

多失效模式混联生产线生产率估算

刘雪梅, 贾勇琪, 祁国栋, 邵 焕

(同济大学 机械与能源工程学院, 上海 201804)

摘要: 针对存在多失效模式的混联生产线生产率估算问题, 综合考虑机器的时间相关失效(TDF)和操作相关失效(ODF), 分析了机器正常加工、TDF、ODF 和 TDF&ODF 四种状态, 建立了各状态间转移关系。基于连续时间马尔可夫链模型, 以两工作站单缓冲区生产单元为基础, 结合生产线近似分解法及并行机器等效法, 提出了一种多失效模式下混联生产线生产率估算方法。最后, 通过多个算例的仿真对比及某生产线实例, 验证了本文方法的准确性与高效性。

关键词: 生产率估算; 混联生产线; 多失效模式; 马尔可夫链

中图分类号: TH186

文献标志码: A

Production Rate Estimation of Series-parallel Production Line with Multiple Failure Modes

LIU Xuemei, JIA Yongqi, QI Guodong, SHAO Huan

(College of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai, 201804, China)

Abstract: An analytical model was proposed to estimate the production rate of series-parallel production line. Each machine has both operation dependent failure (ODF) and time dependent failure (TDF). Machine states include operation, ODF, TDF and ODF&TDF. First, the machine states space and transition relations were defined. The two-workstation line performance evaluation method was established based on discrete state Markov chain, and this method was used as a building block of the decomposition method. The whole line production rate was estimated through iterative calculation of the decomposition method. In order to improve the efficiency, a set of parallel machines were replaced with an equivalent machine. Several numerical examples and an actual production line case were carried out to demonstrate the accuracy and efficiency of the proposed method.

Key words: production rate estimation; series-parallel production lines; multiple failure modes; Markov chain

生产线性能评估在生产线的设计、运营和管理过程中非常重要, 尤其在设计阶段机器选择、构型设计及缓冲区配置时, 生产率、在制品数量、设备利用率等性能指标往往作为主要优化目标, 生产率更是首要考虑的指标之一。随着制造技术的进步及需求的变化, 以复杂机电设备为主体构成、包含并行机器的混联结构生产线得到了越来越广泛的应用。针对该种混联生产线, 自 Buzacott^[1] 于 1968 年给出了生产率数值估算公式起, 近 50 年来, 生产率估算方法受到了国内外学者的广泛关注。

实际生产中, 机器的可靠性、缓存容量及工位间差异会极大地影响生产率等整线关键性能, 而考虑不可靠机器及有限缓冲区的混联生产线生产率估算方法主要分为两类^[2]: 一类是在 Arena 等仿真软件中建立系统模型, 通过离散事件仿真得到^[3-5]; 另一类是建立 Markov 模型, 通过数值计算直接求得^[6-8]。仿真的方法虽然精度高, 但是建模繁琐、计算时间长、成本高, 而且受软件限制难以和优化算法相结合。相比之下, 数值计算快速、直接、建模简单。因此, 大量研究主要集中在数值计算方法^[2]。如 Tan 等^[9]利用连续时间 Markov 链模型计算并行机器稳态概率, 实现两工作站单缓冲区系统的生产率估算。Colledani 等^[10]用近似分解法将 Tan 等^[9]提出的方法拓展到整线的生产率计算, 但当工位增多到实际生产问题时, 运算效率较低。Aziz^[11]将一组不可靠且不同的并行机器等效为一台机器, 转化为串行系统以简化计算。

同时, 随着自动化及信息技术的进步, 复杂机电一体化数控设备更多地应用于现代制造系统^[12], 这也使得生产线上的设备存在两种主要失效模式, 即时间相关的失效(time dependent failure, TDF)和操作相关的失效(operation dependent failure, ODF)。如 PLC(可编程逻辑控制器)、控制系统、数据处理系

统等电子设备存在不依赖于机器负荷的失效,即无论机器是否处于操作状态都有可能发生失效,而机器主轴、导轨和刀具等的失效只能在其处于操作状态时发生,即操作相关的失效. Gershwin^[13]指出实际系统失效往往是 ODF 和 TDF 混合失效模式,但现有的生产线性分析方法是基于 ODF 假设的^[12].

而综合考虑 ODF 和 TDF 的生产率估算方法目前研究较少, Mourani 等^[14]研究了两种失效模式对串联结构生产线的性能影响,指出以 ODF 代替 TDF 会低估系统生产率,但是其未考虑两种失效状态共存于同一台机器的情况,且不适用于混联结构. Matta 等^[15]利用 Markov 链模型,综合考虑机器两种失效状态,估算串联系统生产率,相对于只考虑一种失效状态的方法,提高了计算精度,但其方法仅适用于两机器单缓冲区系统且上下游机器工作时间相

同的串行系统.

