

# 局部加卸载下颗粒体系接触力残留与 应力残留的关系

付龙龙, 周顺华, 宫全美, 王长丹

(同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804)

**摘要:** 以正五棱柱颗粒体系加卸载的光弹试验为基础, 通过条纹解析量化了特征颗粒所受接触力, 揭示了卸载过程中接触力的演化特征. 结果表明: 卸载阶段浅层颗粒间基本无残留接触力, 而深层颗粒间存在显著接触力残留; 最后一级荷载为临界荷载, 采用离散元模拟重现了光弹试验, 数值模拟所得接触力链、残留接触力及颗粒位移与光弹试验一致, 从而验证了数值模拟的有效性. 基于数值模型分析了加卸载阶段颗粒体系的应力演化, 得出应力与接触力链、残留应力与残留接触力的空间分布均一致.

**关键词:** 颗粒体系; 加卸载; 残留接触力; 残留应力; 光弹试验; 离散单元法

中图分类号: U411.92

文献标志码: A

## Relationship Between Residual Contact Force and Residual Stress in Granular Packings Subject to Partial Loading and Unloading

FU Longlong, ZHOU Shunhua, GONG Quanmei, WANG Changdan

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** Contact forces acted on representative pentagons were achieved through fringe analysis based on the photo-elastic experiment of pentagons subject to loading and unloading. The evolution of contact forces reveal that residual contact force lies remarkably in contacts between deep-buried pentagons while barely in contacts between superficial pentagons during unloading. Photo-elastic experiment was reproduced via discrete element simulation, and the comparison of both inter-particle contact force between photo-elastic test and numerical test demonstrates that the numerical model is reasonable. Besides, the stress evolution of pentagon packings during loading and unloading was studied. The

results indicate that the spatial distributions of stress and force chain, residual stress and residual contact force are consistent.

**Key words:** granular packings; loading and unloading; residual contact force; residual stress; photo-elastic experiment; discrete element method

土体的局部卸载行为广泛存在于土木工程领域, 如隧道、基坑开挖卸载<sup>[1-3]</sup>, 路基超载预压后卸载<sup>[4]</sup>, 以及动荷载的循环加卸载作用等. 现有研究表明, 受离散性和内摩擦特性影响, 岩土体等土工颗粒体系在卸载时局部应力的释放受到其他部分约束, 进而在体系内部形成残留应力<sup>[2,5-6]</sup>, 影响工程建设、结构服役的安全性和耐久性<sup>[7-8]</sup>. 然而至今为止, 卸载引起的土体内力变化一直没有确定的理论描述.

为研究局部加卸载作用下土工颗粒体系的应力残留特性, 部分学者基于基坑开挖卸载工程实录数据, 定义了残余应力和残余应力系数<sup>[9]</sup>; 还有部分学者采用应力释放描述应力残留现象<sup>[10-12]</sup>. 考虑到局部加卸载最终表现为应力的空间分布和变化, 也有学者从单元体试验出发, 通过先将试样固结至目标状态而后卸载, 以获取卸载应力-应变关系<sup>[2]</sup>、卸荷模量<sup>[13]</sup>、卸荷强度<sup>[14]</sup>、伸长卸载强度<sup>[15-16]</sup>等变化特征, 来描述卸载对土体内力的影响.

上述研究从宏观尺度给出了加卸载作用下土体的应力残留特性. 然而, 由于一方面土体固相具有离散性和结构性<sup>[17]</sup>, 应力残留的根本原因在于其微观结构变化; 另一方面, 现有技术条件下土体中的残留应力难以直接测得<sup>[18]</sup>. 因此, 越来越多的学者将岩土三相复杂体系简化为颗粒体系开展研究, 如文献

收稿日期: 2016-04-11

基金项目: 国家自然科学基金(41472247)

第一作者: 付龙龙(1989—), 男, 助理研究员, 工学博士, 主要研究方向为交通岩土工程. E-mail: longlongfu@tongji.edu.cn

通讯作者: 周顺华(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为城市轨道交通与铁道工程. E-mail: zhoushh@tongji.edu.cn

[19]借助光弹试验分析了加卸载作用下正五棱柱颗粒体系的细观接触力演化特征,得出直观可视的接触力残留现象。

总体而言,随着对工程问题认识的不断深入以及工程控制标准的逐步提高,加卸载引起的应力残留问题愈发突显,从而从细观尺度揭示应力残留的机理,并建立宏-细观特性的跨尺度联系可为解决实际工程问题提供新的思路。鉴于此,本文在前述研究基础上,结合光弹试验和离散元数值模拟,对加卸载作用下正五棱柱颗粒体系接触力残留和应力残留特性的相关关系进行研究。

### 1 特征颗粒接触力的量化及残留特性

以文献[19]所述正五棱柱颗粒体系加卸载光弹试验为基础,通过条纹解析量化特征颗粒所受接触力,并给出加卸载下接触力的演化和残留特征。

#### 1.1 特征颗粒的选取及接触力计算

图 1a 为本文所选力链及对应颗粒编号,整个加卸载过程中该力链结构稳定,也即组成力链的颗粒,其间接触状态不变,从而卸载阶段颗粒间残留接触力可按式(1)计算。

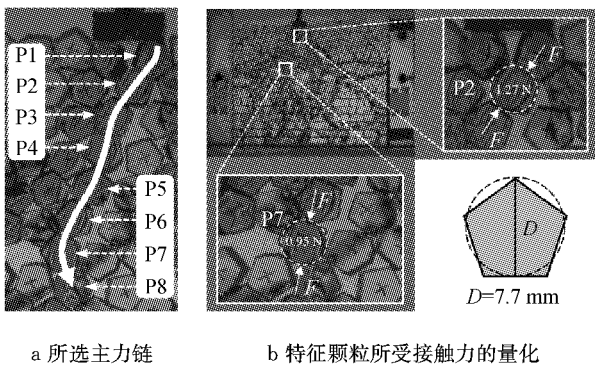


图 1 特征颗粒及其受力量化示意

Fig.1 Representative pentagons and contact force quantification

$$\Delta F_{i,ul}(k) = F_{i,u}(k) - F_{i,l}(k) \quad (1)$$

式中: $F_{i,l}(k)$ 为加载至  $k$  级(记为  $Lk$ , loading to level  $k$ )时颗粒  $i$  所受接触力; $F_{i,u}(k)$ 为卸载至  $k$  级(记为  $ULk$ , unloading to level  $k$ )时作用于颗粒  $i$  上的接触力; $\Delta F_{i,ul}(k)$ 为  $UL k$  时颗粒  $i$  上的残留接触力。

