

细砂路基碾压密实的颗粒流模拟与试验验证

蔡 氧, 张 磊, 钱劲松

(同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804)

摘要: 利用 PFC^{2D} 软件建立了模拟细砂路基密实过程的颗粒流模型, 研究了碾压方式、静碾作用力大小、振动碾压遍数对细砂密实情况的影响, 并通过现场试验进行了验证。结果表明, 细砂的碾压机理主要包括颗粒挤密和长轴定向; 静碾作用下, 细砂孔隙率减小值沿深度方向无明显差异, 且颗粒长轴的方向性改变不显著; 振动碾压时, 细砂上部孔隙率的减小较静碾更为明显, 且颗粒长轴与水平方向夹角小于 30° 的颗粒数量增加了 33.3%; 增加振动碾压遍数可使细砂上部的孔隙率进一步减小, 但 5 遍后增加振碾次数对密实度的提升效果不再明显; 模拟结果与现场试验结果较为吻合, 颗粒流模拟结果可供实践参考。

关键词: 细砂; 颗粒流; 碾压; 颗粒定向性; 孔隙率

中图分类号: TU441

文献标志码: A

Discrete Element Method Simulation and Experimental Verification on Roller Compaction of Fine Sand

CAI Yang, ZHANG Lei, QIAN Jinsong

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: The discrete element method (DEM) models were established by using two-dimensional particle flow code (PFC^{2D}) to simulate the fine sand compaction process, and the influencing factors, including compaction method, static force and vibrating compaction number, were investigated by using DEM and validated by field experiments. It is shown that the compaction of fine sand can result in the densification of particles and the horizontal orientation of long axis. For static compactions, the difference of densification effect in depth and the rotation of long axis are comparatively insignificant. For vibrating compactions, the decreases of porosity in the upper sands are more pronounced, and the number of particles with horizontal angle of deviation less than 30° increases by 33%. The increase in the number of vibration compaction can

lead to the decrease in the porosity of the upper sands, however, it is not effective after fifth vibrating compaction. The simulation results are in good agreement with the experimental results, which verifies the feasibility and effectiveness of PFC.

Key words: fine sand; particle flow code; roller compaction; particle orientation; porosity

细砂材料本身强度较高, 经有效密实达到规定标准后, 整体模量可很好地满足规范要求, 可用于少土地区路基结构的修筑^[1-2]。但由于影响细砂密实的因素较多, 包括较不规则的颗粒外观、不同的含泥量, 以及密实过程中的扰动等, 故其现场密实和质量控制一直是细砂路基修筑的难点^[3-4]。

国内外有关土质路基密实的有限元模拟研究成果较多, 但是, 常用的有限元等数值方法多建立在小变形连续介质力学基础上, 用于研究砂土这类典型的散体介质具有较大局限。目前, 对于砂土多采用颗粒流进行数值模拟^[5-14]。本质上细砂的密实主要受控于砂土颗粒的细观组构特征及其变化, 所以从细观角度入手, 对于揭示细砂的密实规律具有重要意义。贾敏才等^[15-16]对砂土振动密实规律以及强夯下的动力特性进行了颗粒流分析, 揭示了砂土在振冲密实以及冲击荷载作用下的宏、细观机制。但相对而言, 细砂路基碾压密实的细观机理仍缺少系统的模拟和验证, 现场碾压施工的工艺参数选取多依赖于现场试验的经验总结, 具有较大盲目性和不确定性, 细砂路基的欠压(密实度不足)或过压(剪胀剪松)现象仍较为常见。

因此, 本文采用颗粒流作为研究手段, 模拟细砂在碾压法施工下的密实过程, 研究细砂的密实规律, 并通过现场试验进行验证, 揭示细砂密实的影响因

收稿日期: 2016-05-02

基金项目: 交通部西部交通建设科技项目(2013319223010, 2015318822170)

第一作者: 蔡 氧(1977—), 男, 博士生, 主要研究方向为道路与机场工程。E-mail: 35964139@qq.com

通讯作者: 钱劲松(1980—), 男, 副教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为道路与机场工程。E-mail: qianjs@tongji.edu.cn

素与机理,为现场施工提供参考.