目前,针对多失效模式下多工作站混联的生产线性生产率估算方法还没有见到相关研究,本文综合考虑机器 ODF 和 TDF 混合失效模式,利用连续时间 Markov 链构建了两工作站单缓冲区系统性能参数求解方法,并以此为基础,根据近似分解法迭代求解生产率指标,实现准确高效地估算混联生产线生产率.

1 模型描述

混联结构生产线如图 1 所示,该生产线由 K 个工作站 $W_k(k=1, \dots, K)$ 及 $K-1$ 个容量为 $N_k(k=1, \dots, K-1)$ 的缓冲区 B_k 组成,每个工作站由 s_k 台加工率为 μ_k 的相同机器 M_k 组成.

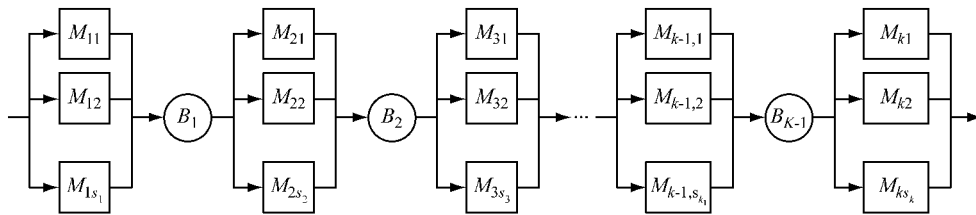


图 1 多工作站混联生产线构型

Fig.1 Configuration of series-parallel production lines with multi-workstations

本文采用时间连续状态离散的 Markov 链模型对混联结构生产线进行建模分析,在建模过程中做如下假设:① 每台机器一次只能处理一个工件,操作时间是确定的,且不存在工件报废和返工;② 机器有两种失效模式 ODF 和 TDF,且失效时间和修复时间均服从负指数分布;③ 机器失效修复后,加工能力完全恢复正常,不存在性能衰退;④ 同一工作站的并行机器可靠性参数完全相同;⑤ 第一个工作站永不缺料,最后一个工作站永不阻塞;⑥ 缓冲区不发生失效,且工件在缓冲区和 workstation 之间的物流时间可以忽略不计;⑦ 系统状态转移服从拟生灭过程,即在任意瞬时,机器的修复和失效事件只能发生一件,不能同时发生.

对任意一台机器 M_k ,其状态 α_k 为:

$$\alpha_k = \begin{cases} 1, & M_k \text{ 处于正常加工状态} \\ u_1, & M_k \text{ 处于 ODF 状态} \\ u_2, & M_k \text{ 处于 TDF 状态} \\ u_3, & M_k \text{ 处于 ODF\&TDF 状态} \end{cases}$$

在 t 时刻,若机器 M_k 处于正常加工状态,即 $\alpha_k = 1$,则在 $t+1$ 时刻,其有 $p_{1,k}$ 的概率转移到 ODF 失

效状态 u_1 ,有 $p_{2,k}$ 的概率转移到 TDF 失效状态 u_2 . 如果机器在 t 时刻处于失效状态,在 $t+1$ 时刻,其有 $r_{1,k}$ 和 $r_{2,k}$ 的概率可以修复到正常状态. 如果机器处于 ODF 状态,则有概率 $p_{3,k}$ 转移到 ODF&TDF 失效状态 u_3 . 当机器处于 ODF&TDF 失效状态时,分别有概率 $r_{3,k}$ 、 $r_{4,k}$ 转移到两种单失效状态. 机器 M_k 的状态转移图如图 2 所示.

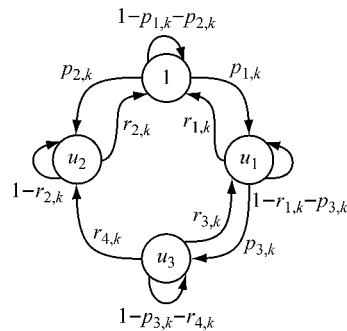


图 2 机器 M_k 状态转移图

Fig.2 State transition diagram of machine M_k

s_k 台并行机器共有 $I_k = \sum_{n=0}^{s_k} ((3+n) \cdot n/2 + 1)$ 个状态. 若 $s_k = 1$,则 $I_k = 4$,

构建状态转移速率矩阵 λ_k 为

$$\lambda_k = \begin{bmatrix} 1 - p_{1,k} - p_{2,k} & p_{1,k} & p_{2,k} & 0 \\ r_{1,k} & 1 - r_{1,k} - p_{3,k} & 0 & p_{3,k} \\ r_{2,k} & 0 & 1 - r_{2,k} & 0 \\ 0 & r_{3,k} & r_{4,k} & 1 - r_{3,k} - r_{4,k} \end{bmatrix}$$

