

混合梁结合部格室-承压板协同作用机理

张光辉¹, 陈 聪², 刘玉擎¹

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 布伦瑞克工业大学 钢结构研究所, 布伦瑞克 38106)

摘要: 为揭示混合梁结合部格室与承压板协同作用机理, 基于弹性连续介质层法, 考虑钢与混凝土间滑移效应及承压板对混凝土的局部承压作用, 建立了格室-后承压板式混合梁结合部的理论计算方法, 并与有限元计算结果进行比较, 探讨了结合部传力机理的影响因素, 研究表明, 钢板-混凝土板累计轴向变形的差异是导致最大相对滑移出现在远离承压板一端的主要原因; 随着结合部长度的增长, 连接件剪力最大值呈先增大后减小至某一固定值的变化趋势; 增加连接件刚度不会引起其剪力的大幅增长, 增加混凝土轴向刚度或者减小钢格室轴向刚度均可减小连接件剪力。

关键词: 混合梁桥; 结合部; 作用机理; 承压板; 有限元分析

中图分类号: U443.35

文献标志码: A

Load Transfer Mechanism Between Cells and Bearing-plate in Hybrid Girder Joint

ZHANG Guanghui¹, CHEN Cong², LIU Yuqing¹

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Institute for Steel Structure, TU Braunschweig, Braunschweig 38106, Germany)

Abstract: To investigate the load transfer mechanism of hybrid girder joint with cells and bearing plate, a theoretical model was established to calculate this hybrid structure, based on the method of continuous elastic interlayer. This model considered the slip effect between steel and concrete, and the local press effect of the bearing plate. By comparing the calculation results of this theoretical model and a finite element model, and analyzing its affecting factors, the following conclusions were obtained. The discrepancy of accumulated axial deformation between steel and concrete works as a main reason of the fact that the maximum shear force of its connectors occurs at the end of the hybrid joint, far away from the rear bearing-plate. And this maximum shear force will experience a trend of first increase, then decrease and finally approaching to an invariable value, if the length of

joint grows. Increasing the stiffness of the connector will lead to the increase of its maximum value, but in a relatively lower level. Increasing the axial rigidity of concrete or decreasing the axial rigidity of steel will both lead to the decrease of connectors' shear force.

Key words: hybrid girder bridge; joint; interacting mechanism; bearing-plate; finite element analysis

在混合梁斜拉桥中, 钢梁与混凝土梁的结合部是主梁刚度突变点, 容易形成结构体系的弱点, 是该类桥型设计和施工需要重点研究的关键技术问题。目前常用的混合梁钢-混凝土结合部构造形式包括有格室与无格室两大类, 其中有格室构造按承压板位置不同又可分为前承压板、后承压板及前后承压板 3 种形式^[1]。有格室后承压板式结合部由于能够充分发挥连接件抗剪作用、格室与主梁的混凝土形成连续构造、结合面应力集中较小等优点, 已在国内外多座大跨径斜拉桥中得到应用^[2-4]。以往通过模型试验及有限元方法对有格室后承压板式结合部构造进行了研究, 多集中在结合部构造的安全性、刚度过渡平稳性、承载性能等方面^[5-8], 针对该类型结合部传力机理的理论研究还比较少。为此, 本文基于弹性连续介质层法推导了结合部钢-混凝土间的相对滑移微分方程, 并考虑了合适的力-位移边界条件, 建立了适用于有格室后承压板式结合部的连接件剪力计算方法, 并分析了影响结合部受力的设计参数, 旨在为同类结构的设计计算提供有益参考。

1 混合梁结合部构造特点

整个结合段长度为 7.5 m, 其中混凝土梁加强过渡段 2 m, 结合部 2 m, 钢梁加劲过渡段 3.5 m。钢梁加劲过渡段采用 U 肋内插变高度 T 肋, 同时在 T

收稿日期: 2016-05-08

第一作者: 张光辉(1987—), 男, 博士生, 主要研究方向为组合结构桥梁。E-mail: zhangguanghui2458@163.com

通讯作者: 刘玉擎(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为组合结构桥梁。E-mail: yql@tongji.edu.cn

肋端部延伸 0.7 m 的板肋进行刚度过渡(图 1). 混凝土梁加强过渡段采用变化顶、底板厚度的方式进行过渡. 结合部在主梁顶、底板上设置钢格室以实现主梁内力传递,并配置适量预应力保证钢-混凝土间紧密结合.