1 细砂颗粒流模型

1.1 颗粒大小

本文选取长江口细砂的砂样进行细砂的筛分试验,级配曲线见图 1. 细砂砂样的颗粒大部分粒径在 0.075~0.3 mm 范围内,占有组成颗粒的 99% 以上. 因此,分析模型中,颗粒粒径取最大为 0.3 mm、最小为 0.075 mm,随机生成.

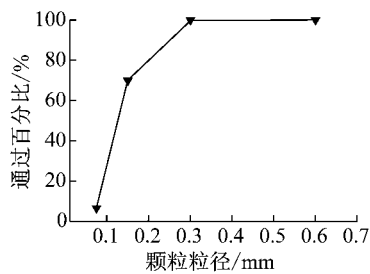


图 1 细砂砂样级配曲线

Fig.1 Distribution of grain size

1.2 颗粒形态

将砂样置于落射荧光显微镜下拍照,采用 Image-Pro Plus 图像分析软件进行定量分析. 如图 2 所示,细砂颗粒长轴方向和短轴方向的长度比基本在 1:1~2:1 之间. 为使生成颗粒形状尽可能符合实际情况,并节约计算成本,采用长宽比为 1.5:1 作为近正圆形颗粒(长轴方向与短轴方向长度较接近)和长圆形(长轴方向与短轴方向长度有一定差距)的划分界限. 统计表明,两种类型颗粒数量之比约为 1:1; 近正圆形颗粒的长宽比均值为 1.28:1,采用普通圆形颗粒模拟;长圆形颗粒的长宽比均值为 1.7:1. 使用 PFC^{2D} 中的 Clump(块)进行模拟,见图 3.

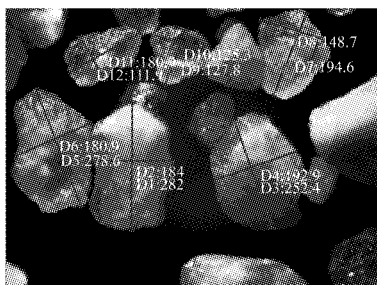


图 2 细砂砂样细观图像

Fig.2 Microscopic image of fine sand

1.3 试样制备

试样制备步骤如下:①定义 4 道墙体,形成高 160 mm,宽 40 mm 的砂箱;②编制 FISH 语言自动生成上文所述指定大小范围和形状的颗粒单元,试

样的初始孔隙率为 0.4,如图 4a 所示;③施加重力,颗粒在重力下沉积,并达到平衡;④在高度 80 mm 处生成墙体作为顶墙,删去顶墙以上残留的颗粒,如图 4b 所示,使得制备后的试样孔隙率达到天然细砂的水平. 颗粒间的接触法则采用线弹性模型,墙体和细砂颗粒的细观力学参数见表 1^[13].

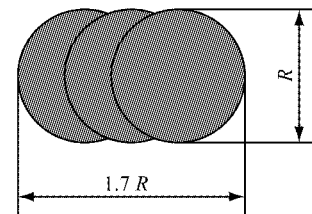


图 3 长圆形颗粒示意

Fig.3 Sketch of long particles

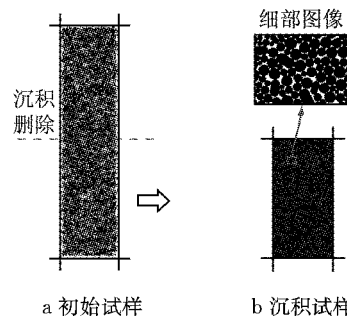


图 4 颗粒试样制备

Fig.4 Preparation of particle sample

表 1 细观力学参数

Tab.1 Microscopic parameters

颗粒法向与切向刚度/(N·m ⁻¹)	颗粒摩擦因数	墙体法向与切向刚度/(N·m ⁻¹)	颗粒密度/(kg·m ⁻³)
4.0×10 ⁸	0.45	9.0×10 ⁸	2.6×10 ³

1.4 振源模拟

振源由 4 个大球串联在一起的 Clump(块)来模拟. 本文选择静载压实和振动压实研究不同压实方式对细砂颗粒压实规律的影响,并通过调用专门编写的子程序函数来实现这两种压实方式的模拟. 两种压实方式的数学表达式见式(1)和式(2). 参考文献[15],结合实际碾压机振幅约为 2 mm 的特点,初始选定一个合理的数量级数值,再经过模拟反复调整试验,得到本文振源模型参数,见表 2.

