

# 沥青路面三层结构模量反演最佳反演点的确定

朱 洁<sup>1</sup>, 孙立军<sup>2</sup>

(1. 交通运输部科学研究院, 北京 100029; 2. 同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804)

**摘要:** 进行沥青路面三层结构模量反演, 利用惯性弯沉点反演出土基模量后, 再利用荷载中心点和距离荷载中心点附近的一点进行面层和基层模量反演时发现可能存在反算面层和基层模量的最佳反演点, 通过大量的模量反算证实了最佳反演点的存在, 寻找到最佳反演点的位置, 并从理论上解释了最佳反演点存在的必然性。通过与国内外模量反算方法的对比, 说明利用最佳反演点反演沥青路面三层结构模量不仅精度高而且效率也很高, 使大量的模量反算成为可能。

**关键词:** 沥青路面; 模量反算; 惯性弯沉点; 最佳反演点

**中图分类号:** U416.2

**文献标志码:** A

## Determination of Optimal Backcalculation Point for Three Layer Structure Modulus Backcalculation of Asphalt Pavement

ZHU Jie, SUN Lijun

(1. China Academy of Transportation Sciences, Beijing 100029, China; 2. Key laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** It is found that optimal backcalculation point may be exist during the modulus backcalculation in the three layers structure of asphalt pavement. Through a large number of modulus backcalculation confirmed the existence of the optimal backcalculation point and found the position of the optimal backcalculation point, try to explain the inevitability of existence of the optimal backcalculation point in theoretically. The writer compares the backcalculation method with domestic and foreign modulus backcalculation method through precision and efficiency, it is confirmed that the backcalculation method using optimal backcalculation point, precision and efficiency of this method are all very high which make the possible of massive modulus backcalculation.

**Key words:** asphalt pavement; modulus backcalculation; inertial point; optimal backcalculation point

随着无损检测技术的发展, 模量反算作为一种非破坏类结构承载能力评定方法也因此成为必然。迄今为止, 涌现出了大量的模量反算方法, 如图表法、回归公式法、数据库搜索法<sup>[1]</sup>, 20 世纪 90 年代以来, 涌现出了大量的优化算法, 如 BP (back propagation) 神经网络法<sup>[2-3]</sup>、遗传算法<sup>[4-5]</sup>、同伦方法<sup>[6]</sup>、蚁群算法<sup>[7]</sup>等优化算法以及他们的改进算法。有些算法已经解决了解不唯一、受初始值影响较大的问题, 但同时又存在反演效率(反演时间)较低的现象, 反演一组 3 层体系结构通常需耗时几分钟甚至更久<sup>[6]</sup>。

孙立军等先后在水泥混凝土机场道面和道路路面 2 层结构弯沉盆中发现了“惯性弯沉点”<sup>[8-9]</sup>, 朱洁等<sup>[10]</sup>提出了沥青路面惯性弯沉点的选取及土基模量的反演方法, 张小宁等<sup>[11]</sup>在利用惯性弯沉点反演出土基模量后, 提出了反演面层和基层模量的新算法。在利用该算法进行模量反算时, 本文发现在距离荷载中心点较近的范围可能存在最佳反演点, 并通过大量的模量反算寻找到最佳反演点(荷载中心点、距离荷载中心点 20 cm 的点), 利用最佳反演点进行面层和基层模量反演误差均能控制在 5% 以内, 通过与国内外反演程序的对比说明利用最佳反演点进行模量反算不仅精度高, 而且效率非常高, 反演一组结构一般在 5 s 内均可完成。

## 1 惯性弯沉点与最佳反演点

### 1.1 惯性弯沉点

对于相同地基反应模量和相同道路厚度(面层厚度与基层厚度之和)的路面结构, 在同一荷载作用下, 面层与基层模量越大, 则弯沉盆越平坦, 即靠近荷载处的弯沉较小, 而远离荷载处的弯沉相对较大; 相反, 面层与基层模量越小, 则弯沉盆越陡, 即靠近荷载处的弯沉越大, 而远离荷载处的弯沉相对越小。

这两个弯沉盆必然相交于一点,该点定义为相对于地基反应模量而言的惰性弯沉点。

## 1.2 最佳反演点

沥青路面三层结构(面层、基层、土基),对于面层厚度、基层厚度、基层模量、土基模量均相同,面层模量不同的多组沥青路面结构,其弯沉盆在距离荷载中心点 18 cm 到距离荷载中心点 22 cm 范围内有急剧靠近的趋势,经过大量的模量反演发现,利用荷载中心点与距离荷载中心点 20 cm 两个点反演面层和基层模量,误差均较小(5%以内),将这两个点定义为反演面层和基层模量的最佳反演点。