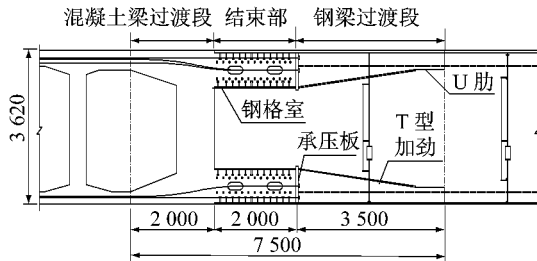


图 1 混合梁结合部构造(单位:mm)

Fig.1 The structure of hybrid girder joint(unit:mm)

钢格室构造如图 2 所示. 单个格室长 2 000 mm、宽 800 mm、高 800 mm,格室承压板厚 40 mm,顶、底板厚 25 mm,格室腹板厚 35 mm. 为此,在钢格室腹板上开设了直径 65 mm 圆孔并贯穿直径 20 mm 钢筋,与进入圆孔的混凝土形成开孔板连接件;同时在钢格室的顶板、底板设置直径为 22 mm 的焊钉连接件;2 种连接件顺桥向间距均为 150 mm. 为保证混凝土浇筑过程中的流动性和密实性,格室顶板和腹板开设有浇筑孔.

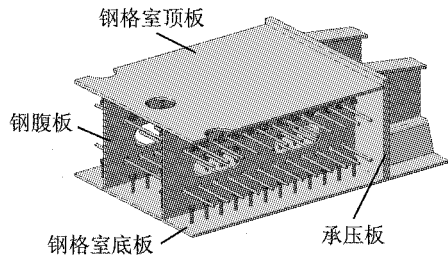


图 2 钢格室构造(单位:mm)

Fig.2 The structure of steel cell(unit:mm)

2 结合部理论计算模型

2.1 基本假定

斜拉桥主梁钢-混凝土结合部中的格室是结合部受力的主要单元,其主要承受顺桥向轴力. 钢梁段轴力主要通过后承压板承压作用以及格室中连接件顺桥向受剪作用传递到混凝土主梁. 为此,取有格室后承压板式结合部中的单个格室为受力单元,推导其简化计算方法并采用假定如下:①顺桥向钢板、混凝土的应变各自符合平截面假定;②轴向小变形,忽略弯曲和剪切变形;③离散的连接件等效为连续弹

簧层;④忽略钢壁板与格室内混凝土间黏结摩擦.

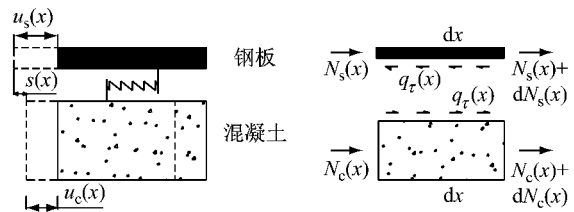
2.2 变形协调条件

从结合部简化力学模型中取出一段微元体,图 3 为微元体的相对滑移和受力模式,图中 x 为微元体距承压板距离; $u_s(x)$ 为钢板顺桥向位移; $u_c(x)$ 为混凝土的顺桥向位移; $s(x)$ 为钢与混凝土间的相对滑移; $N_s(x)$ 为钢板所受轴力; $N_c(x)$ 为混凝土所受轴力; $q_\tau(x)$ 为钢与混凝土通过弹簧层传递的水平剪力集度. 则钢与混凝土间的相对滑移及微元体的力平衡方程满足