$$\begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = 0 \\ F_y = C_{yf} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = A_y \cos \omega_y t \\ F_y = C_{yf} \end{cases} \quad (2)$$

式中: v_x 和 v_y 分别为振源 x 和 y 方向的速度; F_y 为

y 方向的受力; C_{yf} 为作用力的恒定数值,下文模拟中取 140,210 和 280 kN; A_y 为 y 方向速度的振幅; ω_y 为 y 方向的振动角频率. 时间变量 t 在颗粒流模拟过程中由运行步数控制,通过 while-stepping 函数实现控制各个方向上的速度,以实现同步达到振动的目的.

表 2 振源模型参数

Tab.2 Parameters of vibration model

颗粒粒径/ m	法向刚度/ ($N \cdot m^{-1}$)	切向刚度/ ($N \cdot m^{-1}$)	颗粒密度/ ($kg \cdot m^{-3}$)	ω_y / ($rad \cdot s^{-1}$)	A_y / ($m \cdot s^{-1}$)
0.008	1.0×10^9	1.0×10^9	2×10^4	0.002π	2

1.5 循环步数的确定

常用压实机械的振动频率约为 30 Hz,振动 1 次所需时间为 0.033 s. 压路机行走速度为 $4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 左右,振幅为 1.8 mm,模拟采用的沙箱的横向尺寸为 4 cm,因此压路机行走该宽度的时间为 0.036 s,该时间与压路机振动 1 次所需时间接近,因此沙箱区域砂体在碾压 1 遍过程中受到压路机振动的次数为 1 次. 结合振源模拟所设定参数,以循环 1 000 步记为振动碾压一遍. 对于静载压实也取循环 1 000 步记为压实一遍.

1.6 分析方法

为研究在不同压实方式作用下颗粒的密实规律,碾压模拟前、后,在不同深度处截取 $0.01 \text{ m} \times 0.01 \text{ m}$ 范围的颗粒图像,采用 Photoshop 软件辅助计算孔隙率. 按公式(3)计算出的孔隙率实际为二维孔隙率,根据试件重力沉积后所测的试件二维孔隙率数据(表层孔隙率为 0.221,较深处孔隙率为 0.167,取其平均 0.194),利用周健等^[17]提出的颗粒三维孔隙率向二维孔隙率转化的公式反算三维孔隙率,发现所得三维孔隙率接近天然细砂三维孔隙率,如表 3 所示. 说明二维孔隙率具有一定物理意义,分析中可直接作为压实规律的判断指标.

$$n = 1 - \frac{S_{\text{ball}}}{S_{\text{rectangle}}} \quad (1)$$

式中: n 为孔隙率; $S_{\text{rectangle}}$ 为计算区域面积; S_{ball} 为计算区域颗粒总面积.

表 3 孔隙率验证表

Tab.3 Porosity verification

二维孔隙率	相对密度	转换变量	换算三维孔隙率	天然细砂 三维孔隙率
0.194	0.53	0.739	0.465	0.472

2 模拟结果分析

2.1 静载压实作用力的影响

以工程中常用的 YZ14 压路机的工作重量为控

制标准,取 140,210 和 280 kN 3 种静载压实作用力. 对细砂样静载压实循环 5 000 步,此时孔隙率趋于稳定,得到静载压实作用力下不同深度处孔隙率的减少规律,如图 5 所示.

