

文章编号: 0253-374X(2016)10-1533-06

DOI: 10.11908/j.issn.0253-374x.2016.10.009

# 考虑水膜厚度影响的道面-轮胎间动态摩擦模型

凌建明, 杜增明

(同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804)

**摘要:** 针对考虑水膜影响的现有摩擦模型无法利用现场测试数据修正并应用于动态摩擦过程分析, 提出了道面-轮胎间动态摩擦模型。该模型以平均集总 Lugre 模型为基础, 考虑了水膜厚度、飞机速度、胎压、道面表面构造幅度和滑移率等因素影响下通过实验和数值回归等手段获取参数, 用于道面动态摩擦性能的评价预估。通过上海浦东国际机场的现场实测数据, 修正模型物理意义明确, 具有较高的预估精度, 该模型利用现场实测数据获取参数, 适用于实际道面安全管理。

**关键词:** 水膜厚度; 道面-轮胎摩擦; Lugre 摩擦模型; 动态摩擦模型

中图分类号: U416.2

文献标志码: A

## Water Film Thickness-based Dynamic Pavement-tire Friction Model

LING Jianming, DU Zengming

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** A dynamic pavement-tire friction model incorporated with water film thickness, aircraft velocity, tire pressure, pavement texture amplitude and slip ratio is proposed based on average lumped Lugre Friction Model. The friction models now available with a consideration of water film thickness could not be calibrated by the field measuring data and used for dynamic friction analysis. The parameters adopted by the proposed model could be obtained by laboratory tests, nonlinear regression and other methods. Based on the field measurement at Shanghai Pudong International Airport, the proposed model was calibrated. The results show that the calibrated model obtains high prediction accuracy, which can be used for dynamic friction analysis and convenient for runway safety management.

**Key words:** water film thickness; pavement-tire friction; Lugre friction model; dynamic friction model

影响道面-轮胎间动态摩擦系数的因素很多, 包括水膜厚度、道面纹理、车速和滑移率等。道面-轮胎间的动态摩擦过程是这些因素综合作用的结果, 难以综合分析。道面表面的水膜具有润滑作用, 轮胎与湿道面的附着系数显著低于干道面, 飞机制动性能和转向性能大幅降低, 因此降雨天气是飞机发生冲偏出跑道事故的高发时段。目前根据建立方法的不同可以将已有水膜厚度对摩擦系数的影响模型分为三类: 回归模型、概念模型和有限元模型。

Veith 提出水膜厚度与摩擦系数之间存在对数关系<sup>[1]</sup>。Kulakowski 总结了前人的研究结果, 发现摩擦系数随着水膜厚度的增加呈指数关系下降<sup>[2]</sup>。Do 提出的模型与指数模型形式相似, 但是具有更大的包容性, 可以模拟指数模型以外的形状<sup>[3]</sup>。Domenichini 等人利用试验数据建立了一个线性回归模型<sup>[4]</sup>。回归模型通过对实测数据进行回归得到, 形式简单实用, 但回归模型的最大水膜厚度取值较小。指数模型中最大水膜厚度值为 0.38 mm, 线性模型为 1.5 mm。根据 Yeager 的研究, 在雷阵雨情况下道面水膜厚度会达到 2.4 mm<sup>[5]</sup>, Sabey 的数据证明了该结论<sup>[6]</sup>。同时也因为缺少速度等某些重要影响因素而导致无法应用于复杂的动态摩擦过程。Benedetto 则从物理意义出发, 建立了一个折线形概念模型——三点模型<sup>[7]</sup>。模型同样形式简单, 便于应用, 但是该模型更适于用作道面宏观的抗滑性能分析, 而不是分析道面的动态摩擦过程。Fwa 等人通过三维有限元模型模拟了湿滑铺面上轮胎摩擦效应, 利用数值方法分析了水膜厚度对摩擦系数的影响<sup>[8-9]</sup>。该模型考虑了水膜厚度、速度、胎压等众多影响因素, 但是建模过程复杂, 在考虑水膜影响后更加棘手, 难以用于现场修正并实践。国内学者研究水膜厚度对摩擦系数的影响, 多是为了证明水膜厚度是摩擦系数的影响因素<sup>[10-11]</sup>。