$$s(x) = u_s(x) - u_c(x) \quad (1)$$

$$q_\tau(x) dx = dN_s(x) \quad (2)$$

$$-q_\tau(x) dx = dN_c(x) \quad (3)$$



a 相对滑移模型

b 计算模型

图 3 微元体相对滑移和计算模型

Fig.3 Relative slip and force analysis of infinitesimal element

2.3 作用力-相对滑移关系

钢板、混凝土在轴向满足胡克定律,其作用力-相对滑移关系为

$$N_s(x) = E_s A_s \frac{du_s(x)}{dx} \quad (4)$$

$$N_c(x) = E_c A_c \frac{du_c(x)}{dx} \quad (5)$$

式中: E_s 为钢板弹性模量; E_c 为混凝土弹性模量; A_s 为钢格室横截面积; A_c 为混凝土横截面积.

设弹簧层剪力与相对滑移成正比,即

$$q_\tau(x) = k_s s(x) \quad (6)$$

式中: k_s 为结合部连接件等效剪切刚度.

$$k_s = \frac{n_{ss} k_{ss} + n_{sp} k_{sp}}{d}$$

式中: n_{ss} 为截面内焊钉连接件数量; n_{sp} 为截面内开孔板连接件数量; k_{ss} 为焊钉连接件抗剪刚度; k_{sp} 为开孔板连接件抗剪刚度; d 为连接件纵桥向间距.

2.4 相对滑移求解

对式(1)二次求导得

$$s''(x) = u_s''(x) - u_c''(x) \quad (7)$$

对式(4)和式(5)求导并整理得

$$u_s''(x) = \frac{N_s'(x)}{E_s A_s} \quad (8)$$

$$u_c''(x) = \frac{N_c'(x)}{E_c A_c} \quad (9)$$

将式(2)和式(3)分别代入式(8)和式(9),并代入式(7)整理得

$$s''(x) = \left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c} \right) q_\tau(x) \quad (10)$$

将式(6)代入式(10),得结合面相对滑移的微分方程为

$$s''(x) - \alpha^2 s(x) = 0 \quad (11)$$

其中

$$\alpha = \sqrt{\left(\frac{1}{E_s A_s} + \frac{1}{E_c A_c} \right) k_s}$$

求解式(11)二元齐次微分方程,可得其通解表达式为

$$s(x) = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x} \quad (12)$$

式中: C_1, C_2 为待定系数,可通过边界条件确定.

2.5 边界条件

格室-承压板结合部简化力学模型如图 4 所示. 式中 P 为结合部作用轴力; L 为结合部计算长度; P_c 为作用于混凝土的轴力; P_s 为作用于钢格室的轴力. 格室两端的作用力边界为在后承压板与格室混凝土结合面,即 $x=0$ 处,格室承担的总轴力 P 可分解为作用于格室钢结构的 P_s 和作用于格室混凝土的 P_c . 在结合部钢板末端,即 $x=L$ 处,格室轴力 P 全部由混凝土承担.