光弹材料条纹值的标定常采用圆盘试样对径受压模型<sup>[20]</sup>,考虑到整个卸载阶段所选力链上颗粒的残留应力均较为显著,且颗粒 P2、P7 的干涉条纹接近于圆盘试样对径受压模型<sup>[21-22]</sup>,故可结合颗粒 P2、P7 中的干涉条纹和式(2)所示圆盘试样对径受

压模型中力与色线的关系求得 P2、P7 所受接触力  $F_2(k)$ 、 $F_7(k)$ ,如图 1b 所示。这样的简化计算虽然有误差,但并不影响不同荷载等级下接触力的相对大小,从而也不会影响加卸载过程中接触力的演化规律。

$$F = \frac{1}{8} \pi D N V_f \quad (2)$$

式中: $F$ 为颗粒上的对径力; $D$ 为圆盘直径,此处取为图 1b 所示等效圆盘直径; $N$ 为色线数,由于应力变化是连续的,等差色线之间的颜色也是渐变的,对于相邻色线之间的过渡区域,其色线数根据色彩和分布范围进行估算; $V_f$ 为光弹材料条纹值。

#### 1.2 特征颗粒残留接触力的演化

结合不同荷载状态下的条纹和式(2)可得加卸载过程中  $F_2(k)$ 、 $F_7(k)$  的演化,如图 2 所示。由图 2 (图中  $k=0,1,3,6,9,11$  为外荷载等级)可以看出,颗粒 P2 所受接触力的加载响应过程和卸载响应过程基本相逆,几乎不存在残留接触力;而颗粒 P7 所受接触力的加卸载响应曲线则表现出显著的迟滞性。这是由于颗粒 P2 位于浅表,在初始自重条件下受到邻近颗粒的作用力较小,因而锁存残留接触力的能力也相应较小。而位置较深的颗粒 P7 在初始自重条件下受到邻近颗粒的作用力较大,从而在卸载阶段锁存了较大的残留接触力。

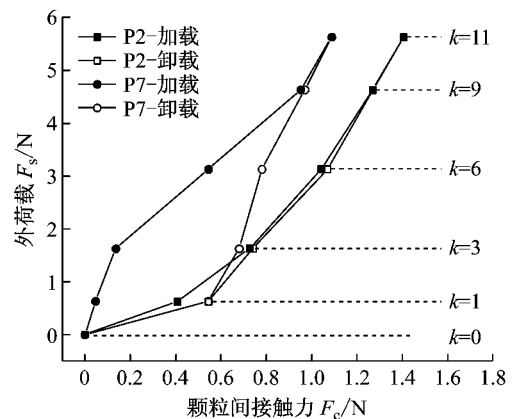


图 2 加卸载过程中特征颗粒所受接触力的演化

Fig.2 Evolution of contact force acted on representative pentagons during loading and unloading

图 3 所示为卸载过程中颗粒 P7 的残留接触力  $\Delta F_c$ 、接触力残留系数  $\alpha = \Delta F_c / F_s$  及接触力释放速率  $\nu = \Delta F_c(k+1, k) / \Delta F_s(k+1, k)$  的变化曲线。其中,  $\Delta F(k+1, k) = F(k+1) - F(k)$ 。可以看出,卸载至  $UL1$  时  $\alpha$  最大,进一步卸载  $\nu$  将急剧增大,同时接触力完全释放,  $\Delta F_c$  减小至零。

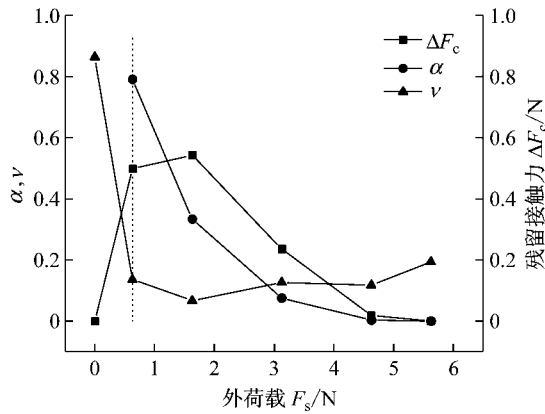


图 3 卸载阶段接触力释放特性

Fig.3 Characteristics of contact force release during unloading

结合图 2 和图 3 可知,卸载阶段  $k=1$  为临界荷载,当荷载大于  $UL_1$  时接触力释放缓慢,残留接触力逐渐增大并基本稳定;当荷载等于  $UL_1$  时接触力残留系数达到最大,表明体系锁存内力的能力最大程度地发挥出来;进一步卸载将导致接触力完全释放。

## 2 光弹试验的数值模拟

正五棱柱颗粒体系的光弹试验可视为平面条件,采用离散元软件 PFC2D (particle flow code in 2 dimension)模拟光弹颗粒时可视其为二维圆盘,颗粒形状为正五边形,可通过颗粒簇(clump)单元实现。

### 2.1 五棱柱颗粒的模拟

采用 clump 近似模拟正五边形的步骤如下:① 获取光弹试验中颗粒坐标<sup>[19]</sup>和特征角度<sup>[23]</sup>;② 以光弹颗粒坐标为圆心生成半径为  $R_a$  的等代外接圆(见图 4a);③ 生成 clump 替换等代外接圆,正五边形各边包含 5 个半径为  $R_c$  的圆形颗粒(见图 4b),形心处生成一个半径为  $R_c$  的颗粒,故正五边形共由 21 个球形颗粒组成,clump 子颗粒圆心连线所形成的正五边形的外接圆半径为  $R_b$ (见图 4c);clump 的偏转角度由①中获取的特征角度控制;单颗粒替换结果如图 4d 所示;五边形在顶点处较 clump 略微有所突出,而 clump 在棱边处较五边形略微有所突出。