收稿日期: 2015-11-09

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(51308412)

第一作者: 凌建明(1966—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为道路与机场工程. E-mail: jmling@tongji.edu.cn

通讯作者: 杜增明(1990—), 男, 博士生, 主要研究方向为机场道面管理. E-mail: 1110594@tongji.edu.cn

因此本文的目的是获取一个考虑水膜厚度影响并易于现场实验数据修正的动态摩擦模型。应用并推导修正了水膜厚度影响下的道面摩擦模型，通过实验、数值回归等手段获取模型参数，并利用现场实测数据验证模型的可靠性。

## 1 修正的 Lugre 模型

### 1.1 基本定义

在不考虑横向滑动的状况下，轮胎在道面运动的基本状况如图 1 所示。已知轮胎半径为  $r$ ，沿运动方向运动速度为  $v$ ，转动角速度为  $\omega$ ，轮胎的滑移速度  $v_r$  和滑移率  $s$  的关系可以定义为

$$\text{制动阶段} \quad s = (rw - v)/v = v_r/v \quad (1)$$

$$\text{驾驶阶段} \quad s = (rw - v)/rw = v_r/rw \quad (2)$$

$s$  在制动阶段为负，在驾驶阶段为正，且绝对值  $\leq 1$ 。

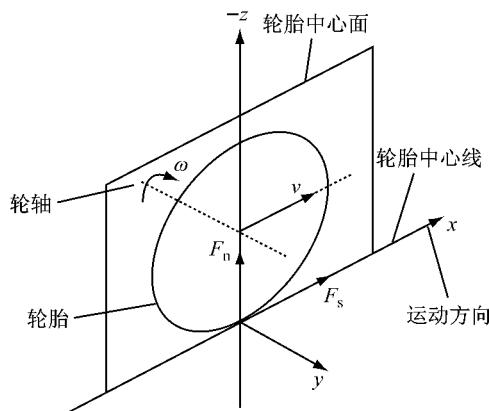


图 1 飞机在跑道滑行过程中轮胎运动图示

Fig.1 An illustration of longitudinal wheel dynamics

### 1.2 Lugre 摩擦模型

由 Canudas de Wit 等<sup>[12]</sup>提出的 Lugre 摩擦模型适用于描述接触刚体间动态摩擦行为。如图 2 所示，两个表面在微观层面的众多凹凸处存在接触，同时模型使用“刷毛”来表达这种接触。刷毛的偏转类似于弹簧，当两个接触面存在相对速度时，弹簧的偏转随表面间摩擦力的增大而增大。但由于接触表面并不规则，当偏转足够大时刷毛会高度随机的滑动。尽管每根刷毛的偏转是随机的，Lugre 模型是以平均偏转来表达整体的状况。刷毛的平均偏转  $z$  可表达为

$$\frac{dz}{dt} = v_r - \frac{\sigma_0 |v_r|}{g(v_r)} z \quad (3)$$

式中： $\sigma_0$  代表刷毛的纵向剪切刚度，是一个由弹簧阻尼系统中的材料参数； $g(v_r)$  代表滑动摩擦方程，即

$$g(v_r) = \mu_c + (\mu_s - \mu_c) e^{-|v_r/v_s|^{\alpha}} \quad (4)$$

式中： $\mu_c$  代表库伦摩擦系数； $\mu_s$  代表最大静态摩擦系数。超过滑移率关键拐点的摩擦衰减由 Stribeck 速度  $v_s$  表达。同时， $\alpha$  通常被视作一个用以描述稳定滑动状态特性的常数，这里取值为  $1/2$ 。那么轮胎和铺面间的摩擦系数  $\mu$  将会与刷毛的变形  $z$  和变形随时间的微分  $dz/dt$  相关，如下：

$$\mu \cdot \text{sgn}(v_r) = f_s/f_n = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v_r \quad (5)$$