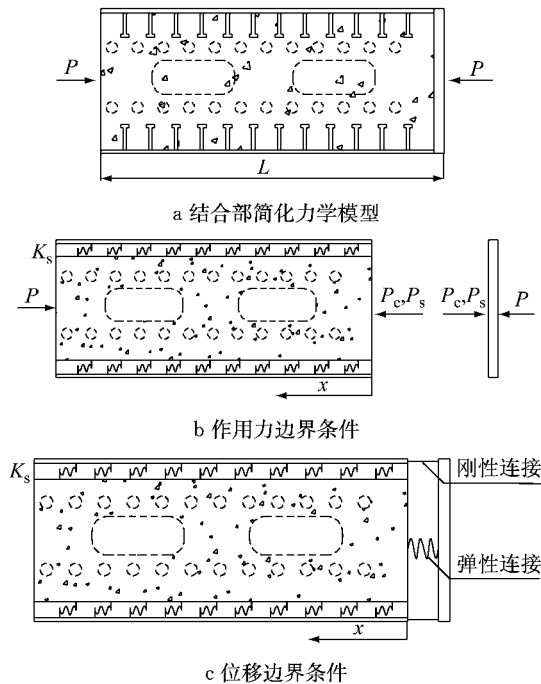


图 4 结合部简化计算模型

Fig.4 Theoretical analysis model for joint

格室两端位移边界条件为:在 $x=0$ 处,混凝土

仅在钢壁板边缘处有局部受压,混凝土整体上仍然有轴向位移,因此该处将承压板对混凝土的局部支撑作用考虑成一根弹簧,由胡克定律可得

$$D_n = \frac{E_c A_z}{t} \quad (13)$$

式中: D_n 为弹簧的轴向刚度, $N \cdot m^{-1}$,由承压板下的局部承压混凝土提供; A_z 为局部承压混凝土面积,取值为承压板背侧(钢梁一侧)支撑板件的截面按 45° 扩散至 $x=0$ 处投影再减去结合部钢结构投影之后的面积; t 为承压板厚度.

位移边界条件在 $x=0$ 位置,有

$$u_s'(0) = \frac{P - P_c}{E_s A_s}$$

$$u_c'(0) = \frac{P_c}{E_c A_c}$$

$$u_s(0) = 0$$

$$u_c(0) = \frac{P_c}{D_n}$$

在 $x=L$ 位置,有

$$u_s'(L) = 0$$

$$u_c'(L) = \frac{P}{E_c A_c}$$

即边界条件方程表达式为

$$\frac{P - P_c}{E_s A_s} - \frac{P_c}{E_c A_c} = u_s'(0) - u_c'(0) = s'(0) \quad (14)$$

$$-\frac{P}{E_c A_c} = u_s'(L) - u_c'(L) = s'(L) \quad (15)$$

$$-\frac{P_c}{D_n} = u_s(0) - u_c(0) = s(0) \quad (16)$$

式(12)及式(12)求导代入式(14)、式(15)、式(16)得

$$C_1 = \frac{P}{E_s A_s} + \frac{P}{\alpha E_c A_c} \frac{e^{\alpha L} (\alpha + \beta)}{\alpha - \beta - e^{2\alpha L} (\alpha + \beta)} \quad (17)$$

$$C_2 = \frac{P}{E_s A_s} \frac{e^{2\alpha L} + P}{\alpha E_c A_c} \frac{e^{\alpha L} (\alpha - \beta)}{\alpha - \beta - e^{2\alpha L} (\alpha + \beta)} \quad (18)$$

其中: $\beta = \frac{D_n}{E_c A_c} + \frac{D_n}{E_s A_s}$

2.6 连接件作用剪力计算式

$x = x_i$ 处的连接件剪力总和为连续弹簧层在 $(x_i - d/2, x_i + d/2)$ 范围内的剪力积分,可由式(6)和式(12)求得

$$V_s(x_i) = \int_{x_i - \frac{d}{2}}^{x_i + \frac{d}{2}} q_\tau(x) dx = \frac{k_s (e^{\frac{d}{2}\alpha} - e^{-\frac{d}{2}\alpha})}{\alpha} (C_1 e^{\alpha x_i} + C_2 e^{-\alpha x_i}) \quad (19)$$

在 $x=x_i$ 处单个焊钉剪力 $V_{ss}(x_i)$ 或开孔板剪力 $V_{sp}(x_i)$ 按其刚度进行剪力分配,即

$$V_{ss}(x_i) = \frac{1}{n_{ss}} \frac{n_{ss}k_{ss}}{n_{ss}k_{ss} + n_{sp}k_{sp}} V_s(x_i) = \frac{k_{ss}(e^{\frac{d}{2}a} - e^{-\frac{d}{2}a})}{d\alpha} (C_1 e^{\alpha x_i} + C_2 e^{-\alpha x_i}) \quad (20)$$

$$V_{sp}(x_i) = \frac{1}{n_{sp}} \frac{n_{sp}k_{sp}}{n_{ss}k_{ss} + n_{sp}k_{sp}} V_s(x_i) = \frac{k_{sp}(e^{\frac{d}{2}a} - e^{-\frac{d}{2}a})}{d\alpha} (C_1 e^{\alpha x_i} + C_2 e^{-\alpha x_i}) \quad (21)$$