按照上述 clump 颗粒生成方法最终得到如图 5a 所示的数值模型,图 5a 和 5b 的对比效果证明了颗粒生成方法的有效性。

需要注意的是,光弹颗粒正五边形截面的边是直线,颗粒间接触有点-点、点-线和线-线 3 种接触方式(见图 6);而由多个颗粒组合而成的 clump 在点-

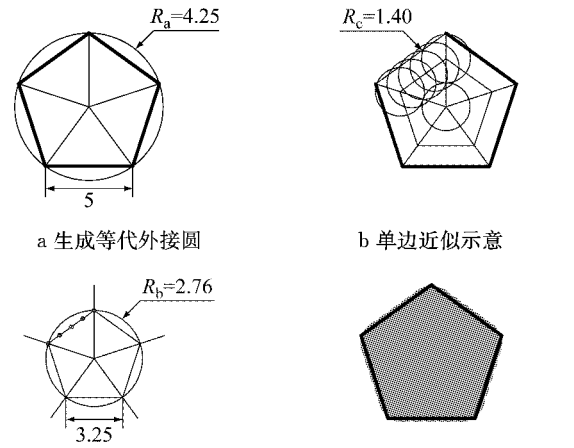


图 4 正五边形 clump 的生成过程(单位:mm)

Fig.4 Producing of pentagon clump(unit:mm)

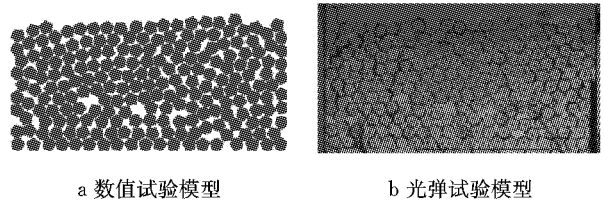


图 5 离散元数值模型与光弹试验模型的对比

Fig.5 Comparison of numerical model and photo-elastic test model

点、点-线和线-线接触条件下实质上仅存在图 7 所示的 2 种接触方式。一般地,图 7 所示接触方式 1 会导致 clump 间的线-线接触较图 6 所示实际接触更脆弱,而接触方式 2 将使得 clump 间的点-线和线-线接触较实际接触更为稳定<sup>[24]</sup>。clump 间接触方式与光弹颗粒间接触方式的差异使得数值模型参数在计

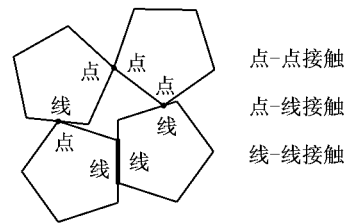


图 6 正五棱柱光弹颗粒的 3 种接触方式

Fig.6 Three contact modes between photo-elastic pentagons

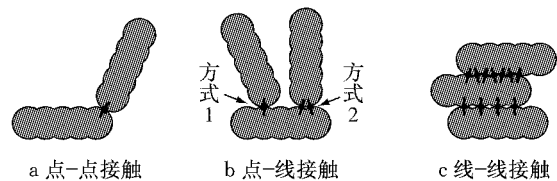


图 7 clump 中的 2 种接触方式

Fig.7 Two contact modes between pentagon clumps in numerical model

算标定的基础上还需进行试算修正。

### 2.2 模型细观参数的确定

正五棱柱颗粒体系加卸载光弹试验对应数值模型细观参数的标定包括边界、加载系统和正五边形颗粒 3 部分,细观参数标定的重点在于将光弹颗粒的物理力学参数等效转换为 clump 子颗粒参数。

#### 2.2.1 边界的模拟及参数标定

光弹试验中模型箱左右两侧挡板采用 Wall 单元模拟,按照刚性边界考虑;并且为简化数值模型,下边界及起刚度过渡作用的长方体块一并采用 Wall 模拟,Wall 的刚度由光弹材料模量按式(3)换算得到。数值模型中边界的参数见表 1。

$$k_{nw} = \frac{EA}{l} = 2(1+\mu)\frac{GA}{l} = 2(1+\mu)k_{sw} = \frac{4 \times 10^6 \times (165 \times 10^{-3} \times 9 \times 10^{-3})}{48 \times 10^{-3}} = 1.23 \times 10^5 \quad (3)$$

式中: $k_{nw}$ 为墙体法向接触刚度; $k_{sw}$ 为墙体切向接触刚度; $E$ 为光弹材料弹性模量; $G$ 为剪切模量; $\mu$ 为泊松比; $A$ 为等效接触面积, $A=wc$ ; $l$ 为等效接触长度。模型底部立方体垫层几何尺寸如图 8 所示。

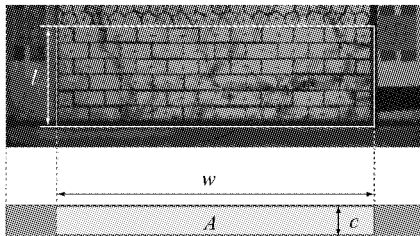


图 8 模型底部立方体垫层的几何尺寸  
Fig.8 Geometries of block stack beneath pentagons

表 1 数值模型的边界参数

边界	参数	取值
侧边界	$k_{nw}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$1 \times 10^8$
	$k_{sw}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$3.3 \times 10^7$
	摩擦系数 $f_w$	0.35
底边界	$k_{nw}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$1.2 \times 10^5$
	$k_{sw}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$4.1 \times 10^4$
	摩擦系数 $f_w$	3.50

#### 2.2.2 加载装置的模拟及参数标定

加载板在试验荷载条件下可视为刚体,故亦采用 clump 模拟,物理模型的数值等效模型如图 9 所示,并且将加载杆的自重折算为颗粒自重,见式(4)。加载板 clump 子颗粒的细观参数见表 2。表中, $R_l$ 为加载板 clump 子颗粒半径, $k_{nl}$ 为子颗粒法向接触刚度, $k_{sl}$ 为子颗粒切向刚度, $f_l$ 为子颗粒滑动摩擦系数。

$$\rho_l = \frac{m_g}{N_l V_l} = \frac{63.4 \times 10^{-3}}{16\pi(1.0 \times 10^{-3})^2 \times 1} = 1.26 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad (4)$$

式中: $\rho_l$ 为数值模型中加载板 clump 子颗粒的密度; $N_l$ 为子颗粒个数; $V_l$ 是单个子颗粒体积; $m_g$ 为光弹试验中加载杆质量。