式中： $f_s$ （轮胎运动方向为正）和  $f_n$  分别为接触点的剪应力和正应力。类似于  $\sigma_0, \sigma_1$  也是材料参数，为纵向阻尼常数。 $\sigma_2$  是一个线性的粘滞摩擦项。

由此可以看出，包括 Stribeck 效应和弹簧阻尼振动系统在内的摩擦特性被引入 Lugre 模型，这也是引用并修改该模型作为本文摩擦模型的重要原因。

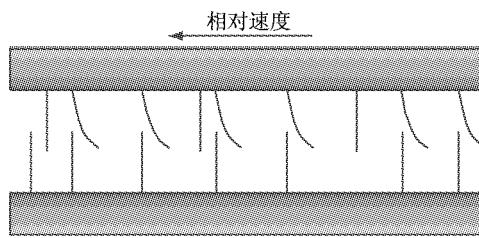


图 2 Lugre 模型示意图

Fig.2 Illustration of Lugre Model

### 1.3 平均集总 Lugre 模型

Lugre 模型用以分析轮胎-道面摩擦行为已经被证实有了成功的应用<sup>[13]</sup>。Canudas de Wit 等<sup>[12]</sup>进一步拓展了点接触 Lugre 摩擦模型到分布式摩擦模型，如式(6)和式(7)所示。式中， $F(\zeta, t)$  和  $F_n(\zeta, t)$  分别代表位于点  $\zeta$  在时间  $t$  沿着轮印的刷毛/轮印单元的摩擦(偏转)状态，轮胎运动方向摩擦力和法向正荷载。

$$\frac{\partial z}{\partial \zeta}(\zeta, t)r|w| + \frac{\partial z}{\partial t}(\zeta, t) = v_r - \frac{\sigma_0 |v_r|}{g(v_r)} z(\zeta, t) \quad (6)$$

$$dF(\zeta, t) = \left( \sigma_0 z(\zeta, t) + \sigma_1 \frac{\partial z}{\partial t}(\zeta, t) + \sigma_2 v_r \right) dF_n(\zeta, t) \quad (7)$$

相比与点接触模型，分布式模型更符合实际情况。然而，分布式模型的应用可能会因为偏微分方程的形式而带来方程求解的困难。如式(8)和式(9)所示，为了简化轮胎摩擦过程的计算，Canudas de Wit 等<sup>[12]</sup>提出了平均集总 Lugre 模型如下：

$$\frac{\partial \bar{z}(\zeta, t)}{\partial \zeta} = v_r - \frac{\sigma_0 |v_r|}{g(v_r)} \bar{z}(\zeta, t) - \kappa(t)r|w|\bar{z}(\zeta, t) \quad (8)$$

$$F(t) = (\sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v_r) F_n \quad (9)$$

其中,  $\bar{z}(\zeta, t)$  的上标代表均值, 而  $\kappa(t)$  被定义为

$$\kappa(t) = \frac{1}{F_n \bar{z}} \left( [z(\zeta, t) f_n(\zeta)]_0^L - \int_0^L z(\zeta, t) \frac{\partial f_n(\zeta)}{\partial \zeta} d\zeta \right) \quad (10)$$

将平均集总 Lugre 模型和点接触 Lugre 模型作对比, 可看出  $\kappa$  用来描述模型中的分布特性。研究证实  $\kappa(t)$  可用  $\kappa(t) = \kappa_0(t)/L(t)$  估算<sup>[13]</sup>, 其中函数  $\kappa_0(t)$  取决于沿轮印方向的正应力分布。同时研究也证实  $\kappa$  可取范围为  $\kappa \in [1, 2]$  之间的任意常数, 而且不会显著影响平均集中 Lugre 模型的稳定状态。