当工作站 W_k 能够正常加工,但由于上游缓冲区 B_{k-1} 为空且上游工作站 $W_q (q < k)$ 加工率 μ_q 小于当前工作站加工率 μ_k , 导致其处在部分或全部缺料状态时,如果发生失效状态转移(状态 i 转移到 i'), 其转移率 $\psi_{k,i,i'}$ 与正常状态转移率 $\lambda_{k,i,i'}$ 的关系为

$$\psi_{k,i,i'} = \begin{cases} \frac{\mu_q}{\mu_k} \lambda_{k,i,i'}, & \text{ODF 型失效} \\ \lambda_{k,i,i'}, & \text{TDF 型失效} \end{cases}$$

同理,当工作站处于部分或全部阻塞状态时,状态转移率也应区分失效类型而做出相应调整. 因此,当构建工作站状态转移率矩阵时,需要区分失效类型.

2 多失效模式混联生产线生产率估算

2.1 两工作站单缓冲区系统

两工作站单缓冲区系统构型如图 3 所示,上游工作站命名为 W_u ,下游命名为 W_d ,缓冲区 B 容量为 N . 系统在时刻 t 的状态为 $s(t) = (X, \alpha_u, \alpha_d)$, 其中 $0 \leq X \leq N$ 为缓冲区容量, $\alpha_u \in (1, \dots, i, \dots, I_u)$ 为上游工作站状态, $\alpha_d \in (1, \dots, j, \dots, J_d)$ 为下游工作站状态, $f(X, \alpha_u, \alpha_d)$ 为对应状态的概率密度函数. 系统状态空间 S_M 共有 $I_u \cdot J_d$ 个离散状态,即 $(\alpha_u, \alpha_d) \in S_M$.

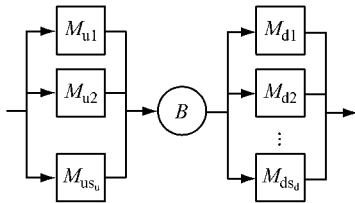


图 3 两工作站单缓冲区系统

Fig. 3 Production line with two workstations and one buffer

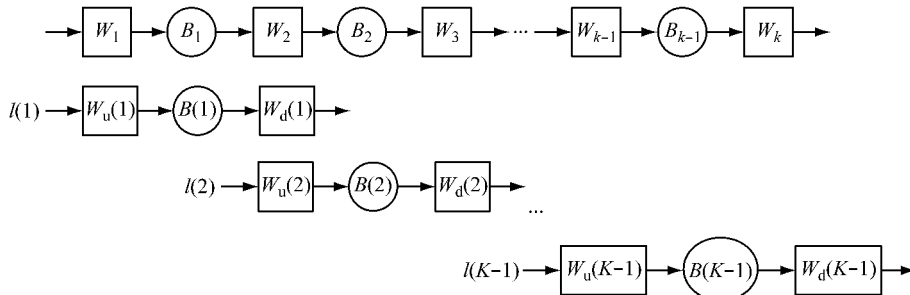


图 4 多工作站生产线分解过程

Fig. 4 Decomposition process of production line with multi-workstations

当缓冲区非空非满时, t 时刻系统的状态概率密度函数满足公式(1), 即 t 时刻系统状态为 $s(t) = (X \leq x, \alpha_u = i, \alpha_d = j)$ 的稳态概率对 x 求偏导.

$$f(x, i, j, t) = \frac{\partial}{\partial x} \text{prob}[X(t) \leq x, \alpha_u(t) = i, \alpha_d(t) = j], \quad 0 < x < N \quad (1)$$

系统稳态概率密度函数定义为 $f(x, i, j) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(x, i, j, t)$. 状态 $(0, i, j)$ 在 t 时刻缓冲区为空的概率定义为 $p(0, i, j, t)$, 稳态概率为 $p(0, i, j) = \lim_{t \rightarrow \infty} p(0, i, j, t)$, 同理, 状态 (N, i, j) 下缓冲区满时的稳态概率为 $p(N, i, j) = \lim_{t \rightarrow \infty} p(N, i, j, t)$.

求得所有状态的概率密度函数和缓冲区空(满)的稳态概率后,可求得系统生产率 R , 即

$$R = \sum_{(i,j) \in S_0} \mu_{u,i} \cdot p(0, i, j) + \sum_{(i,j) \in S_M} \int_0^N \mu_{u,i} \cdot f(x, i, j) dx + \sum_{(i,j) \in S_N} \mu_{d,j} \cdot p(N, i, j)$$

式中: $\mu_{u,i} (\mu_{d,j})$ 为上游(下游)工作站处于状态 $i(j)$ 的加工率; $f(x, i, j)$ 、 $p(0, i, j)$ 和 $p(N, i, j)$ 的求解参考 Tan 等^[9]所提的方法, 但状态转移率矩阵构建需要区分失效状态转移类型.