3 理论与有限元计算结果比较分析

3.1 有限元计算模型

如图 5 所示,选取前述实桥主梁底板上 2 个格室,建立三维实体-板壳有限元模型. 结合部长 2.0 m,格室钢梁过渡段取 0.8 m,混凝土梁过渡段取 1.5 m. 模型混凝土弹性模量为 34.5 GPa,泊松比为 0.2;钢材弹性模量为 206 GPa,泊松比 0.3. 格室承压板采用 SOLID45 单元模拟,其余钢板均采用 SHELL63 单元模拟;混凝土采用 SOLID65 单元模拟;抗剪连接件采用 3 个弹簧元 COMBIN14 单元模拟,其中焊钉连接件抗剪刚度为 $381 \text{ kN} \cdot \text{mm}^{-1}$,开孔板连接件抗剪刚度为 $740 \text{ kN} \cdot \text{mm}^{-1}$ [9-10]. 在钢承压板、格室腹板以及格室顶底板与混凝土的交界面建立接触单元,用以模拟钢与混凝土间的接触承压. 模型混凝土梁端截面固结,在钢梁加劲过渡段端部截面建立刚域并在截面形心施加设计轴向压力 $P=14\ 000 \text{ KN}$.

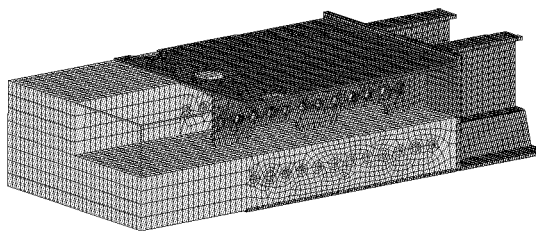


图 5 混合梁结合部有限元模型

Fig.5 Finite element model of hybrid girder joint

3.2 计算结果比较分析

将该构造的计算参数代入式(20)式(21)求得各层连接件的平均剪力,再根据连接件剪力反推可求得构造轴力变化等其他理论计算结果.

图 6 给出了连接件剪力有限元与理论计算值比较. 从图中可以看出,理论式得出的剪力与有限元计算的结果基本一致,且均在远离承压板的一端出现最大值. 焊钉连接件的理论最大值为 66 kN,约为有

限元计算值的 90%;开孔板连接件的理论最大值为 116 kN,约为有限元计算值的 106%.

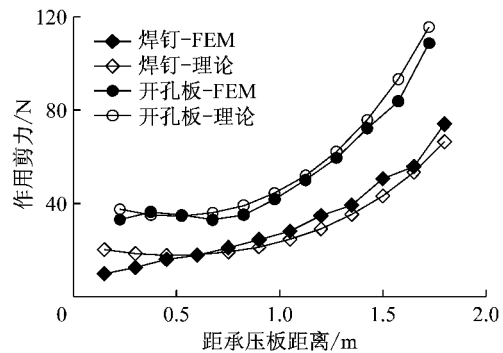


图 6 作用剪力比较

Fig.6 Contrast of shear force

图 7 给出了结合部钢结构和混凝土在不同位置处分担的截面轴向力大小,有限元结果与理论分析结果符合较好. 从曲线的变化趋势来看,经过结合部构造过渡,钢结构承担的轴向力逐渐减小到零,而混凝土承担的轴力逐渐增加. 从曲线的变化幅度来看,2 条曲线的斜率绝对值均逐渐增大,表明由连接件剪力引起的轴力变化越来越明显,这与前述的连接件剪力分布规律保持一致. 在靠近承压板一端,有限元计算得出的钢结构承担轴力比例约为 38.5%,理论值约为 39.1%. 两者在其他位置的差不超过 2%.