#### 1.4 考虑水膜影响的修正平均集总 Lugre 模型

实践中, 水通常是影响轮胎行为的重要因素之一。由于速度、水膜厚度和表面构造等因素的影响, 轮胎与道面之间的接触通常表现为多种润滑模式共存的状态。如图 3 所示, 可分为三个区域: A 区位于轮胎迎水一侧, 轮胎和道面无直接接触, 属于弹性流体润滑接触; B 区为混合润滑接触; C 区为边界润滑接触, 接近于干燥状态, 该区长度是潮湿道面抗滑能力的决定因素。随着速度和水膜厚度的增大, B 区和 C 区逐渐向 A 区转化。路面或道面上的水膜能够产生一个动水压力, 进而减小轮胎-路面的接触摩擦。

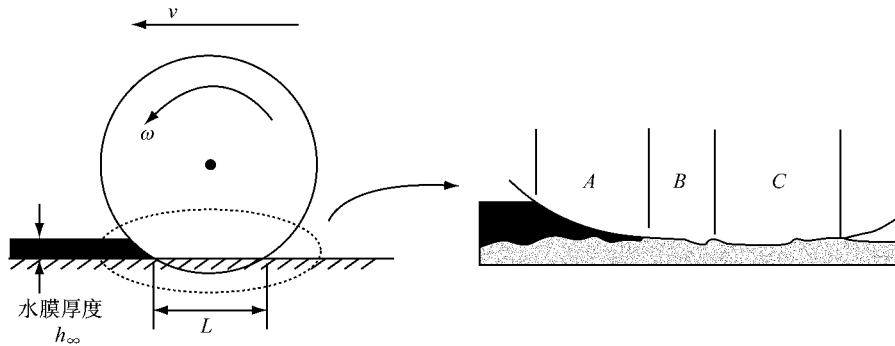


图 3 湿润路面条件下的轮印  
Fig.3 Footprint in wet pavement

YI 等<sup>[14]</sup> 使用了  $Y_R$  和  $Y_F$  两个参数添加到集总 Lugre 模型中用于表达水对于轮胎-道面摩擦的影响, 其中  $Y_R$  是湿润状态下胎印长度与干燥状态下的胎印长度  $L$  的比值, 而  $Y_F$  是湿润状态下竖向动水压力与干燥状态下的正向荷载  $F_n$  的比值。类似的, 如式(11)和式(12)所示。针对平均集总 Lugre 模型, 假设道面纹理各项同性, 路面纹理为三角形, 引入参数  $Y_R$  和  $Y_F$ , 定义湿润路面条件下的修正正荷载  $F_{water}$  和轮印长度  $L_{water}$ , 有

$$F_{water} = (Y_R - Y_F) F_n \quad (11)$$

$$L_{water} = Y_R L \quad (12)$$

其中

$$Y_F = \xi \tilde{\omega} v^2 \quad (13)$$

$$Y_R = r \omega \left( \frac{1}{r \omega} - \frac{12 \gamma r^2}{A \pi p L} \left( \frac{1}{h_{min}^2 - \epsilon^2} - \frac{1}{h_0^2 - \epsilon^2} \right) \right) \quad (14)$$

式中:  $\gamma$  代表流体粘度;  $p$  为胎压,  $A$  为代表轮胎单元几何形状特性的常数参数;  $\epsilon$  为铺面的构造幅度;  $L$  为干燥状态下胎印长度;  $h_0$  是在挤压水膜区域的初始水膜厚度(为了简化计算, 这里令  $h_0 = \frac{h_\infty}{100}$ )。值得指出的是对于矩形单元,  $A = 18.1$ ; 对于圆形单元,

$A = 16^{[14]}$ 。 $\xi$  可以看作一个常数, Moore 给出了估计方法<sup>[15]</sup>, 如

$$\xi = \frac{\rho b r}{3 g F_n} \quad (15)$$

式中:  $\rho$  为水的密度;  $b$  为有效轮印宽度;  $g$  为重力加速度常数;  $\tilde{\omega}$  为楔角, 是水膜平均厚度  $h_\infty$  的一个函数表达式, 即