2.2 多工作站混联系统

运用近似分解法求解多工作站混联系统的过程是, 将 K 个工作站组成的系统分解为 $K-1$ 个两工作站单缓冲区子系统, 即以每个缓冲区为中心建立子系统, 定义为 $l(k)$, 包含上游工作站 $W_u(k)$ 、下游工作站 $W_d(k)$ 和缓冲区 $B(k)$. 分解过程如图 4 所示.

机器处于系统中时, 受到上下游工作站的影响, 存在部分或全部缺料(阻塞)的情况, 因此, 相对于独

立的工作站,分解后子系统中工作站的状态需要扩充.具体到处在子系统上游的工作站 $W_u(k)$,其状态由两类状态组成,即

独立状态 $S_u(k)$:工作站 W_k 不缺料时的自身状态
 新增状态 $S'_u(k)$:工作站 W_k 由于上游工作站 $W_q(q=1, \dots, k-1)$ 引起缺料而导致的状态

其中,独立状态与工作站自身的原始状态相同,状态数 $I_u(k) = I_k$,加工率 $\mu_i(k) = \mu_{k,i}$.

新增状态的数量由公式(2)确定.

$$I'_u(k) = \sum_{q=1}^{k-1} \sum_{j=1}^{I_q} \sum_{i=1}^{I_k} g_{q,j,i} \quad (2)$$

式中, $g_{q,j,i} = \begin{cases} 1, & \mu_{q,j} < \mu_{k,i}, q=1, \dots, k-1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

如果 $g_{q,j,i} = 1$ 且 $\mu_{q,j} = 0$,则 W_k 处于完全缺料状态,如果 $g_{q,j,i} = 1$ 且 $\mu_{q,j} > 0$,则 W_k 处于部分缺料状态,新增状态对应的加工率为 $\mu_{j,i}(k) = \mu_{q,j}$. 工作站新增状态记为 $(j, i)_u(k) \in S'_u(k)$.

同理,处于子系统下游的工作站,也存在独立状态和由于其下游工作站导致阻塞而新增的状态. 独立状态下,状态数 $I_d(k) = I_{k+1}$,加工率 $\mu_j(k) = \mu_{k+1,j}$. 新增状态下,状态数由公式(3)确定,加工率 $\mu_{i,j'}(k) = \mu_{q,j'}$.

$$I'_d(k) = \sum_{q=k+1}^K \sum_{j'=1}^{I_q} \sum_{i=1}^{I_k} g_{q,i,j'} \quad (3)$$

式中, $g_{q,i,j'} = \begin{cases} 1, & \mu_{q,j'} < \mu_{k,i}, q=k+1, \dots, K \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

2.2.1 连续性方程

分解后的每个子系统均可通过 2.1 节所提方法求得稳态概率及系统性能指标. 相邻子系统之间通过连续性方程相联系,以实现整线的性能指标迭代收敛.

定义 $\pi(0, j, i)(k)$ 为子系统 $l(k)$ 中缓冲区为空,且上下游工作站分别处于 j, i 状态的稳态概率, $\pi(j, i)_u(k)$ 为上游工作站 $W_u(k)$ 处于新增状态 $(j, i)_u(k) \in S'_u(k)$ 的稳态概率, $\pi(i, j')_d(k)$ 为下游工作站 $W_d(k)$ 处于新增状态 $(i, j')_d(k) \in S'_d(k)$ 的稳态概率. 对于相邻两工作站,新增状态稳态概率满足公式(4)和(5).

$$\pi(j, i)_u(k) = \pi(0, j, i)(k-1) + \sum_{(i, j')_d \in S'_d(k-1)} \pi(0, j, (i, j')_d)(k-1) \quad (4)$$

$$\pi(i, j')_d(k) = \pi(N, i, j')(k+1) + \sum_{(j, i)_u \in S'_u(k+1)} \pi(N, (j, i)_u, j')(k+1) \quad (5)$$

由于工作站 W_k 同时位于子系统 $l(k)$ 的上游和

子系统 $l(k-1)$ 的下游,所以在稳态时, $W_u(k)$ 和 $W_d(k-1)$ 应具有相同的生产率,即公式(6)成立.

$$\sum_{(j, i)_u \in S'_u(k)} \pi(j, i)_u(k) \mu_{j,i}(k) + \pi(i)_u(k) \mu_i(k) = \sum_{(i, j')_d \in S'_d(k-1)} \pi(i, j')_d(k-1) \mu_{i,j'}(k-1) + \pi(i)_d(k-1) \mu_i(k-1) \quad (6)$$

2.2.2 状态转移率矩阵

因为工作站状态数增多,所以状态转移速率矩阵需要扩充,对于上游工作站 $W_u(k)$,矩阵包含 4 部分,即

$$\lambda_u(k) = \begin{bmatrix} \lambda_{S,S}(k) & \lambda_{S,S'}(k) \\ \lambda_{S',S}(k) & \lambda_{S',S'}(k) \end{bmatrix}$$

同理,对于下游工作站 $W_d(k)$,状态转移速率矩阵也包含 4 部分. 矩阵元素的确定参考 Colledani 等^[10]所提的方法.