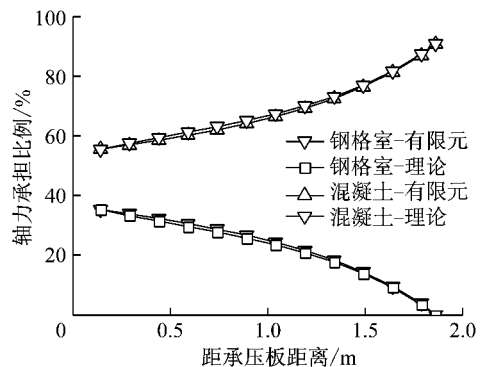


图 7 钢与混凝土轴力承担比例比较

Fig.7 Contrast of axial force proportion shared in steel and concrete

4 结合部作用机理分析

从前述计算结果可知,推导的结合部连接件剪力计算式能够较为真实地反映结合段的受力状态. 为此,利用该计算式可对结合部钢-混凝土相互作用机理进行分析.

4.1 钢-混凝土相对滑移

图 8 以承压板-混凝土结合面为坐标原点,分别

给出钢与混凝土在不同位置处相对于该坐标原点的轴向位移. 在该坐标原点处, 由于承压板仅对局部混凝土(例如格室边缘处)支承, 横截面其余部位(例如格室中部)由于承压板面外变形仍有轴向位移, 因此截面平均位移相对于坐标原点并不为零; 而钢结构在该处与承压板相当于固结, 两者无相对滑移.

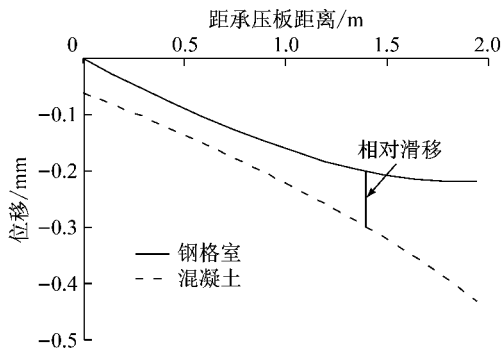


图 8 钢-混凝土相对滑移

Fig.8 Relative slip between steel and concrete

从坐标原点向结合部另一端, 由于钢结构轴力逐渐减小, 每层连接件之间钢结构微段的压缩变形也逐渐减小, 导致钢结构的轴向累计压缩量增长变缓; 而混凝土轴力是逐渐增加的, 每层连接件间混凝土微段的压缩变形也逐渐增大, 使得混凝土的累计压缩量增长加快. 因此在结合部末端处, 两者的轴向位移差达到最大, 即相对滑移量达到最大.

4.2 结合部长度的影响

以焊钉连接件剪力分布为例, 图 9 给出了其与结合部长度的关系(开孔板连接件分布类似, 仅在数值上有差异). 连接件轴向间距不变时, 较长的结合部(例如 $L=3.74\text{ m}$)使远离承压板一端的连接件发挥较为明显的作用, 而结合部中部靠近承压板一端的连接件作用剪力较小. 就连接件最大值而言, 随着结合部长度增加, 剪力最大值呈现出先增加后减小

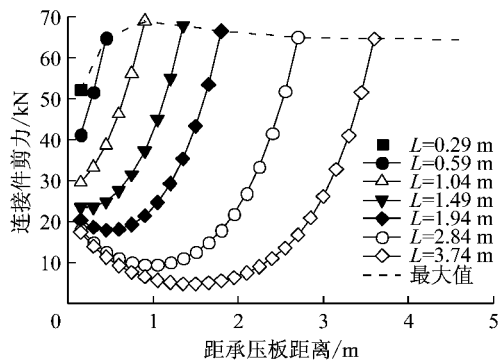


图 9 连接件剪力分布与结合部长度关系

Fig.9 The relationship between shear force of connectors and length of joint

至某一固定值的趋势, 如图中虚线所示. 这表明当结合部设置较长时, 将影响部分连接件发挥抗剪作用, 且并不能有效地降低剪力最大值.