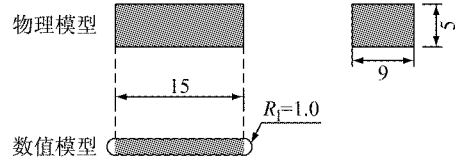


图 9 加载板的离散元模拟示意(单位:mm)

Fig.9 DEM simulation of loading plate(unit:mm)

表 2 加载板 clump 子颗粒的细观参数

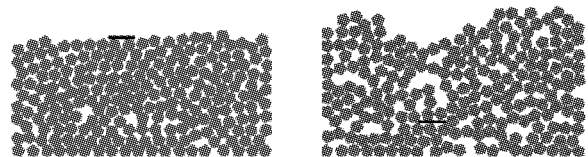
$R_l/\text{mm}$	$\rho_l/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$k_{nl}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$k_{sl}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$f_l$
1.0	$1.26 \times 10^3$	$1.0 \times 10^8$	$1.0 \times 10^8$	0.7

#### 2.2.3 正五边形 clump 子颗粒的参数标定

确定正五边形 clump 子颗粒的参数是数值模型的关键,颗粒密度采用式(5)所示等质量换算。然而据此换算所得颗粒质量在后来的数值模拟中却表现出明显偏小:加载过程中颗粒极易发生转动,造成加载板频频贯入内部,整体表现为剪切破坏(见图 10)。造成这一现象的原因主要有两点:①颗粒间实际的面-面接触在数值模拟中变为点-点接触,使得颗粒间基本不会发生稳定滑动,并且图 7 所示接触方式 2 更易使颗粒发生转动,不利于体系承载后变形的稳定;②由于光弹试验中颗粒横截面与前后箱壁间存在相互作用力,使得颗粒间接触力有所增大,从而一定程度提高了体系的接触稳定性。换言之,在式(5)所示等质量换算条件下,数值模拟中颗粒间接触稳定性小于光弹试验。

$$\rho_c = \frac{\rho_e V_e}{N_c V_c} = 3.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad (5)$$

式中: $\rho_c$ 为五棱柱 clump 子颗粒密度; $\rho_e$ 为光弹材料密度; $V_e$ 为单个光弹颗粒体积; $N_c$ 为组成单个五棱柱 clump 的子颗粒个数; $V_c$ 为子颗粒体积。



a 初始加载 b 贯入破坏

图 10 数值模拟中加载板的贯入现象

Fig.10 Penetration of loading plate in numerical modeling

可见,确保数值模拟合理有效的根本在于提高

颗粒间接触稳定性. 考虑到在颗粒接触方式不变条件下,增大自重可提高颗粒间初始接触力,也即增大颗粒密度可提高滑动摩擦阻力和咬合稳定性,因此文中基于数值模拟效果反演确定最终颗粒密度为式(5)换算结果的 4 倍,即  $14.8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . 此外,实际模拟中还发现,调整 clump 颗粒半径、接触刚度和接触摩擦系数等均难以改善数值模拟效果.

一般地,离散元数值模型等效实际物理模型如图 11a 所示,颗粒等效接触刚度计算如式(6)所示<sup>[25]</sup>. 但由于超单元 clump 整体作为刚体存在,一方面其内部并不会发生接触变形,另一方面 clump 间的接触方式和接触关系复杂,致使  $L$ 、 $A_e$  并不惟一. 图 11b、c 给出两种极端条件下的接触情况,并给出对应  $L$ 、 $A_e$  的近似取值,其中考虑接触变形,点接触的宽度取为  $0.2 \text{ mm}$ ,即  $a/25$ .

$$k_{nc} = k_{sc} = \frac{2nEA_e}{L} \quad (6)$$

式中: $k_{nc}$ 为正五边形 clump 子颗粒法向接触刚度; $k_{sc}$ 为子颗粒切向接触刚度; $A_e$ 为光弹颗粒间实际接触面积; $L$ 为实际有效接触长度; $n$ 为接触点数,对于图 10b、c 所示 clump 间的接触而言, $n=1$ .

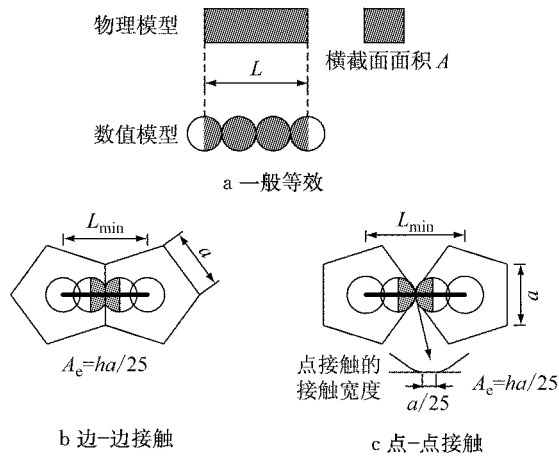


图 11 clump 间有效接触尺寸的确定

Fig. 11 Effective contact dimensions between clumps

结合光弹颗粒物理力学参数<sup>[19]</sup>及图 11 可得接触面积  $A_e \in [1.8 \text{ mm}^2, 9.0 \text{ mm}^2]$ ,等效长度  $L \in [6.9 \text{ mm}, 8.5 \text{ mm}]$ ,代入式(6)可得  $k_{nc} \in [1.7 \text{ kPa}, 10.4 \text{ kPa}]$ .

事实上,由于光弹颗粒采用 clump 模拟导致的接触差异和下边界简化均会影响颗粒体系响应,实际操作中以上述理论参数为初值,依据颗粒位移和力链响应为标准进行调整,最终确定细观参数如表 3 所示. 表中, $\rho_c$ 为正五边形 clump 子颗粒密度, $f_c$ 为子颗粒滑动摩擦系数. 特别地,结合  $k_{nc}$ 的计算过程、

取值范围和  $k_{nc}$ 最终取为  $10 \text{ kPa}$  可知,对颗粒体系承载响应起决定作用的接触方式接近图 11b 所示的稳定接触.

此外,由于光弹材料具有良好的弹性,故数值模拟中加载和卸载阶段采用相同颗粒间接触本构,未考虑卸载效应对颗粒间接触本构的影响.