2.2.3 并行机器工作站等效处理

利用 Markov 链模型分析混联生产线,需要计算系统所有状态的稳态概率,但是随着工作站和机器数的增多,系统状态空间迅速增大,会导致计算过程复杂且求解困难. 如果将并行机器等效处理,求解精度稍差,但能够显著提高计算效率. 因此,虽然本方法能够适用于并行机器直接求解生产线性能,但为了提高算法效率,仍然需要对并行机器工作站等效处理.

参考 Aziz^[11]的等效方法并通过仿真实验分析,考虑混合失效模式下, n 台相同机器等效为 1 台后,加工率扩大为原来的 n 倍,因为 n 台机器彼此独立且完全相同,因此失效率和修复率保持不变,即加工率 $\mu'_k = n \cdot \mu_k$; TDF 失效模式下,失效率 $p'_{1,k} = p_{1,k}$,修复率 $r'_{1,k} = r_{1,k}$; ODF 失效模式下,失效率 $p'_{2,k} = p_{2,k}$,修复率 $r'_{2,k} = r_{2,k}$.

2.2.4 分解法迭代求解

分解法迭代求解的计算流程如下:

(1) 参数初始化

① 将并行机器工作站等效为单机器工作站,并计算等效后的机器参数;② 将 K 个工作站组成的系统分解为 $K-1$ 个两工作站单缓冲区子系统 $l(k)$;③ $k=1, \dots, K-1$ 循环,扩充子系统上游工作站状态空间,初始化状态转移率矩阵,子系统 $l(1)$ 上游工作站不存在新增状态;④ $k=K-1, \dots, 1$ 循环,扩充子系统下游工作站状态空间,初始化状态转移率矩阵,子系统 $l(K-1)$ 下游工作站不存在新增状态;⑤ 求解所有子系统状态概率及性能参数.

(2) 状态转移率矩阵参数更新

① $k=2, \dots, K-1$ 循环,根据连续性方程更新子系统上游工作站 $W_u(k)$ 状态转移率矩阵参数,重新计算状态概率及性能参数;② $k=K-2, \dots, 1$ 循环,根据连续性方程更新子系统下游工作站 $W_d(k)$ 状态转移率矩阵参数,重新计算状态概率及性能参数。

(3) 收敛条件判断

判断所有子系统生产率偏差

$$|\max(R(k)) - R(1)| \leq \epsilon, k = 2, \dots, K-1, \epsilon = 10^{-5}$$

若不满足收敛条件,则转(2);若满足,则跳出循环,进而得到系统性能参数,即整线平均生产率 $R=R(1)$ 。

2.3 算法性能分析

2.3.1 算法求解精度分析

文献[15]针对两机器单缓冲区的串行系统,考虑混合失效模式,缓冲区容量从 4 到 30 逐个递增,机器参数见表 1。进行生产率估算,运用本文方法与该方法及仿真进行对比,结果如图 5 所示。

表 1 机器参数

Tab.1 Machine parameters

机器	u	p_1	p_2	p_3	r_1	r_2	r_3	r_4
M_u	1	0.15	0.09	p_1	0.7	0.75	0.75	0.7
M_d	1	0.10	0.09	p_1	0.6	0.65	0.65	0.6

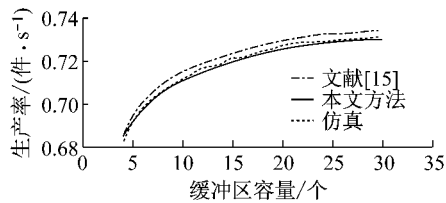


图 5 本文方法与文献[15]结果对比

Fig.5 Comparative results of the proposed method and reference [15]

计算机硬件参数为 Intel i5 处理器、8GB 内存,本文算法通过 Matlab R2015a 实现,仿真实验通过 Plant Simulation 进行,仿真 30 d,前 3 d 数据不统计,以避免斜升阶段的影响,每个仿真实验独立进行 3 次,以消除随机数组的干扰。