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\left(\frac{L}{2r}\right)^2 - \left(\frac{h_\infty}{r}\right)^2 + \frac{2h_\infty}{r} \sqrt{1 - \left(\frac{L}{2r}\right)^2}} - \frac{L}{2r} \quad (16)$$

同时, 将湿润路面条件下的修正正荷载  $F_{water}$  和轮印长度  $L_{water}$  代入式(8)和式(9), 则平均集总 Lugre 摩擦模型可以表示为

$$\frac{\partial \bar{z}}{\partial t} = v_r - Y_R \left( \frac{\sigma_0 |v_r|}{g(v_r)} \bar{z} + \frac{\kappa_0(t)}{Y_R L(t)} r |w| \bar{z} \right) \quad (17)$$

$$\bar{p} = (Y_R - Y_F) \left( Y_R \sigma_0 \bar{z} + \sigma_1 \frac{\partial \bar{z}}{\partial t} + \sigma_2 v_r \right) \quad (18)$$

## 2 模型参数获取方法

模型中涉及众多参数, 模型的参数获取来源见表 1。

表1 参数获取方法

Tab.1 Methods to obtain parameters

参数	数据来源
$g, \rho, \gamma$	常见物理参数,如 $g=9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
$F_n, A, \epsilon$	文献、资料查阅
$v_r, k, p, h_\infty, h_{\min}$	自行设置
$r, L, b$	实验测量
$\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \mu_c, \mu_s, v_s$	数据的非线性回归

其中,  $L$  和  $b$  采用压力敏感胶片法(间接法)来测量。压力敏感胶片法的工作原理为:感压纸由两个聚酯片基材组成,一个涂有一层生色物质(A-film),而另一个涂有显色物质(C-film)。使用时将两个胶片涂层面对面。当微胶囊受到压力时,图 4a 中的黑色条带区域即发生显色反应。因此实验中首先测量如图 4b 所示的飞机轮胎压力分布,然后判断飞机的有效轮印区域,即可以得到  $L$  和  $b$ 。

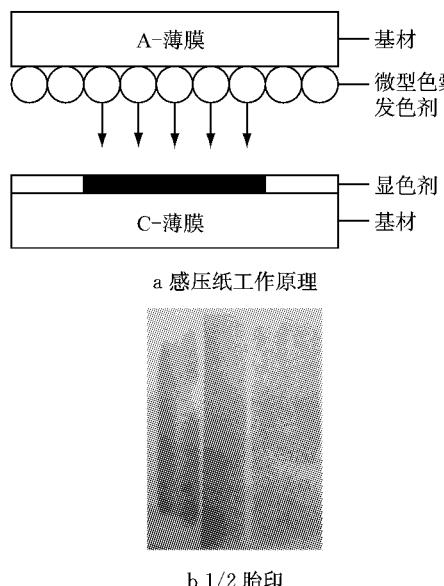


图4 感压纸工作原理和实测图片

Fig.4 Working principle of prescale film and field measurement photo

通过摩擦系数车的测试,即可获得在固定滑移率下不同车速  $v$  和不同水膜厚度  $h_\infty$  下的摩擦测试数据。将这些检测数据通过已经获得的参数代入,即可以通过非线性回归的方法用来计算  $\sigma_0$  等无法直接测量的参数。另外值得指出的是,  $v_s$  取值与水膜厚度有关,因此估计的过程中可以先使用一种水膜厚度下的数据估计  $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \mu_c, \mu_s, v_s$ ,然后利用其中的  $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \mu_c, \mu_s$  估计其余状态下的  $v_s$ 。