表 3 正五边形 clump 子颗粒的细观参数

Tab.3 Ball parameters of pentagon clump				
$R_c/\text{mm}$	$\rho_c/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$k_{nc}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$k_{sc}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$f_c$
1.4	14.8	$1.0 \times 10^4$	$1.0 \times 10^4$	3.5

### 2.3 数值模型有效性检验

基于上述数值模型参数,在 PFC2D 中复现正五棱柱颗粒体系加卸载的光弹试验,并通过对比光弹试验和数值试验所得接触力链形态和颗粒位移响应特征对数值模拟结果的有效性进行检验,以验证模型参数及运算步骤的合理性.



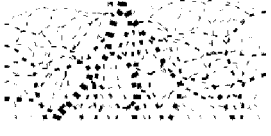
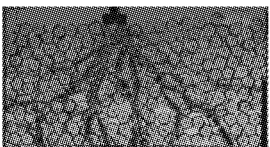



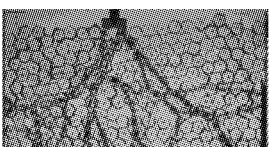
表 4 为离散元模拟与光弹试验所得不同荷载条件下的接触力链,定性地可以看出,两种方法得到的强力链形态基本相同. 需要注意的是,直观对比光弹和数值试验所得力链结构会发现局部接触力链的“宽度”并不一致,但这种视觉上的不一致本质上是两种方法在接触力大小可视化方面的差异造成的:光弹试验中接触力大小通过色线数反映,而与色带宽度没有必然联系;而数值模拟中接触力的大小通过力链宽度反映.

定量地,对比图 2 所示 P2、P7 二颗粒接触力变化的光弹试验结果和数值模拟结果,如图 12 所示. 可以看出,光弹试验和数值模拟结果在以下 3 点一致:① 加载阶段相同外荷载下浅表颗粒 P2 的接触力大于深层颗粒 P7;② 浅表颗粒 P2 接触力的加载增大和卸载减小过程基本相逆,几乎不存在残留接触力;③ 深层颗粒 P7 在整个卸载阶段均锁存了较大残留接触力. 光弹试验和数值模拟结果区别在于,数值模拟得到的接触力大于光弹试验,这是由于光弹试验得到的接触力是简化计算的近似值. 此外由图 12 还可看出,数值模拟中完全卸载后仍存在残留接触力,但量值较小.

考虑到 PFC2D 的核心是力与位移的相互转换,故为进一步验证数值模型的有效性,对比典型条件下颗粒位移恢复率(displacement recovery ratio, DRR)<sup>[19]</sup>的数值和光弹试验结果如图 13 所示. 图中 DRR 等于 1 为量值参考标尺,表示虚线框中的箭头长度为单位长度. 可以看出,两种方法得到的颗粒位移恢复率在量值和规律上均具有较好一致性.

表 4 数值模拟与光弹试验所得力链的对比

Tab.4 Comparison of contact force chains between numerical modeling and photo-elastic experiment

荷载状态	PFC 模拟所得力链	光弹试验中的力链
L1		
L6		
L11		
UL1		

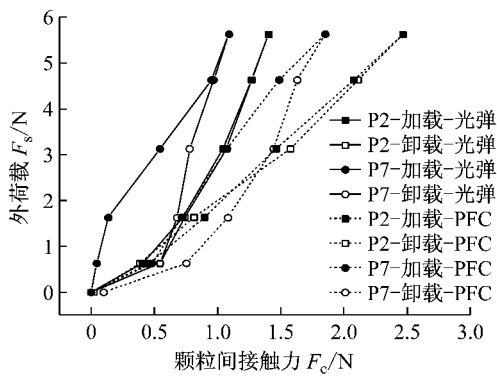


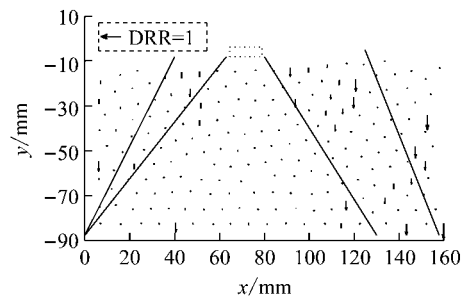
图 12 颗粒 P2、P7 所受接触力的数值和光弹试验结果对比  
Fig.12 Comparison of contact forces acted on pentagon P2 and P7 between numerical and photo-elastic experiments

表 4 所示接触力链及图 12 和图 13 所示接触力、颗粒位移响应的对比表明,文中离散元数值模型和参数在模拟正五棱柱颗粒体系加卸载响应的光弹试验时合理有效。

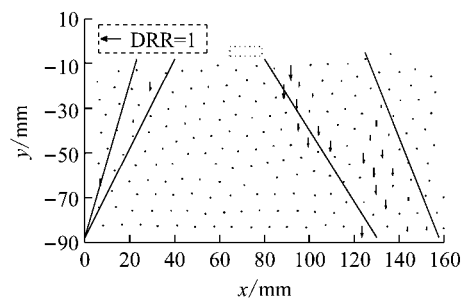
### 3 残留应力与残留接触力的位置关系

#### 3.1 clump 颗粒应力的确定

光弹颗粒在任意荷载作用下整个颗粒内部为连续响应,如图 14a 所示;而数值模型中 clump 整体作为刚体,其子颗粒间相互作用力在计算中始终被忽略,因而只有与其他 clump 接触的子颗粒才响应,从



a 数值模拟



b 光弹试验

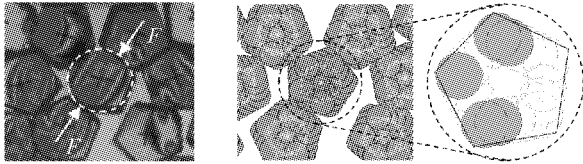
图 13 数值模拟与光弹试验所得 UL0 时颗粒竖向位移恢复率对比

Fig.13 Comparison of particle vertical displacement recovery ratio at UL0 between numerical and photo-elastic experiments

而使得 clump 的应力响应并不均匀,如图 14b 中 5 个响应的子颗粒. 因此,采用式(7)计算任一 clump 单元的应力  $\sigma_{clp}$ .