## 1.3 沥青路面三层结构模量反算步骤

沥青路面三层结构模量反算的具体步骤如图 1 所示。

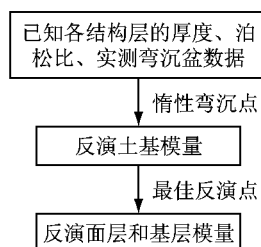


图 1 沥青路面三层结构模量反算步骤

Fig.1 Procedure of three layer structure modulus backcalculation of asphalt pavement

步骤 1:根据文献[10]中提出基于惰性弯沉点的土基模量反演方法,得到土基模量  $E_0$ ;

步骤 2:利用本文中寻找到的反演面层和基层模量的最佳反演点(具体位置参见论文第 3 节),得到面层模量  $E_1$  和基层模量  $E_2$ 。

## 2 理论基础

### 2.1 沥青路面面层和基层模量的反算

文献[11]提出了反演沥青路面面层和基层模量的算法,结合基于惰性弯沉点的土基模量反演方法[10],沥青路面面层和基层模量反演算法的具体步骤如下:

步骤 1:根据文献[10]中提出基于惰性弯沉点的土基模量反演方法,得到土基模量  $E_0$ ;随机选取面层模量  $E_1$  和基层模量  $E_2$ 。

步骤 2:保持  $E_1$  不变,调整  $E_2$ ,不断试算,使荷载中心点弯沉的计算值和实测值匹配。

步骤 3:验证荷载中心点附近某一点处(Bpoint)的弯沉:比较计算值与实测值,若达到精度要求,说明答案找到,至步骤 4;

① 如果计算值大于实测值,说明计算弯沉盆偏坦,面层刚度偏大,须减小面层刚度  $E_1$ ,返回步骤 2;

② 如果计算值小于实测值,说明计算弯沉盆偏陡,面层刚度偏小,须加大面层刚度  $E_1$ ,返回步骤 2;

步骤 4:停止运算,输出结果。

### 2.2 均方根误差最小准则

目前常用的误差准则有很多,其中包括均方根误差最小准则,最小二乘法,最大绝对误差最小准则等,沥青路面性能研究及模量反算中用得最多的是均方根误差(root mean square error, RMSE, 记为  $R_{MSE}$ )<sup>[10]</sup>。

$$R_{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{D_i - \bar{D}}{\bar{D}} \right)^2} \times 100\%$$

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i$$

式中:  $R_{MSE}$  为均方根误差;  $n$  为选取的沥青路面结构个数;  $D_i$  为第  $i$  个沥青路面结构的弯沉值,  $\bar{D}$  为各个结构在同一点的弯沉的平均值。

均方根误差 RMSE 的物理意义为多组结构弯沉盆的靠近程度。

在惰性弯沉点的选取中采用均方根误差最小准则,即根据相同土基模量和道路总厚度,不同面层和基层模量的弯沉盆,求出各个点弯沉的平均值,每个点的值与平均值的差值平方和求和并计算均方根误差 RMSE 的值, RMSE 值最小的点便为惰性弯沉点<sup>[10]</sup>。

### 2.3 刚性下卧层的设置

刚性下卧层指位于土基一定深度之下,具有较大的刚度,对表面弯沉盆的贡献不可以忽略的层位。谢兆星等<sup>[12]</sup>经过研究发现刚性下卧层深度至少应取 7 m 才对反演的土基模量影响不大,若小于 7 m,则会导致土基模量反演误差偏大。孔垂烛等<sup>[13]</sup>指出刚性下卧层深度至少应为 4 m。查旭东等建议刚性下卧层的深度取距路表 731.2 cm<sup>[6]</sup>,刚性下卧层模量取 6 894.76 MPa。

本文在理论弯沉盆的计算中设置刚性下卧层,刚性下卧层的深度取离路表 731.2 cm,泊松比取 0.2,刚性下卧层模量取 6 894.76 MPa。

## 3 最佳反演点的确定

为了找到最佳反演点的位置,本文用枚举法反算了大量的沥青路面结构。

为了确定最佳的三层结构反演点位置,本文的

思路如下:

(1) 道路总厚度相同的结构,改变面层、基层和土基模量,Bpoint 分别取 15,20,25,30 cm 来反演面层和基层模量;

(2) 改变道路厚度,重复过程(1);

用基于惯性弯沉点的土基模量反演方法反演出

土基模量后<sup>[11]</sup>,根据第1节中反演面层和基层模量的流程反演面层和基层模量,为了找到三层体系最佳反演点的位置,根据图2的流程来反演面层和基层模量。

在进行模量反演时沥青路面各结构层的变量取值范围见表1。

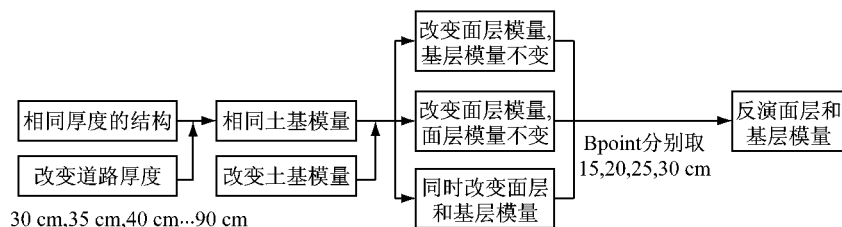


图2 最佳 BPoint 位置确定流程

Fig.2 process of determination on optimal backcalculation location

表1 结构参数范围

Tab.1 Range of structural parameters

面层厚度/cm	基层厚度/cm	面层模量/MPa	基层模量/MPa	土基模量/MPa	面层泊松比	基层泊松比	土基泊松比
5~20	25~70	1 000~10 000	150~10 000	30~200	0.35	0.3	0.4

经过大量的反演发现:反演面层和基层模量所需的两个点,分别取荷载中心点和距离荷载中心点20 cm 两点反演出的面层和基层模量误差均较小,均能控制在5%以内。由此将荷载中心点和距离荷载中心点20 cm 两点定为反演面层和基层模量的最佳反演点。

#### 4 最佳反演点的位置存在的理论解释

由第3节得知,反演面层和基层模量时取荷载中心点和距离荷载中心点20 cm,反演出的面层和基层模量误差均能控制在5%以内。本节试图从理论上分析BPoint 取距离荷载中心点20 cm 的依据。通过示例2来说明。

示例2:有一组沥青路面结构,面层厚度 $h_1=20$  cm,基层厚度 $h_2=60$  cm,土基模量 $E_0=150$  MPa,面层泊松比 $u_1=0.35$ ,基层泊松比 $u_2=0.3$ ,土基泊松比 $u_0=0.4$ ,落锤式弯沉仪(falling weight deflectometer, FWD)荷载 $p=0.707$  MPa,荷载半径 $R=15$  cm。固定基层模量时基层模量 $E_2=5\ 000$  MPa。

表2为土基模量相同,各组结构的面层和基层模量值,表3为土基模量和基层模量均相同,各组结构的面层模量值。图3为表2中6组结构弯沉盆所对应的均方根误差RMSE曲线,图4为表3中6组

结构弯沉盆所对应的均方根误差RMSE曲线,图5为对图4均方根误差取斜率。

表2 土基模量相同的各组结构面层和基层模量值

Tab.2 Surface and base modulus value in the same subgrade modulus

结构	面层模量/MPa	基层模量/MPa	土基模量/MPa
1	1 000	3 000	150
2	2 000	4 000	150
3	3 000	5 000	150
4	4 000	6 000	150
5	5 000	7 000	150
6	6 000	8 000	150

表3 固定基层模量时各组结构面层模量值

Tab.3 Surface modulus value in the same subgrade and base modulus

结构	面层模量/MPa	基层模量/MPa	土基模量/MPa
1	1 000	5 000	150
2	2 000	5 000	150
3	3 000	5 000	150
4	4 000	5 000	150
5	5 000	5 000	150
6	6 000	5 000	150

图3为道路总厚度和土基模量均相同的6组结构弯沉盆所对应的均方根误差RMSE曲线,曲线的最低点即为该组结构的惯性弯沉点位置,从图中可以看出,从荷载中心点到惯性弯沉点的曲线变化是均匀的。