经过实验和文献查找,最终确定的参数如表 2 所示。

表2 部分参数取值

Tab.2 Values of Some Parameters

$\alpha$	$\kappa$	$\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$\gamma / (\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2})$	$F_n / \text{kN}$	A
0.5	2	1 000	$1.005 * 10^{-3}$	1.4	18
$r/\text{m}$	$p/\text{kPa}$	$\epsilon/\text{mm}$	$L/\text{m}$	$b/\text{m}$	$h_{\min}/\text{mm}$
0.412	700	0.18	0.2	0.15	0.002

### 3 摩擦系数测试车实测数据的修正

#### 3.1 摩擦系数测试车数据的代入

在摩擦系数车保持车速  $v$  的测量过程中,测试轮胎是锁定的。假定测试过程中轮胎保持稳定状态,  $\partial \bar{z} / \partial t = 0$ , 即刚毛的偏转不随时间发生变化。式(19)和式(20)可以表示为

$$\bar{z} = \frac{v_r}{Y_R \left( \frac{\sigma_0 |v_r|}{g(v_r)} + Y_R \frac{\kappa_0(t)}{L(t)} r |w| \right)} \quad (19)$$

$$\bar{\mu} = (Y_R - Y_F)(Y_R \sigma_0 \bar{z} + \sigma_2 v_r) \quad (20)$$

#### 3.2 模型参数的估计

模型通过摩擦系数车的实测数据进行修正,而测试选用了 Swetron 公司的 ASFT Volkswagen Sharan 测试车。测试于晴天状态下在浦东国际机场的西货运机坪的服务车道上长约 1 km 的路段(自 316 机位至服务车道中部,共分为三个区域)进行,测试速度包括 36, 46, 56, 66, 76, 86, 96  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ (实测数据略有不同,以实际为准),同时测量过程中通过控制水压来控制水膜厚度。

各组测试数据中使用速度较大的四组数据用作参数拟合,其余三组数据用作验证。表 3 列出了实测状态下的用于参数估计的道面摩擦数据。测试过程中,滑移率保持不变,为  $s = -0.13$ 。将获取的摩擦系数数值代入式(19)和式(20)中,并利用 MATLAB 软件中的 nlinfit 函数进行非线性回归即可以获得回归参数,如表 4 所示。

#### 3.3 模型预估与验证

如图 5 所示,通过使用表 4 中的参数,预测其余速度下的摩擦系数,并与实际测试结果进行对比。对比结果显示,预估模型可以较好的拟合实测道面摩擦系数。同时计算得到的均方根为 0.012,这也说明预估模型的精度满足实际摩擦系数测试的需求。

#### 3.4 模型分析与讨论

考察式(19)和式(20)可以看出,轮胎实际摩擦系数与飞机速度、滑移率等因素密切相关。为了描述这一动态过程,图 6 显示了轮胎摩擦系数随滑移率和速度变化过程。从图中可以看出,轮胎摩擦系数在

表3 用于参数估计的摩擦系数实测值

Tab. 3 Field measurement of friction coefficients for parameters' estimation

水膜厚度/mm	速度/(km·h <sup>-1</sup> )	区域1	区域2	区域3	平均值
0	66	0.75	0.74	0.74	0.74
0	75	0.74	0.73	0.73	0.73
0	80	0.75	0.73	0.72	0.73
0	94	0.73	0.73	0.72	0.72
0.5	66	0.69	0.68	0.68	0.68
0.5	76	0.67	0.69	0.66	0.67
0.5	84	0.65	0.66	0.64	0.65
0.5	92	0.64	0.63	0.66	0.64
1	66	0.65	0.64	0.66	0.65
1	78	0.65	0.65	0.67	0.65
1	85	0.63	0.64	0.64	0.64
1	92	0.64	0.62	0.65	0.64

表4 回归得到的参数

Tab. 4 Parameters obtained by regression

$\mu_c$	$\mu_s$	$\sigma_0 / m^{-1}$	$\sigma_2 / (s \cdot m^{-1})$	$v_s / m \cdot s^{-1}$	$h_\infty = 0$	$h_\infty = 0.5$ mm	$h_\infty = 1$ mm
0.46	1.2	172	0	3.9	2.3	2	