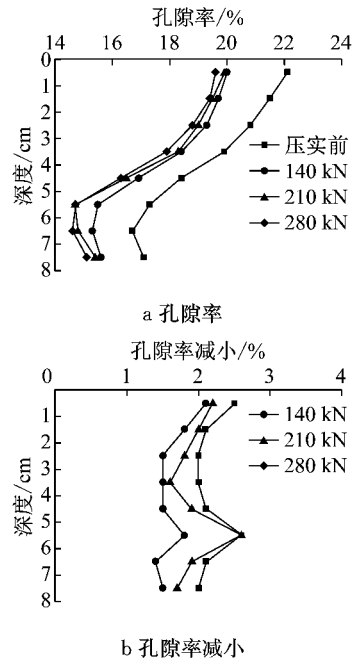


图 5 静压作用力对孔隙率的影响

Fig.5 Effect of static pressure on porosity

可以看出,试件压实前在自重的作用下具有一个初始的孔隙率,随着深度的增加,呈现上部覆重越大,下部的孔隙率越小的现象. 试样的制备较好地模拟了此现象. 静载压实后,细砂孔隙率减小,并且各深度减小幅度差异不大. 此外,施加 140 kN 静载时孔隙率减小约 1.6%,施加 210 kN 静载时减小约 2.0%,施加 280 kN 静载时减小约 2.2%. 由此可知,增加静载压实作用力对细砂密实度的提升效果并不明显,且随着静载压实作用力的增加,提升幅度亦逐渐减小.

2.2 碾压方式的影响

为研究不同碾压方式对细砂的密实情况的影响,在相同的 140 kN 作用下,对振源施加竖向速度,模拟振动压实. 振动循环 5 000 步,即碾压 5 遍后的振动碾压结果以及 140 kN 的静载压实结果见图 6.

从图 6 可以看出,振动碾压作用下,孔隙率的减少量沿深度有一个递减的趋势,即深度越深孔隙率减小得越少. 这是因为压实前细砂上部的孔隙率本来就较大,并且振动的影响从上到下逐渐减小,更有助于上部孔隙的填充. 此外,在作用相同时间后,140 kN 动压作用下孔隙率平均减小约 2.0%,高于静压作用下的 1.6%,表明振动碾压对细砂的密实效果明

显优于静载压实,特别是对于上部细砂的压实优势更明显。

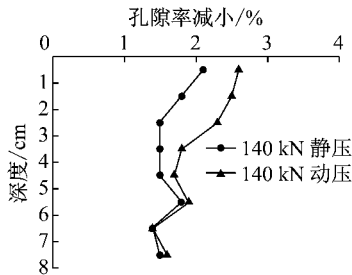


图 6 碾压方式对孔隙率的影响

Fig.6 Effect of rolling method on porosity

对不同碾压方式作用前、后颗粒的定向性进行

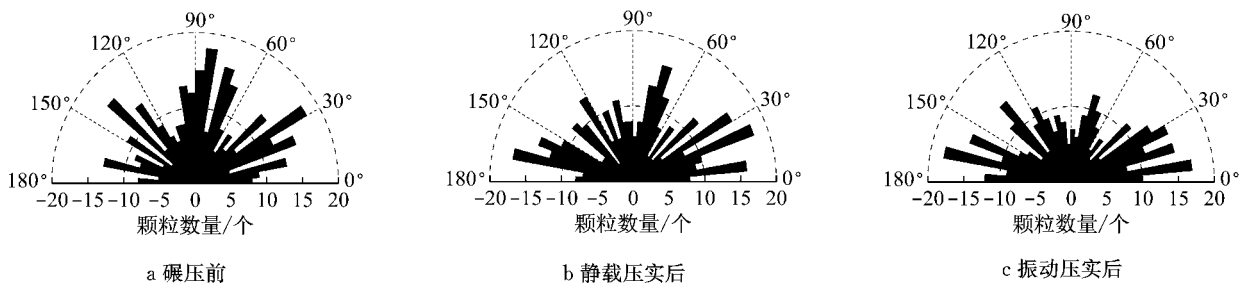


图 7 碾压方式对颗粒定向性的影响

Fig.7 Effect of rolling method on particle orientation

2.3 振动碾压遍数的影响

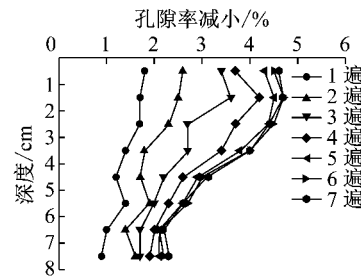
每碾压 1 遍即截取颗粒图像进行孔隙率计算,共碾压 7 遍,得到碾压遍数与不同深度密实度变化的关系见图 8a.为辅助分析,取每遍碾压后不同深度孔隙率减少的平均值作为该遍碾压后孔隙率减少的代表值,绘制此代表值与碾压遍数的关系曲线见图 8b.

