot | \cdot)$ 为现有模型的一步预测概率模型。

由式(42), 可得贝叶斯因子随备择模型标准差 K 的变化曲线如图 3 所示。

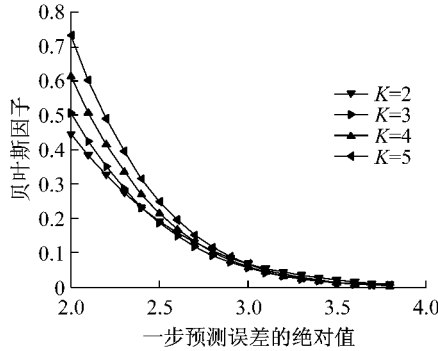


图 3 贝叶斯因子、一步预测误差以及备择模型标准差的影响变化曲线

Fig. 3 Curves of Bayesian factors vs. one-step predicted errors and standard deviation of the alternative model

基于 N 个连续的观测值 $y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-N+1}$, 利用式(39)~(42), 累计贝叶斯因子的表达式为

$$B_t(N) = \prod_{r=t-N+1}^t B_r = \frac{P_0(y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-N+1} | D_{t-N})}{P_1(y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-N+1} | D_{t-N})} \quad (43)$$

式中: $B_t(N)$ 为累计贝叶斯因子, 它是用来测量 N 个连续观测值对 BDLM 的修正程度。

本文采用的监控准则: $K=3$ 时, $H(t)$ 小于 0.15, 则此检测值为异常值, 需去除, 反之正常。

异常值去掉之后, 根据累计贝叶斯因子的变化曲线, 可以得知 BDLM 的预测精度。如果累计贝叶斯因子越来越大, 则 BDLM 的预测精度越来越好, 模型的不确定性越来越小。同样根据一步预测值的预测方差也可以得到 BDLM 的预测精度。

4 基于 BDLM 的桥梁结构可靠性预测

假定结构的功能函数为

$$Z = b - d = 0 \quad (44)$$

式中: 随机变量 b 表示广义的抗力; 随机变量 d 表示广义的荷载效应, 它包括恒载效应和活载效应。 b 与 d 各自独立, 相互独立, 且它们的平均值与标准差分别为: $\mu_b, \sigma_b; \mu_d, \sigma_d$ 。

利用一次二阶矩(FOSM)方法^[20], 可得可靠指

标的计算公式为

$$\beta_t = \frac{\mu_b - \mu_d}{\sqrt{\sigma_b^2 + \sigma_d^2}} \quad (45)$$

本文采用一座五跨连续钢板组合梁桥(I-39 北桥^[10,21-23])作为工程实例进行可靠度预测分析, 此桥的总长度为 188.81 m。桥梁监测项目包括结构特定构件的应力和应变评估, 以及整个桥梁结构的长期安全性评估。检测项目的详细内容见文献^[21-23]。对横向第二跨钢板的跨中梁底极值应力进行了 83 d 的监测, 监测数据如表 1 所示。就实际工程而言, 本文采用的 FOSM 方法计算精度足够, 只考虑了日常监测极值应力的平均值与方差。

第二横跨梁的极限状态方程为

$$g = Y - h - l - \gamma_M M \quad (46)$$

式中: Y 为钢板的屈服强度; h 为钢板恒载引起的应力; l 为混凝土恒载引起的应力; γ_M 是传感器的修正系数; M 为 BDLM 预测得到的应力。

基于式(44)~(46)可得梁的可靠度预测公式为

$$\beta_p = \frac{\mu_Y - \mu_h - \mu_l - \gamma_M \mu_M}{\sqrt{V_Y + V_h + V_l + (\gamma_M)^2 V_M}} \quad (47)$$

式中: μ_M 和 V_M 分别为 BDLM 预测得到的监测极值应力平均值和方差; μ_Y 和 V_Y 分别为按照规范计算的抗力平均值和方差; μ_h 和 V_h 分别为由钢板恒载引起的应力平均值和方差; μ_l 和 V_l 分别由混凝土恒载引起的应力平均值和方差。