4.3 连接件刚度的影响

图 10 分别给出了焊钉及开孔板的刚度对结合部连接件受力的影响. 焊钉及开孔板连接件均减小 50% 刚度时, 焊钉连接件剪力最大值从 66 kN 降低为 50 kN, 降幅约为 24%; 开孔板连接件剪力最大值从 116 kN 降低为 90 kN, 降幅为 22%. 焊钉连接件单方面刚度降低 50% 时, 其剪力最大值降低为 40 kN, 降幅为 41%, 此时开孔板连接件剪力最大值增至 140 kN, 增幅为 21%. 而开孔板连接件刚度单方面降低 50%, 焊钉连接件剪力最大值增至 79 kN, 增幅为 19%; 开孔板连接件最大值降低至 70 kN, 降幅为 40%. 这表明连接件刚度的减少(或增加)并不会导致剪力最大值的大幅减少(或增加), 且并不能改变连接的剪力分布, 即剪力最大值均出现在远离后承压板一端.

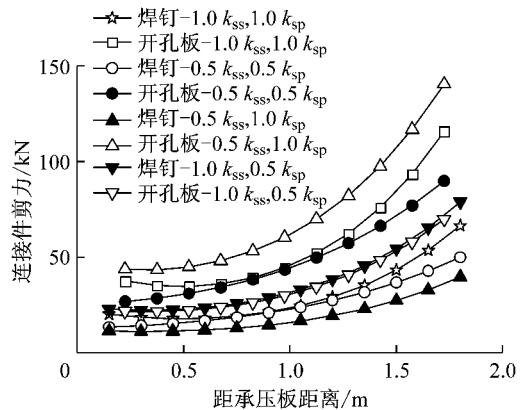


图 10 连接件剪力分布与刚度关系

Fig.10 The relationship between shear force and stiffness of connectors

以桥梁工程中常用焊钉直径从 22 mm 改为 25 mm 为例, 其抗剪刚度增加约 14%, 根据前述分析得到的剪力最大值增幅将小于 14% 而其实际抗剪承载能力将增加约 29% 可知, 采用大直径焊钉能够有效应对最大剪力超过设计承载力的问题.

4.4 结构轴向刚度的影响

图 11 以焊钉为例给出其最大剪力值与钢格室、混凝土轴向刚度间的关系. 两者刚度变化以本文模型中参数为基准, 即 1.0 倍为本文模型采用的设计参数. 从图中可以看出, 钢结构截面刚度 $E_s A_s$ 增加, 连接件剪力也随之增加; 而混凝土截面刚度 $E_c A_c$ 增加, 连接件剪力则会降低. 因而, 从控制连接件剪力来看, 增大格室高度或者减小顶底板厚度都能有效

地使连接件剪力最大值有所降低,但钢结构分担的轴向力也同时降低。

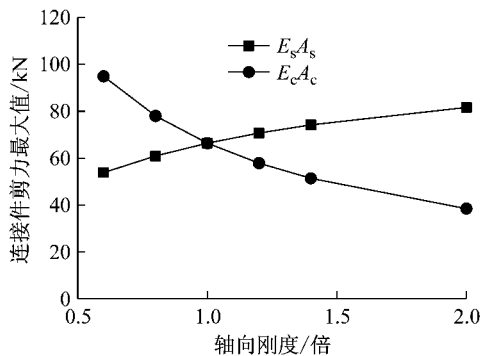


图 11 连接件剪力与结构轴向刚度关系

Fig. 11 The relationship between shear force and axial stiffness of structure

5 结语

(1) 基于弹性连续介质层法,考虑钢与混凝土间滑移效应及钢承压板对混凝土的局部承压作用,给出了格室-后承压板式混合梁结合部的理论计算方法,能够有效地计算混合梁结合部受力。

(2) 选取实桥混合梁结合部构造,通过有限元模型与理论计算结果进行了比较分析,两者的连接件剪力最大值差异在 10% 以内,钢结构分担轴力比例差异在 2% 以内,表明所提出的理论计算式能够合理计算结合部作用剪力。