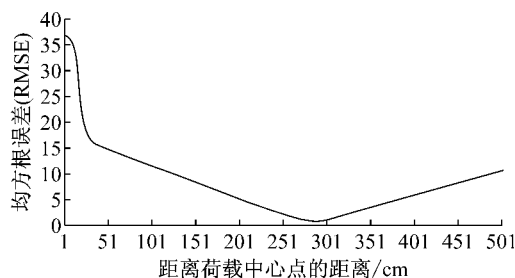


图 3 土基模量相同,面层和基层模量不同时各结构弯沉盆所对应的 RMSE 曲线

Fig.3 RMSE curve of 6 different deflection basin when base modulus is not fixed

图 4 为不仅道路总厚度和土基模量相同,基层模量也相同,均为 5 000 MPa 的 6 组结构弯沉盆的均方根误差 RMSE 曲线,从图中可以看出,与图 3 相比,当再固定基层模量,荷载中心点到惯性弯沉的区间内 RMSE 曲线出现了明显的凹陷, RMSE 曲线的物理意义为 6 组结构弯沉盆靠近的程度,明显的凹陷说明固定了基层模量时,6 组结构在凹陷区域内弯沉盆出现了靠近的趋势。

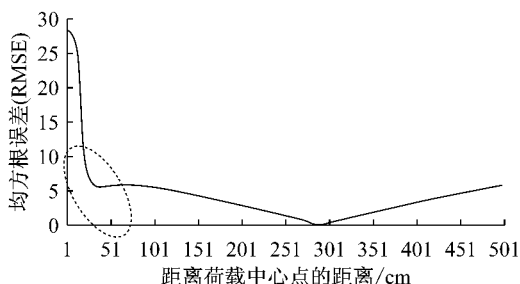


图 4 土基和基层模量相同,面层模量不同时各结构弯沉盆所对应的 RMSE 曲线

Fig.4 RMSE curve of 6 different deflection basin when base modulus is fixed

对图 4 均方根误差曲线取斜率可以得到图 5,其意义为 6 组结构弯沉盆随着离荷载中心点距离的变化其靠近的快慢程度,从图 5 中可以明显地看到斜率在距离荷载中心点 19 cm 时绝对值达到最大,说明当固定基层模量时,19 cm 附近 6 组结构弯沉盆以较快的速度接近,这也从理论上解释了为什么 BPoint 取距离荷载中心点 20 cm 处的弯沉反演出的基层模量误差最小。

图 6 为 6 组结构面层厚度、基层厚度、基层模量、土基模量均相同,改变面层模量时的弯沉盆曲线,从图上可以看到各组结构在距离荷载中心点 15~25 cm 范围(图 6)有明显靠近的趋势,距离荷载中心点 25 cm 以后各组结构弯沉盆曲线靠近速度非常

的慢。

不同结构均方根误差 RMSE 斜率曲线(见图 5)绝对值最大均出现在 20 cm $\pm$ 2 cm 范围,即(18, 22 cm),反演时取距离荷载中心点 20 cm 作为最佳反演点。

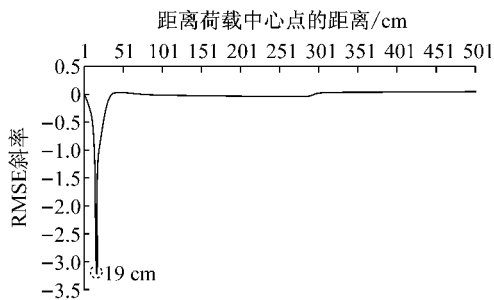


图 5 土基和基层模量相同,面层模量不同时均方根误差 RMSE 的斜率曲线

Fig.5 slope curve of RMSE when base modulus is fixed

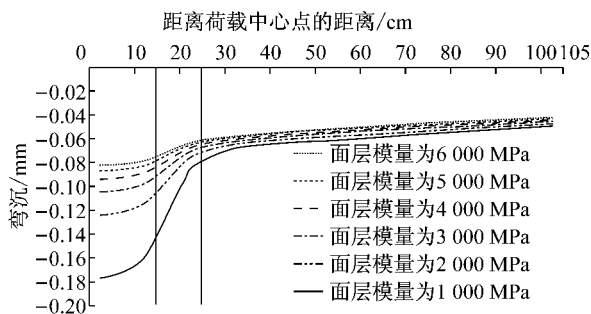


图 6 土基和基层模量相同,面层模量不同时各结构的弯沉盆曲线

Fig.6 deflection basin when base modulus is fixed

## 5 精度和效率比较

### 5.1 精度比较

表 4 中 2 组弯沉盆数据摘自美国航道试验站(WES)开发的 LEEPWIN 软件中的示例数据库,每个弯沉盆数据含有 7 个弯沉,荷载作用半径为 15 cm<sup>[6]</sup>,此弯沉盆的唯一不足的是没有测点 20 cm 处的弯沉,本文需要利用最佳反演点(20 cm)反演面层和基层模量,在此处采用插值的方法得到。