对于监测的数据^[21], 则 $V_M = 0$; 而本文考虑到数据的随机性或不确定性, 因而 $V_M \neq 0$ 。

5 实例分析

5.1 实桥简介

I-39 北桥^[21-23]建于 1961 年, 部分内容已在第 4 节介绍, 监测数据如表 1 和图 4 所示。监测数据只考虑了由车辆荷载、温度荷载、收缩徐变和结构变化引起的应力的变异性, 由钢板和混凝土恒载引起的应力信息不包括在监测数据里面。

算例中的状态方程由式(4)~(8)得到, 采用此状态方程建立结构的 BDLM。根据监测数据, 统计回归分析可得监测数据的一阶多项式函数为

$$m_t = -0.032 1t + 25.71 \quad (48)$$

为了得到初始信息的分布函数, 首先必须得到初始信息。本文对 83 d 的监测数据采用五点三次平滑法进行平滑处理, 近似得到了 BDLM 的初始状态随机信息, 如图 5 所示。

表 1 实时监测数据^[21]

Tab.1 Monitored data

时间/d	应力/MPa	时间/d	应力/MPa	时间/d	应力/MPa
1	25.23	29	21.67	57	12.65
2	21.67	30	23.99	58	24.89
3	19.53	31	21.05	59	27.56
4	20.50	32	29.35	60	25.86
5	24.44	33	22.66	61	24.61
6	22.66	34	24.61	62	22.11
7	25.95	35	25.77	63	21.22
8	32.65	36	28.54	64	25.15
9	39.26	37	22.83	65	24.64
10	21.40	38	21.05	66	23.18
11	31.48	39	24.44	67	21.94
12	30.06	40	28.80	68	18.82
13	20.60	41	20.24	69	22.66
14	22.56	42	29.97	70	21.57
15	23.54	43	24.17	71	29.16
16	16.94	44	23.72	72	21.57
17	29.16	45	26.85	73	32.92
18	22.47	46	30.32	74	21.94
19	23.37	47	31.93	75	21.14
20	28.99	48	25.06	76	20.41
21	30.15	49	23.01	77	16.76
22	21.22	50	22.02	78	22.38
23	22.02	51	33.90	79	27.21
24	34.80	52	18.10	80	19.98
25	30.51	53	25.24	81	18.82
26	21.57	54	25.77	82	29.44
27	31.67	55	17.11	83	20.41
28	29.16	56	23.72		

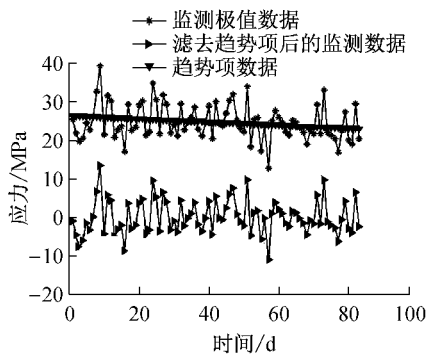


图 4 监测极值应力信息

Fig.4 Curves of monitored extreme stresses

对初始状态信息进行 Kolmogorov-Smirnov(K-S)检验,可知初始状态信息服从正态分布或对数正态分布,如式(51)所示。

5.2 基于 BDLM 的监测数据建模

利用监测数据,并结合式(4)~(8)和式(11)~(14),建立的 BDLM 如下所示:

(1) 观测方程

$$y_t = m_t + \nu_t, \nu_t \sim N[0, V] \quad (49)$$

(2) 状态方程

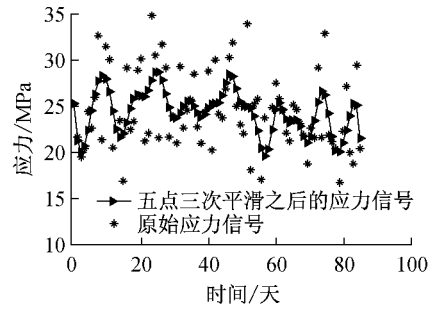


图 5 监测信息与平滑处理得到的初始信息

Fig.5 Initial information and the monitored extreme stress data

$$m_t = m_{t-1} - 0.032 \cdot 1 + \omega_t, \omega_t \sim N[0, W_t] \quad (50)$$

(3) 初始信息

$$m_{t-1} | D_{t-1} \sim N[24.505 \ 2, 4.663 \ 5^2],$$

$$LN[3.181 \ 1, 0.188 \ 6^2] \quad (51)$$

式中: y_t 为 t 时刻的监测极值应力; m_t 为 t 时刻的状态值; $V = 21.75$ 可以利用监测极值数据与平滑之后的趋势项随机信息近似估计得到; 根据实际工程经验可得 $\delta = 0.98$, $W_t = -C_{t-1} + C_{t-1}/\delta$, C_{t-1} 可以利用式(51)近似得到; $N[\cdot]$ 为正态概率分布, $LN[\cdot]$ 为对数正态概率分布。