由图 5 可知,与文献[15]相比,本文方法更接近仿真结果,计算精度较好。

2.3.2 并行机器等效处理精度分析

为了分析等效处理对计算精度的影响,构造两个算例,构型和机器参数见表 2—3,缓冲区容量均为 2,进行等效前后的仿真(S_1, S_2)对比以及等效后的数值计算方法(S_3)的对比,计算结果见表 4。

其中误差由公式(7)—(8)计算。

误差 1:

$$E_1 = \frac{(S_2 - S_1)}{S_1} \cdot 100\% \quad (7)$$

误差 2:

$$E_2 = \frac{(S_3 - S_1)}{S_1} \cdot 100\% \quad (8)$$

表 2 算例 1 构型及机器参数

Tab.2 Configuration and machine parameters of numerical example 1

	工位		
	1	2	3
机器数	1	2	1
μ_i	0.11	0.07	0.12
$p_{1,i}$	0.01	0.01	0.01
$r_{1,i}$	1	0.5	1
$p_{2,i}$	0.01	0.02	0.01
$r_{2,i}$	1	0.5	1
$p_{3,i}$	0.01	0.01	0.01
$r_{3,i}$	1	0.5	1
$r_{4,i}$	1	0.5	1

表 3 算例 2 构型及机器参数

Tab.3 Configuration and machine parameters of numerical example 2

	工位				
	1	2	3	4	5
机器数	1	3	1	3	1
μ_i	0.1	0.03	0.1	0.03	0.1
$p_{1,i}$	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01
$r_{1,i}$	1	0.7	1	0.8	1
$p_{2,i}$	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01
$r_{2,i}$	1	0.7	1	0.8	1
$p_{3,i}$	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01
$r_{3,i}$	1	0.7	1	0.8	1
$r_{4,i}$	1	0.7	1	0.8	1

由表 4 可知,并行机器等效处理后,仿真和数值计算得到生产率误差很小,最大不超过 0.704 5%,因此,等效处理后估算生产率是有效的。

表 4 算例 1、2 结果对比

Tab.4 Comparative results of numerical example 1 and 2

	S_1	S_2	$E_1/\%$	S_3	$E_2/\%$
算例 1 生产率	0.107 88	0.107 91	0.027 8	0.107 12	-0.704 5
算例 2 生产率	0.094 51	0.094 61	-0.105 8	0.094 97	-0.486 7

2.3.3 算法求解效率分析

为了分析多并行机器工位的计算精度及效率,构造 6 种不同结构的流水线算例(算例 3~算例 8),工作站数量从 3 到 20 不等,表中向量 S 为各工位机器数量,对仿真与数值计算的结果进行计算效率及精度的对比,算例参数及计算结果见表 5—6,其中仿真时间是关闭动画效果并以最快速度运行时记录的

平均时间.