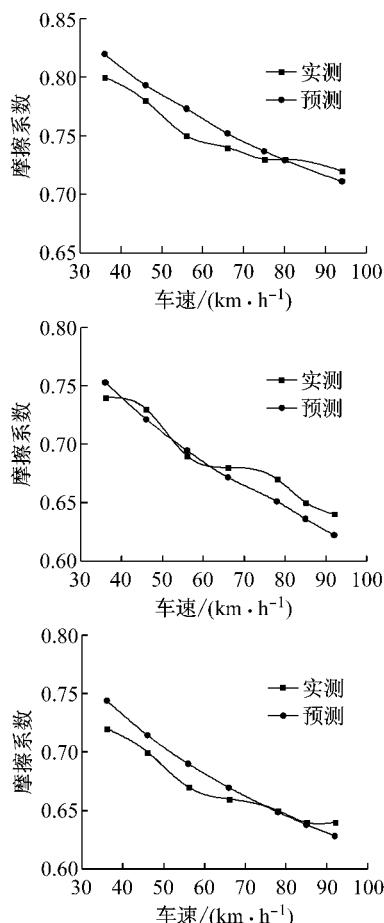


图5 不同水膜厚度下摩擦系数随车速变化关系

Fig. 5 Friction coefficients vs vehicle speed at different water film thickness

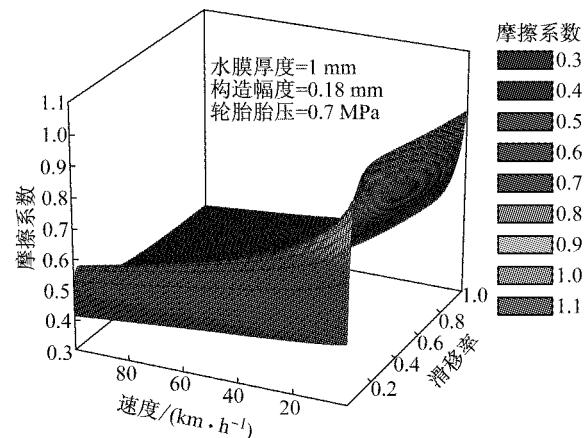


图6 摩擦系数随速度和滑移率变化

Fig. 6 Variation of friction coefficients with speed and slip ratio

滑移率为0至最优滑移率(即特定速度下摩擦系数为最大时的滑移率,本例中为0.07至0.21)的过程中变化最为剧烈;在超出最优滑移率后轮胎摩擦系数将缓慢下降。因此为了保证飞机制动阶段良好的制动性能,飞机能提供补偿推力将显得十分重要。

## 4 结论

(1)Lugre模型中考虑了Stribeck效应和弹簧阻尼振动系统在内的摩擦特性,因此适合用作动态道面摩擦模型;

(2)推导并建立了考虑水膜厚度影响的修正平均集总Lugre模型,其计算结果与通过现场实验计算得到的摩擦系数误差的均方根为0.012,具有较高的预估精度。

(3)轮胎摩擦系数在滑移率为0至最优滑移率的过程中变化剧烈;在超出最优滑移率后轮胎摩擦系数将缓慢下降,证实了飞机补偿推力的重要性。

## 参考文献:

- [1] Veith A G. Tires-roads-rainfall-vehicles: the traction connection[C]//Frictional Interaction of Tire and Pavement: A Symposium. Philadelphia: ASTM International, 1983: 3-40.
- [2] Kulakowski B T, Harwood D W. Effect of water-film thickness on tire pavement friction [C] // Surface Characteristics of Roadways: International Research and Technologies. Pennsylvania: ASTM STP, 1990: 50-60.
- [3] Do M T, Cerezo V, Beaupre Y, et al. Modeling of the connection road surface micro texture/water depth/friction[J]. Wear, 2013, 302(1/2): 1426.

(下转第1537页)