$$\sigma_{clp} = \frac{A_p}{A_{ptg}} \sum_{j=1}^{N_p} \sigma_{p,j} = \frac{1}{7} \sum_{j=1}^{N_p} \sigma_{p,j} \quad (7)$$

式中:  $A_p$  为 clump 子颗粒圆面积;  $\sigma_{p,j}$  为子颗粒  $j$  的应力;  $A_{ptg}$  为 clump 等效正五边形的面积;  $N_p$  为正五边形 clump 的子颗粒数.



a 光弹颗粒承载响应                      b clump 承载响应

图 14 光弹颗粒和 clump 颗粒的承载响应差异

Fig. 14 Load-induced response difference between photo-elastic and clump pentagons

### 3.2 应力分布与接触力链的位置关系

不同荷载状态下正五棱柱颗粒体系的竖向应力分布(含初始重力)与接触力链的关系如图 15 所示. 为便于说明和对比,接触力链统一采用 L11 级时强

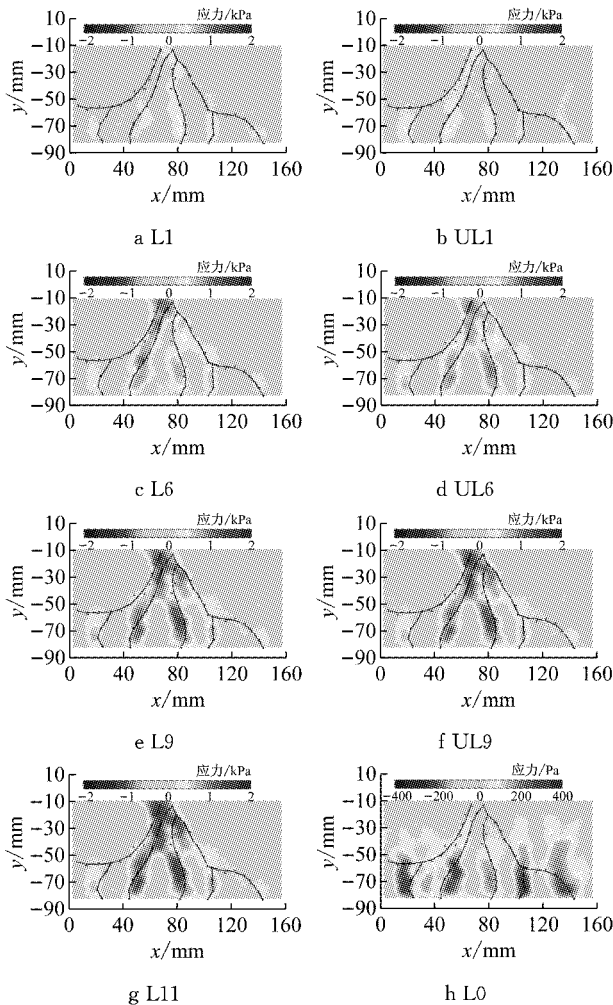


图 15 不同荷载状态下颗粒体系的竖向应力与力链分布

Fig. 15 Distributions of vertical stress and contact force chains at different load states

力链上颗粒形心连线,同时各级荷载下应力标尺的范围始终保持一致.由图 15 可以看出,竖向应力的空间分布与接触力链位置具有较好一致性:加载阶段随着荷载的不断增大,接触力链处的竖向应力逐渐增大;卸载阶段接触力链处的竖向应力也相应减小.图 15h 为应力标尺范围调整后初始状态 L0 时的竖向应力分布.

不同荷载状态下正五棱柱颗粒体系的水平应力分布(含初始重力)与接触力链的关系如图 16 所示.由图 16 可以看出,水平应力的空间分布与接触力链位置亦具有较好一致性:加载阶段随着荷载的不断增大,接触力链处的水平应力逐渐增大;卸载阶段随着荷载的逐步减小,接触力链处的水平应力也相应减小.图 16h 为应力标尺范围调整后初始状态 L0 时的水平向应力分布.

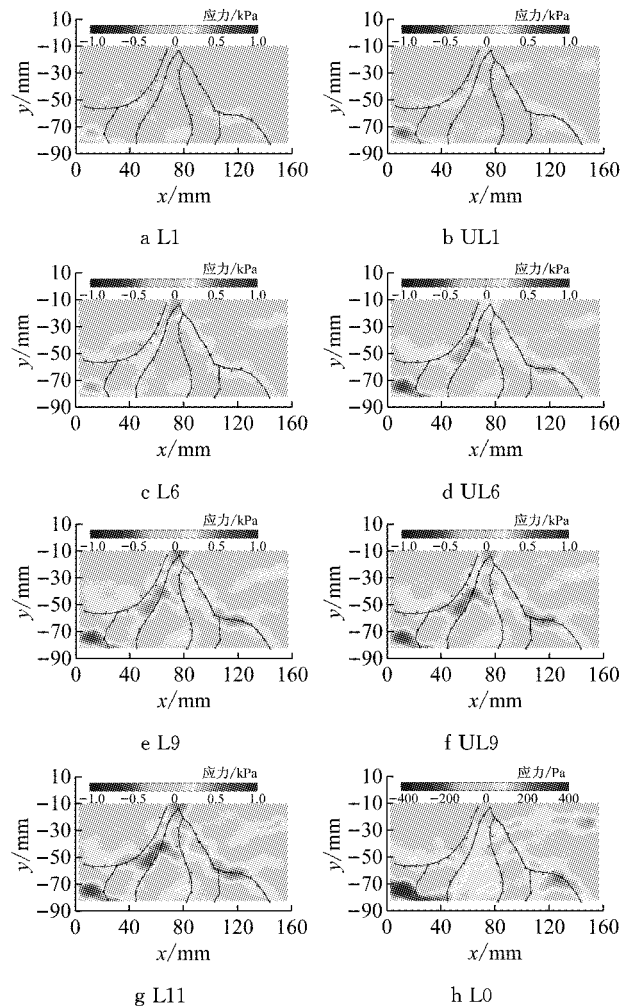


图 16 不同荷载状态下颗粒体系的水平应力与力链分布

Fig. 16 Distributions of horizontal stress and contact force chains at different load states

由图 15 和图 16 可得,加卸载过程中水平应力与竖向应力的变化规律一致:外荷载引起的附加内

力均由加载位置向初始应力较大的区域扩散,表明力链形态同时受到加载位置和加载前初始应力状态影响.