表 5 算例 3~8 构型及机器参数

Tab.5 Configuration and machine parameters of numerical example 3 to example 8

算例 3	算例 4	算例 5
$S=[1 \ 2 \ 2]$	$S=[3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 2 \ 2 \ 2]$	$S=[2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2]$
$B_i=2, i=1, 2$	$B_i=3, i=1, \dots, 8$	$B_i=3, i=1, \dots, 9$
$\mu=[1 \ 0.5 \ 0.5]$	$\mu_i=1, i=1, \dots, 9$	$\mu_i = \begin{cases} 1, i=1, \dots, 4, 7, \dots, 10 \\ 0.5, i=5, 6 \end{cases}$
$p_{1,i}=0.1, i=1, 2, 3$	$p_{1,i}=0.1, i=1, \dots, 9$	$p_{1,i}=0.1, i=1, \dots, 10$
$r_1=[0.9 \ 0.7 \ 0.7]$	$r_{1,i} = \begin{cases} 0.8, i=1, \dots, 6 \\ 0.9, i=7, \dots, 9 \end{cases}$	$r_{1,i} = \begin{cases} 0.8, i=1, \dots, 4 \\ 0.9, i=5, \dots, 10 \end{cases}$
$p_{2,i}=0.1, i=1, 2, 3$	$p_{2,i}=0.1, i=1, \dots, 9$	$p_{2,i}=0.1, i=1, \dots, 10$
$r_2=[0.9 \ 0.7 \ 0.7]$	$r_{2,i}=0.8, i=1, \dots, 9$	$r_{2,i}=0.8, i=1, \dots, 10$
$p_{3,i}=0.1, i=1, 2, 3$	$p_{3,i}=0.1, i=1, \dots, 9$	$p_{3,i}=0.1, i=1, \dots, 10$
$r_{3,i}=r_{2,i}, i=1, 2, 3$	$r_{3,i}=r_{2,i}, i=1, \dots, 9$	$r_{3,i}=r_{2,i}, i=1, \dots, 10$
$r_{4,i}=r_{1,i}, i=1, 2, 3$	$r_{4,i}=r_{1,i}, i=1, \dots, 9$	$r_{4,i}=r_{1,i}, i=1, \dots, 10$
算例 6	算例 7	算例 8
$S_i=2, i=1, \dots, 20$	$S=[2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2]$	$S_i = \begin{cases} 1, i=1, \dots, 10 \\ 2, i=11, \dots, 15 \end{cases}$
$B_i=3, i=1, \dots, 19$	$B_i=2, i=1, \dots, 5$	$B_i=2, i=1, \dots, 14$
$\mu_i = \begin{cases} 2, i=1, \dots, 10 \\ 1.5, i=11, \dots, 20 \end{cases}$	$\mu_i = \begin{cases} 0.5, i=1, 5, 6 \\ 1, i=2, 3, 4 \end{cases}$	$\mu_i = \begin{cases} 1, i=1, \dots, 10 \\ 0.5, i=11, \dots, 15 \end{cases}$
$p_{1,i}=0.1, i=1, \dots, 20$	$p_{1,i}=0.1, i=1, \dots, 6$	$p_{1,i}=0.1, i=1, \dots, 15$
$r_{1,i} = \begin{cases} 0.8, i=1, \dots, 10 \\ 0.9, i=11, \dots, 20 \end{cases}$	$r_{1,i} = \begin{cases} 0.7, i=1, 5, 6 \\ 0.9, i=2, 3, 4 \end{cases}$	$r_{1,i}=0.9, i=1, \dots, 15$
$p_{2,i}=0.1, i=1, \dots, 20$	$p_{2,i}=0.1, i=1, \dots, 6$	$p_{2,i}=0.1, i=1, \dots, 15$
$r_{2,i}=0.9, i=1, \dots, 20$	$r_{2,i}=0.8, i=1, \dots, 6$	$r_{2,i}=0.8, i=1, \dots, 15$
$p_{3,i}=0.1, i=1, \dots, 20$	$p_{3,i}=0.1, i=1, \dots, 6$	$p_{3,i}=0.1, i=1, \dots, 15$
$r_{3,i}=r_{2,i}, i=1, \dots, 20$	$r_{3,i}=r_{2,i}, i=1, \dots, 6$	$r_{3,i}=r_{2,i}, i=1, \dots, 15$
$r_{4,i}=r_{1,i}, i=1, \dots, 20$	$r_{4,i}=r_{1,i}, i=1, \dots, 6$	$r_{4,i}=r_{1,i}, i=1, \dots, 15$

表 6 算例 3~8 结果对比

Tab.6 Comparative results of numerical example 3 to example 8

		仿真	本文方法	误差/%		仿真	本文方法	误差/%	
算例 3	生产率/ (件·s ⁻¹)	0.693 93	0.698 99	0.729 18	算例 4	生产率/ (件·s ⁻¹)	1.446 62	1.453 81	0.497 72
	用时/s	198.0	1.9			用时/s	829.5	476.6	
算例 5	生产率/ (件·s ⁻¹)	1.146 21	1.154 42	0.715 41	算例 6	生产率/ (件·s ⁻¹)	1.968 04	1.989 34	1.082 30
	用时/s	809.4	543.6			用时/s	2 892.6	1 898.4	
算例 7	生产率/ (件·s ⁻¹)	0.653 15	0.671 86	2.864 57	算例 8	生产率/ (件·s ⁻¹)	0.609 19	0.637 26	4.607 75
	用时/s	580.2	44.7			用时/s	1 226.1	940.6	

由表 6 可知,针对多种不同长度的生产线,本文方法均能以较小误差有效地求解.同时,结果对比中的用时未包括准备时间,而仿真的建模准备时间长,模型调整较繁琐,相比之下,本文方法系统建模仅需要几个输入变量,过程简单快速,准备时间短,可迅速调整以实现不同系统构型的求解,因此,本文方法在计算效率上具备明显优势,尤其是针对多工作站的长生产线,可显著提升建模及运算效率.