本文算法与其他算法的比较见表 5。表中 HMDEF 和 GADEF 为长安大学的反算程序,EVERCALC 为美国华盛顿州交通厅的反算程序,WESDEF 为美国航道试验站的反算程序,MODULUS 为美国德克萨斯州交通厅的反算程序,MultiDEF 为本文提出的基于最佳反演点的模量反算程序。从表 5 的反算结果看,各程序反算的土基模

量误差相差不大,MultiDEF 与 MODULUS 反演结果最为接近,这也说明了土基模量对弯沉盆的影响是最大的,最容易辨识,面层和基层模量各程序反演出的结果差异性较大,本文编写的 MultiDEF 反演结果与 WESDEF 和 MODULUS 反演结果最为接

近,说明本文提出的多层体系高精度模量反算方法与基于模拟退火的粒子群算法应用于三层体系时精度高,结果可靠。

理论弯沉盆与实测弯沉盆相对误差见表 6。

表 4 FWD 实测弯沉盆数据

Tab.4 Measured deflection basin data of FWD

序号	结构层	厚度/cm	泊松比	荷载/kN	各测点位置(cm)处的弯沉/0.01 mm							
					0	20	30.48	60.96	91.44	121.92	152.4	182.88
1	面层	13.34	0.35	176.99	100.58	77.04	65.28	43.94	31.24	23.11	17.53	13.72
	基层	35.56	0.30									
	土基		0.40									
2	面层	16.51	0.35	257.34	70.89	58.2	54.2	43.18	35.56	25.40	20.32	15.24
	基层	17.78	0.15									
	土基		0.40									

表 5 本文算法与其他算法的比较

Tab.5 Comparison between the algorithm and other algorithm

序号	结构层	HMDEF	GADEF	EVERCALC	WESDEF	MODULUS	MultiDEF
1	面层	3 173.93	3 171.73	3 229.5	3 241.43	3 221.96	3 238.33
	基层	701.68	701.13	700.23	676.86	661.58	684.17
	土基	130.17	130.31	129.41	130.51	133.19	132.48
2	面层	4 270.96	4 271.78	4 273.65	4 120.94	4 393.11	4 280.85
	基层	15 201.15	15 165.02	15 175.84	17 247.32	14 359.68	14 803.65
	土基	178.51	178.64	177.88	180.31	178.45	178.12

表 6 理论弯沉盆与实测弯沉盆相对误差

Tab.6 Relative error between theoretical deflection basin and measured deflection basin

序号	弯沉盆	测点位置/cm							
		0	20	30.48	60.96	91.44	121.92	152.4	182.88
1	实测弯沉盆/(0.01 mm)	100.58	77.04	65.28	43.94	31.24	23.11	17.53	13.72
	理论弯沉盆/(0.01 mm)	100.58	77.04	64.94	44.07	31.73	23.24	17.22	12.9
	相对误差/%	0	0	0.52	0.3	1.56	0.56	1.77	5.98
2	实测弯沉盆/(0.01 mm)	70.89	58.2	54.2	43.18	35.56	25.4	20.32	15.24
	理论弯沉盆/(0.01 mm)	70.89	58.2	54	43.97	34.46	26.43	20.02	15.07
	相对误差/%	0	0	0.37	1.83	3.09	4.05	1.47	1.12

## 5.2 效率比较

对于相同的弯沉盆,采用 Intel(R) Core(TM) i5-2400 CPU 的计算机进行反算,将各种算法在反演三层体系时的效率进行了比较<sup>[6]</sup>,具体见表 7。

表 7 各种算法反演三层体系效率比较

Tab.7 Efficiency comparison between deferent algorithms

	算法			
	常规搜索法	遗传算法	同伦方法	多层结构高精度反演方法
效率	5 s 以内	3 min 左右	20 s	5 s 以内

从表 7 中可以看出,常规搜索法一般在 5 s 以内

便可完成,而通常的优化算法(遗传算法)一般需要 2~3 min 才能完成,同伦方法一般为 20 s,本文提出的多层结构高精度反演方法一般在 5 s 内便可完成,达到了常规搜索法的效率,可见本文提出的模量反算方法是一种高效的反算方法,其速度完全能够满足工程需要。

## 6 结论

本文在进行沥青路面三层结构模量反算时发现了反演面层和基层模量的最佳反演点,并通过大量的模量反算寻找到最佳反演点(荷载中心点与距离

荷载中心点 20 cm), 并从理论上解释了最佳反演点存在的必然性. 利用最佳反演点反演出的面层和基层模量不仅精度高而且效率高, 反演一组沥青路面三层结构模量 5 s 内便可完成, 解决了模量反算效率较低的问题, 使大量的模量反算成为可能.