### 3.3 残留应力与残留接触力的位置关系

由图 15 和图 16 还可以看出,UL $k$  与 L $k$  状态下竖向应力的分布范围变化不大.图 17 给出了  $k=0, 1, 6, 9$  时 UL $k$  与 L $k$  状态下体系竖向和水平应力差值与接触力链的空间分布.其中对于任一 clump,应力差值  $\Delta\sigma_{clp,ul}(k)$ 按下式计算:

$$\Delta\sigma_{clp,ul}(k) = \sigma_{clp,u}(k) - \sigma_{clp,l}(k) \quad (8)$$

式中: $\sigma_{clp,u}(k)$ 、 $\sigma_{clp,l}$ 分别为卸载至  $k$  级和加载至  $k$  级时正五边形 clump 上的应力.

需要说明的是,图 18 给出了光弹试验中 UL1 状态相较 L1 状态时竖向和水平接触力显著增大的部分,分别对照图 17c 与图 18b、图 17g 与图 18c 可以看出,数值模拟所得残留应力分布与光弹试验中残留接触力分布一致,从而表明数值模拟得出的应力分布特点基本合理.

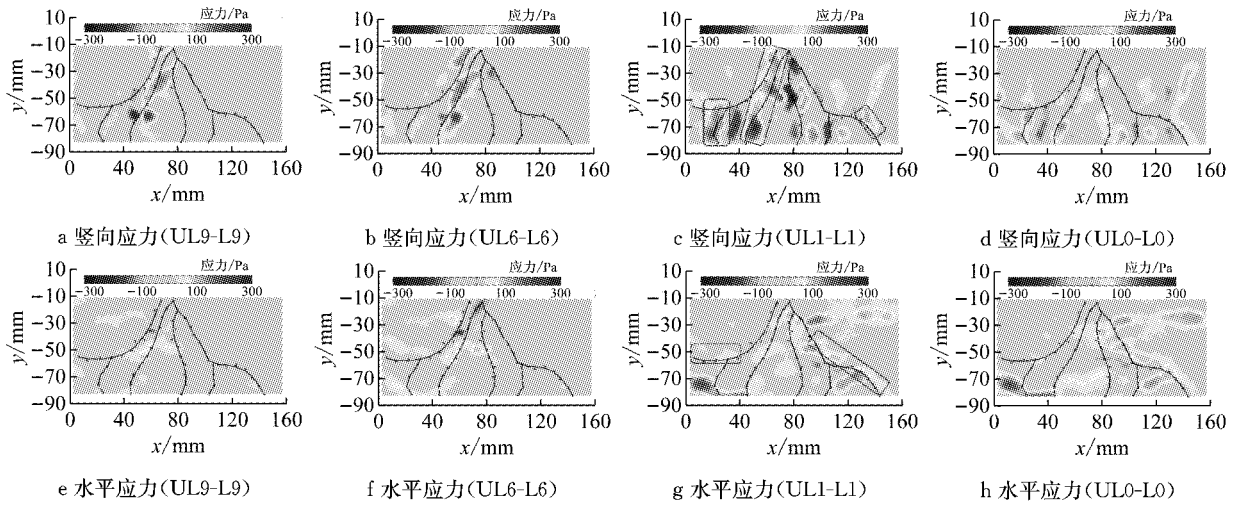
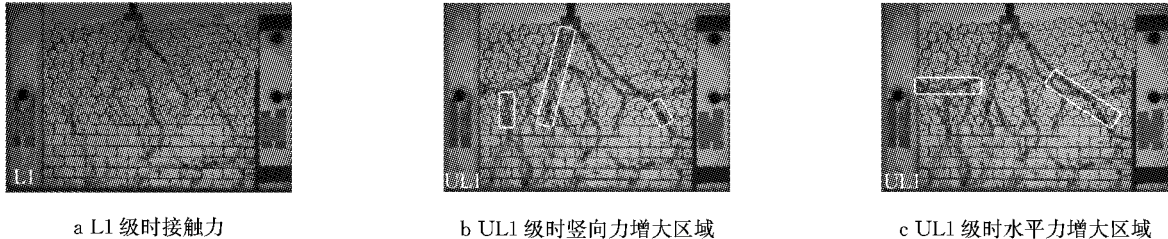


图 17 不同荷载等级  $k$  条件下体系的残留应力与力链分布

Fig. 17 Distributions of residual stress and contact force chains at different load level  $k$



a L1 级时接触力

b UL1 级时竖向力增大区域

c UL1 级时水平力增大区域

图 18 UL1 状态相较 L1 状态时接触力显著增大的区域

Fig. 18 Regions where contact forces at UL1 are apparently larger than those at L1

## 4 结论与展望

(1) 通过条纹解析量化了加卸载作用下稳定力链上特征颗粒 P2、P7 所受接触力的演化,结果表明加载和卸载过程中颗粒 P2 所受接触力演化基本相逆,而颗粒 P7 所受接触力则表现出明显的滞回现象.其原因在于,位于浅表的 P2 在初始自重条件下受到邻近颗粒的作用力较小,因而锁存残留接触力的能力也相应较小.而位置较深的颗粒 P7 在初始自重条件下受到邻近颗粒的作用力较大,从而在卸载阶段能够锁存较大的残留接触力.

(2) 卸载阶段  $k=1$  为临界荷载,当荷载大于 UL1 时接触力释放缓慢;当荷载等于 UL1 时接触力残留系数达到最大,表明体系锁存内力的能力最大程度地发挥出来;进一步卸载将导致接触力完全释放.

(3) 接触力链形态、颗粒 P7 所受接触力的量化及颗粒位移恢复率一致验证了数值模型的合理性,表明 PFC2D 能够模拟正五棱柱颗粒体系加卸载的光弹试验.

(4) 加卸载过程中颗粒体系应力及残留应力的空间分布和接触力链空间分布相对应,且加卸载过程中力链和应力的发展指明了附加应力的传递方向:外荷载引起的附加内力均由加载位置向初始应



力较大的区域扩散.