由图 8 可以看出,随着碾压遍数的增加,较浅处细砂孔隙率减小较为明显,而较深处细砂孔隙率减小幅度较小,这说明增加振动碾压遍数更有助于上部细砂密实度的提升.此外,前 5 遍振动碾压均能较大程度提高细砂的密实度,再进行碾压,细砂密实度仅有较小提高.

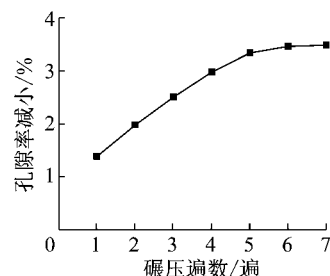
3 细砂路基压实现场试验

现场试验在崇启通道工程(上海段)K24+000~K24+200 段进行.现场所选用的压路机的工作重量分别为 140,180 和 200 kN.试验段施工方案如表 4 所示.现场细砂压实度测试采用环刀法.为避免表层细砂松散造成的试验误差,取样深度设为表层以下 10~20 cm 处;为减小环刀取样造成细砂扰动而产生的

统计.选取振源下方 0.01 m×0.005 m 范围的颗粒图像,统计其长轴方向变化,绘制颗粒定向频率分布玫瑰花图,如图 7 所示.由图 7 可以看出,静载压实与振动压实均会导致细砂颗粒长轴方向逐渐由竖直方向朝水平方向调整,颗粒定向角的分布集中程度也有一定增加,说明静载压实和振动压实后,颗粒排列的定向程度有一定提升.同时,振动压实后细砂颗粒长轴与水平方向夹角小于 30°的颗粒数量增加了 33.3%,而静载压实后只增加了 20.9%;振动压实后细砂颗粒长轴与水平方向夹角大于 60°的颗粒减少了 23.5%,而静载压实后只减少了 15.2%.这说明振动压实更能改变颗粒的定向性,振动压实对细砂的压实优势更明显.



a 碾压遍数与不同深度孔隙率减小值



b 碾压遍数与平均孔隙率减小值

图 8 振动碾压遍数对孔隙率的影响

Fig.8 Effect of vibrating compaction number on porosity

试验误差,根据室内环刀测试扰动程度的试验结果,对现场测试结果进行修正.

表 4 现场试验段施工方案

Tab.4 Construction scheme of field tests

试验段编号	施工方案
试验段 1	140 kN 静载压实 2 遍
试验段 2	200 kN 静载压实 2 遍
试验段 3	140 kN 静载压实 1 遍+140 kN 振动压实 1 遍
试验段 4	180 kN 静载压实 1 遍+180 kN 振动压实 7 遍

3.1 静压作用力大小的影响

静载压实后的砂芯压实度跟踪取样检测结果如表 5 所示. 试验段 1 采用 140 kN 压路机静载压实 2 遍以后, 细砂路基砂芯压实度均值为 85.5%; 而试验段 2 采用 200 kN 压路机静载压实 2 遍以后, 细砂路基砂芯压实度均值为 86.0%. 相比较两试验路段压实度情况可知, 选用更大工作重量的压实机械, 对于提升细砂压实效果并不明显. 这一结果与前文中细砂的颗粒流模拟结果吻合.

表 5 不同压力作用下的静载压实度

Tab.5 Compaction degree of static load

试验段	压实度/%			
试验段 1(140 kN)	85.3	85.4	85.5	85.6
试验段 2(200 kN)	85.3	86.4	85.7	86.6

3.2 压实方式的影响

为分析压实方式对细砂路基压实效果的影响, 采用 140 kN 压路机分别以静载压实和振动压实的方式进行试验段压实试验. 对于试验段 1, 采用 2 遍静载压实; 而对试验段 3 则采用 1 遍静载压实结合 1 遍振动压实, 每遍压实后对砂芯压实度跟踪取样, 检测结果如图 9 所示.