## 参考文献:

- [1] 查旭东. 路面结构层模量反算方法综述[J]. 交通运输工程学报, 2002, 2(4): 1.  
ZHA Xudong. Summary of backcalculation methods of pavement layer moduli [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2002, 2(4): 1.
- [2] Meier R W, Alexander D R, Freeman R B. Using artificial neural networks as a forward approach to backcalculation. Transportation Research Record 1570, TRB [C] // National Research Council. Washington D C: [s. n.], 1997: 126-133.
- [3] 查旭东. 基于神经网络理论的沥青路面结构四层体系弯沉的拟合研究[J]. 西安公路交通大学学报, 2000, 20(1): 8.  
ZHA Xudong. A study on fitting of deflection of four-layer elastic-layered system for asphalt pavement based on the theory of neural networks[J]. Journal of Xi'an Highway University, 2000, 20(1): 8.
- [4] Fwa T F, Tan C Y, Chan W T. Backcalculation analysis of pavement-layer moduli using geneticalgorithms. Transportation Research Record 1570, TRB [C] // National Research Council. Washington D C: [s. n.], 1997: 134-142.
- [5] Fwa T F, Rani T S. Seed modulus generation algorithm for backcalculation of flexible pavement moduli. transportation research record 1905, TRB [C] // National Research Council. Washington D C: [s. n.], 2005: 117-127.
- [6] 查旭东. 基于同伦方法的路面模量反算的研究[D]. 西安: 长安大学, 2001.  
ZHA Xudong. Backcalculation of modulus for pavements based on homotopy method [D]. Xi'an: Chang'an University, 2001.
- [7] 王复明, 刘小梅, 蔡迎春. 蚁群算法在路面模量反演中的研究与应用[J]. 路基工程, 2009(4): 74.  
Wang Fuming, Liu Xiaomei, Cai Yingchun. Applicable research on Ant Algorithms to back calculated pavement layer module [J]. Subgrade Engineering, 2009(4): 74.
- [8] 孙立军. 路面弯沉盆上的惯性点[J]. 公路交通科技, 2001, 18(3): 1.  
SUN Lijun. Inertial point on deflection basin of concrete pavement and Asphalt pavement [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2001, 18(3): 1.
- [9] 胡圣. 水泥混凝土路面结构模量反算方法研究[D]. 上海: 同济大学, 1997.  
Hu Sheng. Research of method of backcalculate layer moduli for concrete pavements [D]. Shanghai: Tongji University, 1997.
- [10] 朱洁, 陈长, 孙立军. 沥青路面惯性弯沉点的选取及土基模量的反演[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2013, 41(12): 1824.  
ZHU Jie, Chen Zhang, Sun Lijun. Selection of inertial point for asphalt pavement and backcalculation method of subgrade modulus [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2013, 41(12): 1824.
- [11] 张小宁, 孙立军. 沥青路面面层和基层结构模量的反算[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2004, 32(10): 1386.  
ZHANG Xiaoning, SUN Lijun. Backcalculating moduli of surface and base courses for asphalt pavement [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2004, 32(10): 1386.
- [12] 谢兆星, 丛林, 郭忠印. 基于 FWD 的弯沉盆参数的沥青路面土基模量评价方法研究[J]. 公路交通科技, 2009, 26(12): 28.  
XIE Zhaoxing, CONG Lin, GUO Zhongyin. Evaluation of subsoil modulus for asphalt pavement based on FWD deflection basin parameter [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2009, 26(12): 28.
- [13] 孔垂烛, 邓安福. 刚性下卧层对上部土层变形的影响[J]. 岩土工程技术, 2005, 19(6): 303.  
KONG Chuizhu, DENG Anfu. Influence of rigid substratum on upper soil's displacement [J]. Geotechnical Engineering Technique, 2005, 19(6): 303.