(3) 通过理论计算揭示了格室-后承压板式结合部的连接件剪力分布规律,指出钢-混凝土间的轴向累计变形量差异是导致剪力最大值出现在结合部末端的主要原因。

(4) 随着结合部长度的增加,连接件剪力最大值先增大后减小至某一固定值,此时结合部中部的大部分连接件受剪作用减弱,结合部承压板处钢结构分担轴向力比例趋于稳定。

(5) 连接件刚度增加时,剪力最大值增加幅度明显小于刚度增加幅度,钢结构承担的轴向力比例也缓慢增长。增加混凝土轴向刚度或者减小钢结构轴向刚度均可减小连接件受力,但钢结构承担轴力也同时降低。

参考文献:

- [1] 刘玉擎. 混合梁接合部设计技术的发展[J]. 世界桥梁, 2005(4): 9.
LIU Yuqing. Development of design technique for joint parts of hybrid girder [J]. World Bridges, 2005(4): 9.
- [2] MASASHI Y, TORU F, KAZUO S, *et al.* Design of Tatara Bridge [J]. Engineering Review, 2003, 36(2): 40.
- [3] 刘明虎, 徐国平, 刘峰. 鄂东大桥混合梁钢-混凝土结合部研究与设计[J]. 公路交通科技, 2010, 27(12): 78.
LIU Minghu, XU Guoping, LIU Feng. Study and design of steel-concrete joint part of hybrid girder of Edong bridge [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2010, 27(12): 78.
- [4] 何伟兵, 刘玉擎, 汪蕊蕊. 九江长江公路大桥混合梁结合段构造分析[J]. 桥梁建设, 2012, 42(1): 30.
HE Weibing, LIU Yuqing, WANG Ruirui. Analysis of joint section structure of hybrid girder of Jiujiang Changjiang river highway bridge [J]. Bridge Construction, 2012, 42(1): 30.
- [5] 江祥林, 刘玉擎, 孙璇. 混合梁结合部受力机理模型试验研究[J]. 土木建筑与环境工程, 2014, 36(6): 48.
JIANG Xianglin, LIU Yuqing, SUN Xuan. Model test and mechanical analysis of steel-concrete joint of hybrid girder [J]. Journal of Civil Architectural & Environmental Engineering, 2014, 36(6): 48.
- [6] 刘荣, 余俊林, 刘玉擎, 等. 鄂东长江大桥混合梁结合段受力分析[J]. 桥梁建设, 2010(3): 33.
LIU Rong, YU Junlin, LIU Yuqing, *et al.* Mechanical analysis of joint sections of hybrid girder of Edong Changjiang river bridge [J]. Bridge Construction, 2010(3): 33.
- [7] 唐亮, 吴文明, 刘高, 等. 有格室-后承压板结合部构造的结构特性[J]. 工程力学, 2010, 27(11): 234.
TANG Liang, WU Wenming, LIU Gao, *et al.* Structural performance of rear bearing-plate connection with cells in steel-concrete hybrid girder [J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(11): 234.
- [8] HE Jun, LIU Yuqing, PEI Bingzhi. Experimental study of the steel-concrete connection in hybrid cable-stayed bridges [J]. Journal of Performance of Constructed Facility, 2014, 28(3): 559.
- [9] 郑双杰, 刘玉擎. 开孔板连接件初期抗剪刚度试验[J]. 中国公路学报, 2014, 27(11): 69.
ZHENG Shuangjie, LIU Yuqing. Experiment of initial shear stiffness of perfobond connector [J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(11): 69.
- [10] 蔺钊飞, 刘玉擎, 贺君. 焊钉连接件抗剪刚度计算方法研究[J]. 工程力学, 2014, 31(7): 85.
LIN Zhaoifei, LIU Yuqing, HE Jun. Research on calculation method of shear stiffness for headed stud connectors [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(7): 85.