由式(51)可知,初始信息服从正态分布或对数正态分布,于是下面的 4 种情况可以用来预测结构的极值应力:

情况 1 初始状态信息服从正态分布,直接建立 BDLM 来预测结构的极值应力数据。

情况 2 初始状态信息服从对数正态分布,首先基于式(46)和(47)转化为拟正态分布,然后建立 BDLM 来预测结构的极值应力数据。

情况 3 将情况 1 和情况 2 分别得到的一步预测平均值的算数平均值作为第 3 种情况的预测值。

情况 4 基于情况 1 和情况 2 所建立的 BDLM,建立组合 BDLM 对结构的极值应力数据进行预测,组合 BDLM 的建模过程已在第 2.2.1 节和第 2.2.2 节详细介绍。

算例中,采用贝叶斯因子来监控 BDLM 并寻找异常值,监控的结果如图 6 和 7 所示。从图中可以得知:第 9 天的数据为异常值。从表 1 可以看出第 9 天的监测数据值最大,所以可能为异常值。异常值去掉之后,由图 8 可知,累计贝叶斯因子越来越大,它反映了组合 BDLM 的预测精度越来越好。

上面介绍的 4 种情况所预测得到的极值应力和预测精度分别如图 9 和 10 所示。

从图 9 可以得知,4 种情况下预测得到的极值应力值全部符合监测极值应力数据的变化趋势。但就 4

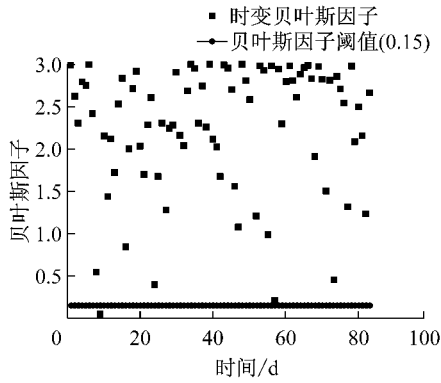


图 6 时变贝叶斯因子

Fig.6 Time-dependent Bayesian factors

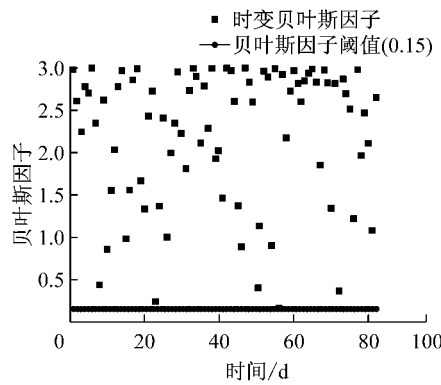


图 7 去掉异常值后时变贝叶斯因子

Fig.7 Changed time-dependent Bayesian factors

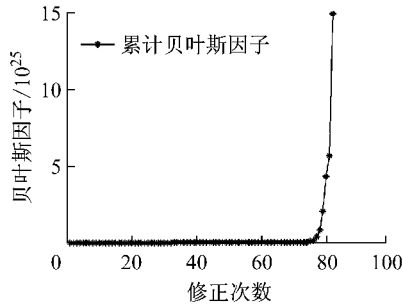


图 8 累计贝叶斯因子

Fig.8 Curves of cumulative Bayesian factors

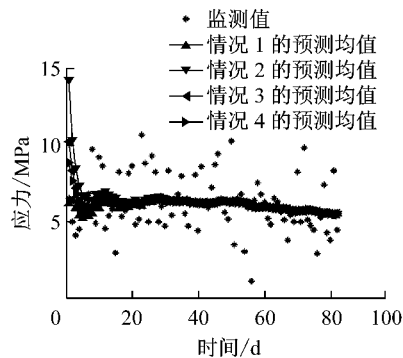