### 参考文献:

- [1] JIANG M J, YIN Z Y. Analysis of stress redistribution in soil and earth pressure on tunnel lining using the discrete element method [J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2012(32): 251.
- [2] 庄丽. 散粒体的加卸载与应力释放特性[D]. 上海: 同济大学, 2009.  
ZHUANG Li. Loading and unloading behavior and stress release of granular [D]. Shanghai: Tongji University, 2009.
- [3] 霍军帅. 双向开挖应力释放条件下坑中坑基坑围护墙间土压力计算方法[D]. 上海: 同济大学, 2012.  
HUO Junshuai. The calculation method of earth pressure on enclosures of pit-in-pit excavation based on two directional unloadings [D]. Shanghai: Tongji University, 2012.
- [4] 周顺华, 许恺, 王炳龙, 等. 软土地基超载卸载再加荷的沉降研究[J]. *岩土工程学报*, 2005, 27(10): 1226.  
ZHOU Shunhua, XU Kai, WANG Binglong, *et al.* Research on settlement of soft ground under overloading-unloading and reloading[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2005, 27(10): 1226.
- [5] 周顺华. 开挖理论[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1997.  
ZHOU Shunhua. The excavation theory [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1997.
- [6] SELIG E T. Tensile zone effects on performance of layered systems[J]. *Géotechnique*, 1987, 37(3): 247.
- [7] HUANG H. Discrete element modeling of railroad ballast using imaging based aggregate morphology characterization [D]. Illinois: University of Illinois at Urbana-Champaign, 2010.
- [8] WANG J. Shakedown analysis and design of flexible road pavements under moving surface Loads [D]. Nottingham UK: University of Nottingham, 2011.
- [9] 刘国彬, 侯学渊. 软土基坑隆起变形的残余应力分析法[J]. *地下工程与隧道*, 1996, 6(2): 2.  
LIU Guobin, HOU Xueyuan. A method to analyze the uplift deformation of foundation pit according to residual stress[J]. *Underground Engineering and Tunnel*, 1996, 6(2): 2.
- [10] 周顺华, 高渠清, 崔之鉴. 开挖应力恢复率计算模型[J]. *上海力学*, 1997, 18(1): 91.  
ZHOU Shunhua, GAO Qūqing, CUI Zhijian. The algorithmic model of the release ratio of excavation stress [J]. *Shanghai Journal of Mechanics*, 1997, 18(1): 91.
- [11] 贾剑, 周顺华, 宫全美. 砂性土成拱应力释放特性的模型试验及数值模拟研究[J]. *岩土力学*, 2013, 34(2): 395.  
JIA Jian, ZHOU Shunhua, GONG Quanmei. Stress release characteristics of sandy soil arching by laboratory tests and numerical simulation [J]. *Chinese Journal of Rock and Soil Mechanics*, 2013, 34(2): 395.
- [12] 吴迪, 周顺华, 贾剑. 开挖问题摩擦效应的有限元计算方法[J]. *岩石力学与工程学报*, 2015, 34(5): 907.  
WU Di, ZHOU Shunhua, JIA Jian. A finite element method of excavation problem by considering frictional effect of material [J]. *Chinese Journal of Rock and Soil Mechanics*, 2015, 34(5): 907.
- [13] 刘国彬, 侯学渊. 软土的卸荷模量[J]. *岩土工程学报*, 1996, 18(6): 18.  
LIU Guobin, HOU Xueyuan. Unloading modulus of the Shanghai soft clay [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1996, 18(6): 18.
- [14] 潘林有, 程玉梅, 胡中雄. 卸荷状态下粘性土强度特性试验研究[J]. *岩土力学*, 2001, 22(4): 490.  
PAN Linyou, CHENG Yumei, HU Zhongxiong. Experimental study on the shear strength of clay under the unloading state [J]. *Chinese Journal of Rock and Soil Mechanics*, 2001, 22(4): 490.
- [15] 庄丽, 周顺华. 散粒体卸载特性的三轴伸长试验研究[J]. *固体力学学报*, 2009, 30(4): 354.  
ZHUANG Li, ZHOU Shunhua. Triaxial extension test study on the unloading behavior of granular [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2009, 30(4): 354.
- [16] LIU X Y, YUAN D J, JIANG M J. Macro-micro analysis of soil failure mechanism in unloading condition [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2012, 170: 1847.
- [17] KARL T. *Theoretical soil mechanics* [M]. New York: John Wiley & Sons Inc Press, 1943.
- [18] LABUZ F J, THEROUX B. Laboratory calibration of earth pressure cells[J]. *Geotechnical Testing*, 2005, 28(2): 188.
- [19] 付龙龙, 宫全美, 王长丹, 等. 局部加卸载下散粒体中接触力的残留特性及细观机理[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2015, 43(11): 1642.  
FU Longlong, GONG Quanmei, WANG Changdan, *et al.* Residual characteristics and meso-mechanism of contact force in granular materials under partial loading and unloading [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2015, 43(11): 1642.
- [20] 范钦珊, 王杏根, 陈巨兵, 等. *工程力学实验* [M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.  
FAN Qinshan, WANG Xinggen, CHEN Jubing, *et al.* *Engineering mechanics experiment* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [21] BIGONI D, NOSELLI G. Localized stress percolation through dry masonry walls. part I-experiments[J]. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2010, 29(3): 291.
- [22] BIGONI D, NOSELLI G. Localized stress percolation through dry masonry walls. part II - Modelling[J]. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 2010, 29(3): 299.
- [23] 付龙龙. 颗粒体系加卸载应力残留特性的细观机理[D]. 上海: 同济大学, 2016.  
FU Longlong. Mechanism of residual stresses in granular packings: a micro-mechanical analysis [D]. Shanghai: Tongji University, 2016.
- [24] YAN W M. Fabric evolution in a numerical direct shear test [J]. *Computers and Geotechnics*, 2009, 36(4): 597.
- [25] 付龙龙, 宫全美, 周顺华, 等. 列车荷载作用下有砟轨道轨面沉降与路基不均匀沉降间的相关关系[J]. *振动与冲击*, 2013, 32(14): 23.  
FU Longlong, GONG Quanmei, ZHOU Shunhua, *et al.* Relationships between ballasted track settlement and differential subgrade settlement under train load [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(14): 23.