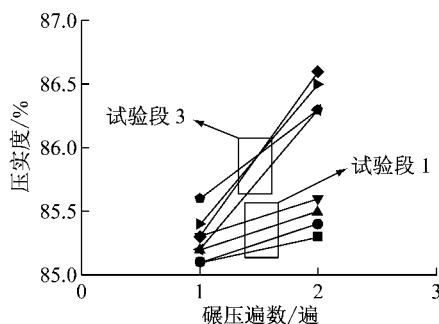


图 9 不同压实方式下的细砂压实度

Fig.9 Compaction degree under different compaction methods

图 9 中, 试验段 1 在 1 遍静载压实后砂芯压实度均值为 85.2%, 2 遍后砂芯压实度均值提升至 85.4%; 试验段 3 在 1 遍静载压实后砂芯压实度均值为 85.4%, 再经 1 遍振动压实后, 砂芯压实度均值提升至 86.4%. 比较试验段 1, 3 压实度情况可知, 在 1 遍静压的基础上, 再施加 1 遍静压仅仅使试验段 1

的压实度提升了 0.2%, 而将第 2 遍碾压由静载压实方式调整为振动压实后, 压实度提升了 1.0%, 这表明相较于静载压实, 振动压实对于提升细砂路基压实效果更好. 前文中压实方式对细砂密实度影响的颗粒流模拟也得出了相同结论.

3.3 压实遍数的影响

利用试验段 4 进行碾压遍数的确定. 采用先 1 遍静载压实再 7 遍振动压实的碾压方式, 每 1 遍碾压完成后, 对砂芯进行压实度跟踪取样检测, 记录数据并绘制成压实度与碾压遍数关系曲线, 如图 10 所示.

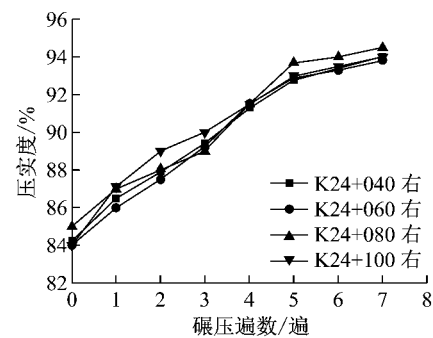


图 10 振动压实下压实度与碾压遍数的关系

Fig.10 Compaction degree versus the rolling number of vibration compaction

由图 10 可知, 随着振动压实碾压遍数的增加, 细砂路基砂芯取样检测的压实度逐渐增大; 碾压遍数在第 4 遍或第 5 遍时, 压实度曲线出现“缓台”, 即压实度随碾压遍数增加而增大的趋势减缓; 在随后的第 6~7 遍碾压过程中, 压实度仅有小幅上升; 经过 1 遍静载压实和 6 遍振动压实, 细砂路基压实度基本达到 94% 以上. 前文通过颗粒流模拟得到了前 5 遍振动碾压对于细砂密实度的提升效果较大, 再继续提升碾压遍数对密实效果提升不明显的结论, 与该碾压现场试验所得结论较为一致.

4 结论

本文利用颗粒流模型, 将颗粒流数值模拟结果与现场试验结果进行对比, 得到以下几点结论:

- (1) 采用 PFC^{2D} 模拟细砂碾压密实过程可行且有效.
- (2) 细砂的碾压机理主要包括细砂颗粒的挤密以及颗粒长轴定向性的改变.
- (3) 增加静载压实作用力对沿深度方向细砂密实度的提升不明显, 静载压实作用下细砂颗粒长轴定向性的改变不明显.

(4) 振动碾压时,细砂上部孔隙率的减小较静碾更为明显,振动碾压作用下有更多细砂颗粒的长轴偏向于振动压实荷载垂直的方向,增加振动碾压遍数可使细砂上部孔隙减小。

(5) 前 5 遍振动碾压对于细砂密实度的提升效果较大,再继续提升碾压遍数对密实效果提升不明显。

参考文献:

- [1] 张海霞, 凌建明, 蒋鑫, 等. 长江口细砂路用性能的试验研究[J]. 公路工程, 2008, 33(3): 142.
ZHANG Haixia, LING Jianming, JIANG Xin, *et al.* Experimental investigations of highway performance of fine sand of the Yangtze River Estuary[J]. Highway Engineering, 2008, 33(3): 142.
- [2] 张宏, 钱劲松, 戴清, 等. 长江口细砂作为路基填料的工程特性研究[J]. 建筑材料学报, 2012, 15(2): 236.
ZHANG Hong, QIAN Jinsong, DAI Qing, *et al.* Engineering properties of the fine sand of Yangtze River Estuary for subgrade filling [J]. Journal of Building Materials, 2012, 15(2): 236.
- [3] 谭鹏, 杨戈, 吕奋, 等. 冲击碾压处理滨海粉细砂地基试验研究[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2014, 42(2): 266.
TAN Peng, YANG Ge, LV Fen, *et al.* Experimental research on treatment of silty fine sand foundation with impactation and grind method(IGM) [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2014, 42(2): 266.
- [4] 蒋鑫, 凌建明, 李进. 高速公路填砂路基设计若干关键问题[J]. 地下空间与工程学报, 2011, 7(3): 570.
JIANG Xin, LING Jianming, LI Jin. Some critical problems on sand embankment design for expressway[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2011, 7(3): 570.
- [5] CHEN Y, MUNKHOLM L J, NYORD T. A discrete element model for soil-sweep interaction in three different soils[J]. Soil and Tillage Research, 2013, 126: 34.
- [6] CIL M B, ALSHIBLI K A. 3D assessment of fracture of sand particles using discrete element method [J]. Géotechnique Lett, 2012, 2(7-9): 161.
- [7] HAMA N A, OUAHBI T, TAIBI S, *et al.* Numerical analysis of internal stability of granular materials using discrete element method[C] // 3rd International Symposium on Geomechanics from Micro. Boca Raton: CRC Press, 2014:527-531.
- [8] SALAZAR A, SÁEZ E, PARDO G. Modeling the direct shear test of a coarse sand using the 3D discrete element method with a rolling friction model[J]. Computers and Geotechnics, 2015, 67: 83.
- [9] WEI P B, ZHANG M, JIANG W Q, *et al.* A new model for sand-ripple scattering based on SSA method and practical ripple profiles[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016, 54(4): 2450.
- [10] 周健, 李魁星, 郭建军, 等. 分层介质中桩端刺入的室内模型试验及颗粒流数值模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(2): 375.
ZHOU Jian, LI Kuixing, GUO Jianjun, *et al.* Laboratory model tests and particle flow code numerical simulation of pile tip penetration in layered medium[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(2): 375.
- [11] 周健, 王家全, 孔祥利, 等. 砂土颗粒与土工合成材料接触界面细观研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(1): 61.
ZHOU Jian, WANG Jiaquan, KONG Xiangli, *et al.* Mesoscopic study of the interface between sandy soil and geosynthetics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(1): 61.
- [12] 武军, 廖少明, 张迪. 基于颗粒流椭球体理论的隧道极限松动区与松动土压力[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(4): 714.
WU Jun, LIAO Shaoming, ZHANG Di. Loosening zone and earth pressure around tunnels in sandy soils based on ellipsoid theory of particle flows[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(4): 714.
- [13] 周健, 史旦达, 贾敏才, 等. 砂土单调剪切力学性状的颗粒流模拟[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2007, 35(9): 1180.
ZHOU Jian, SHI Danda, JIA Mincai, *et al.* Numerical simulation of mechanical response on sand under monotonic loading by particle flow code[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2007, 35(9): 1180.
- [14] 孔亮, 彭仁. 颗粒形状对类砂土力学性质影响的颗粒流模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(10): 2112.
KONG Liang, PENG Ren. Particle flow simulation of influence of particle shape on mechanical properties of quasi-sands[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(10): 2112.
- [15] 贾敏才, 王磊, 周健. 砂土振冲密实的细观颗粒流模拟[J]. 水利学报, 2009, 40(4): 421.
JIA Mincai, WANG Lei, ZHOU Jian. Meso-mechanics simulation on vibrocompaction of sand with two-dimensional particle flow code[J]. Shuili Xuebao, 2009, 40(4): 421.
- [16] 贾敏才, 王磊, 周健. 干砂强夯动力特性的细观颗粒流分析[J]. 岩土力学, 2009, 30(4): 871.
JIA Mincai, WANG Lei, ZHOU Jian. Meso-mechanical analysis of characteristics of dry sands in response to dynamic compaction with PFC^{2D} [J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(4): 871.
- [17] 周健, 贾敏才. 土工细观模型试验与数值模拟[M]. 北京: 科学出版社, 2008.
ZHOU Jian, JIA Mincai. Meso-model testing and numerical simulation of soil[M]. Beijing: The Science Press, 2008.