图 9 4 种情况预测的极值数据比较

Fig.9 Predicted data of four cases

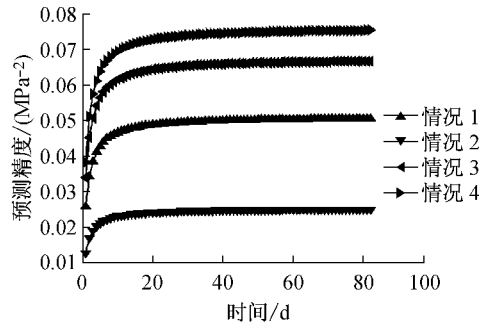


图 10 4 种情况下模型的预测精度

Fig.10 Prediction precision of four cases

种情况的预测精度而言,如图 10 所示,组合 BDLM 的预测精度最高,所以本文采用组合 BDLM 来对结构的可靠度进行预测.

5.3 桥梁结构的可靠性预测

结合文献[21]和式(47)可得结构特定构件的可靠度预测公式为

$$\beta_p = \frac{380 - 116.3 - 108.8 - 1.15\mu_M}{\sqrt{26.6^2 + 4.65^2 + 4.35^2 + (1.15\sigma_M)^2}} = \frac{155 - 1.15\mu_M}{\sqrt{27.351^2 + (1.15\sigma_M)^2}} \quad (52)$$

式中: μ_M 和 σ_M 分别为由组合 BDLM 预测得到的极值应力的平均值和标准差.

图 10 显示组合 BDLM 的预测精度最高,所以采用组合 BDLM,并结合式(52)来预测结构的可靠指标,结果如图 11 所示.

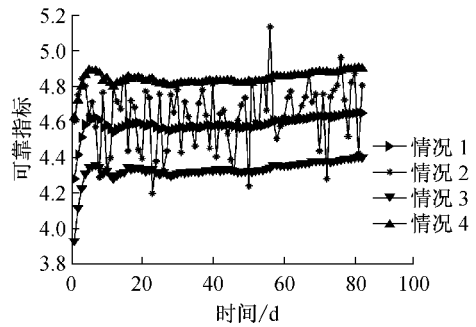


图 11 组合 BDLM(情况 4)预测的可靠指标

Fig.11 Reliability indices of case 4

预测的结果能合理地近似表示监测可靠指标的变化趋势和变化范围.

6 结论

(1)构造贝叶斯因子对监测数据进行监控,可以大致识别异常值,从而提高预测精度.

(2)预测精度随时间增加变得越来越大,结合结

构的监测信息,贝叶斯动态模型预测的主观不确定性降低。

(3)所得的一步预测极值应力信息考虑了数据的随机性或不确定性,但预测所得的可靠指标以及可靠指标区间均能满足监测可靠指标的变化趋势和变化范围。

参考文献:

- [1] 樊学平,吕大刚.基于BDNM的桥梁结构可靠度预测[J].哈尔滨工业大学学报,2014,46(2):1.
FAN Xueping, LÜ Dagang. Reliability prediction of bridge structures based on BDNM[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2014, 46(2): 1.
- [2] 宗周红,钟儒勉,郑沛娟,等.基于健康监测的桥梁结构损伤预后和安全预后研究进展及挑战[J].中国公路学报,2014,27(12):46.
ZONG Zhouhong, ZHONG Rumian, ZHENG Peijuan, et al. Damage and safety prognosis of bridge structures based on structural health monitoring: progress and challenges [J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(12): 46.
- [3] 樊学平,吕大刚.基于贝叶斯DLM的桥梁结构可靠度预测[J].铁道学报,2014,36(6):93.
FAN Xueping, LÜ Dagang. Reliability prediction of aging bridges based on Bayesian dynamic linear model[J]. Journal of the China Railway Society, 2014, 36(6): 93.
- [4] 钟才根,丁文其,王茂和.神经网络模型在高速公路路基沉降预测中的应用[J].中国公路学报,2003,16(2):31.
ZHONG Caigen, DING Wenqi, WANG Maohe. Application of neural network model to the settlement projection of soft-soil foundation for expressway[J]. China Journal of Highway and Transport, 2003, 16(2): 31.
- [5] 兰孝奇,杨永平,黄庆,等.建筑物沉降的时间序列分析与预报[J].河海大学学报:自然科学版,2006,34(4):426.
LAN Xiaochi, YANG Yongping, HUANG Qing, et al. Analysis and prediction of time series for building settlement [J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2006, 34(4): 426.
- [6] 张仪萍,俞亚南,张土乔,等.沉降预测中的灰色模型理论与Asaoka法[J].系统工程理论与实践,2002,22(9):141.
ZHANG Yiping, YU Ya'nan, ZHANG Tuqiao, et al. Grey theory and Asaoka method in settlement prediction[J]. System Engineering: Theory & Practice, 2002, 22(9): 141.
- [7] 杨叔子,吴雅,轩建平.时间序列分析的工程应用[M].2版.武汉:华中科技大学出版社,2007.
YANG Shuzi, WU Ya, XUAN Jianping. Engineering application of time-series analysis [M]. 2nd ed. Wuhan: Press of Huazhong University of Science and Technology, 2007.
- [8] 孙永福,王良曦,庞磊.GM(1,1)模型与指数回归模型的比较与研究[J].装甲兵工程学院学报,2000,14(1):76.
SUN Yongfu, WANG Liangxi, PANG Lei. Comparison between and research of gray model GM(1,1) and exponential regressing model[J]. Journal of Armored Force Engineering Institute, 2000, 14(1): 76.
- [9] Catbas F N, Susoy M, Frangopol D M. Structure health monitoring and reliability estimation: long span truss bridge application with environmental monitoring data [J]. Engineering Structure, 2008, 30:2347.
- [10] 王剑,刘西拉.结构生命周期的可靠性管理[J].岩石力学和工程学报,2005,24(17):3125.
WANG Jian, LIU Xila. Life-cycle reliability management of structures [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(17): 3125.
- [11] 王剑.基于信息更新的混凝土结构性能预测和可靠性管理[D].北京:清华大学,2006.
WANG Jian. Performance prediction and reliability management of concrete structures based on information updating[D]. Beijing: Tsinghua University, 2006.
- [12] 张孝令,刘福升,张承进,等.贝叶斯动态模型及其预测[M].济南:山东科技出版社,1992.
ZHANG Xiaoling, LIU Fusheng, ZHANG Chengjin, et al. Bayesian dynamic model and Forecasting [M]. Ji'nan: Shandong Science & Technology Press, 1992.
- [13] Koch K R. Bayesian inference with geodetic appliances[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1990.
- [14] Sankaran M, Smith N. Bayesian networks for system reliability reassessment [J]. Structural Safety, 2001, 23(3): 231.
- [15] Petris G, Petrone S, Campagnoli P. Dynamic linear models with R[M]. New York: Springer-Verlag, 2009.
- [16] West M, Harrison J. Bayesian forecasting and dynamic models [M]. 2nd ed. New York: Springer, 1997.
- [17] West M, Harrison J. Bayesian forecasting and dynamic models [M]. New York: Springer-Verlag, 1989.
- [18] 赵卓.基于ARMA模型的伊通河桥监测数据建模与可靠度分析[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2012.
ZHAO Zhuo. Health monitoring data modeling and reliability analysis for Yitong River Bridge based on ARMA model[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2012.
- [19] Melchers R E. Structural reliability, analysis and prediction [M]. Chichester: Ellis Horwood, 1987.
- [20] Frangopol D M, Strauss A, Kim S Y. Use of monitoring extreme data for the performance prediction of structures: general approach [J]. Engineering Structures, 2008, 30: 3644.
- [21] Strauss A, Frangopol D M, Kim S Y. Use of monitoring extreme data for the performance prediction of structures: Bayesian updating [J]. Engineering Structures, 2008, 30: 3654.
- [22] Mahmoud H N, Connor R J, Bowman C A. Results of the fatigue evaluation and field monitoring of the I-39 Northbound Bridge over the Wisconsin River [R]. Bethlehem: Lehigh University, 2005.
- [23] 樊学平,吕大刚.基于监测信息和BDLM的桥梁结构可靠度预测[J].重庆交通大学学报,2013,32(6):40.
FAN Xueping, LÜ Dagang. Reliability prediction of bridge structures based on monitoring information and BDLM [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University, 2013, 32(6): 40.