3 实例验证

以某柴油发动机缸盖生产线中的柔性化改造为例验证算法的有效性.原企业发动机缸盖生产线以专机为主,加工对象单一,根据企业要求,对生产线中的部分专机工位进行柔性化改造,即使用加工中心代替专机加工.通过线平衡及缓冲区优化配置,得

到了一个较优的方案,构型及参数如表 7 所示,该方案有 5 个工位、两种机器组成,机器的可靠性参数如表 8 所示,为了分析该方案的关键性能参数,分别用本文算法与仿真对该方案进行分析。

表 7 生产线构型参数

Tab.7 Configuration parameters of the practical case

工位	机器类型	机器数	加工时间/s	缓冲区容量
OP10	类型 2	1	308	4
OP20	类型 1	3	968	2
OP30	类型 1	4	1 225	3
OP40	类型 2	3	812	3
OP50	类型 1	3	898	

计算过程中需要用到机器加工率 μ 、故障率 p 和修复率 r 参数,分别与机器加工时间,平均失效间隔时间(mean time between failures, MTBF)、平均

$\lambda_u(2) =$

-0.000 04	0.000 02	0.000 01	0.000 007	0.000 10	0.000 10	0.000 10
0.000 28	-0.000 29	0	0.000 010	0	0	0
0.000 67	0	-0.000 67	0	0	0	0
0.000 20	0.000 67	0.000 28	-0.001 15	0	0	0
0.000 38	0	0	0	-0.000 39	0	0.000 006
0.000 62	0	0	0	0	-0.000 62	0
0.000 24	0	0	0	0.000 62	0.000 39	-0.001 240

按照 2.1 节所提方法计算 4 个子系统的初始生产率为 0.002 52、0.002 63、0.002 65、0.002 73 件 $\cdot s^{-1}$ 。对子系统从 $l(2)$ 到 $l(4)$ 、 $l(3)$ 到 $l(1)$ 不断循环,更新每个工作站状态转移率矩阵参数,重新计算状态概率及系统性能。经过 3 次迭代后,子系统生产率收敛到 0.002 68 件 $\cdot s^{-1}$,且各子系统生产率偏差小于 10^{-5} 。

表 8 机器可靠性参数

Tab.8 Reliability parameters of the practical case

机器类型	ODF/min		TDF/min	
	MTBF	MTTR	MTBF	MTTR
类型 1	810	59	1 607	25
类型 2	906	43	2 930	27

失效修复时间(mean time to repair, MTTR)成倒数关系。

将并行机器工作站按照按 2.2.3 节方法等效处理后,生产线转化为 5 个单机器工作站组成的串行系统。根据近似分解法将系统分解为 4 个两工作站单缓冲区系统 $l(1) \sim l(4)$,并扩充子系统状态空间及初始化状态转移率矩阵,以子系统 $l(2)$ 上游工作站 $W_u(2)$ 为例,其初始状态转移率矩阵为 $\lambda_u(2)$ 由 4 部分组成,具体数值为

同时,在 Plant Simulation 中搭建系统模型,仿真模型如图 6 所示,每次仿真 30 d,独立进行 3 次后取平均值,得到系统生产率为 0.002 70 件 $\cdot s^{-1}$,误差为 -0.791%。本文方法计算用时 8.7 s,仿真用时 14.7 s,因此运用本文方法可以有效分析实际生产线,与仿真相比,本文方法对生产率的估算精度及效率较高。

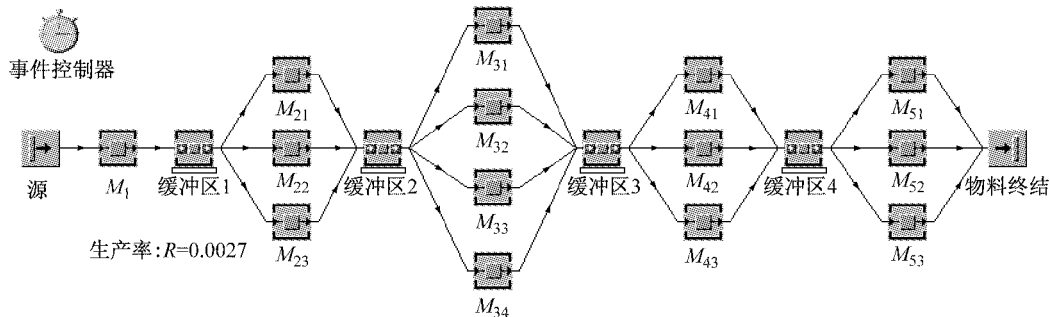


图 6 实例仿真模型

Fig.6 Simulation model of numerical practical case

4 结论

本文针对多失效模式下复杂混联结构生产线,

定义了机器正常加工、TDF、ODF 和 TDF&ODF 四种状态及其转移关系,基于马尔可夫链模型构建了两工作站单缓冲区系统性能评价方法,结合近似分解法提出了一种复杂混联生产线产率估算方法,求

解过程中,为提高计算效率对多并行机器进行了等效处理.为验证本文方法的有效性,对多个算例及某生产线实例进行了实验与分析.实验结果表明,随着生产线工作站及其并行机器数量的增加,计算精度与运算效率仍能保持在较高水平.因此,本文方法可应用于复杂生产系统的优化与设计.在进一步研究工作中,将考虑设备性能衰退、不完全修复等特性,以获取更贴合生产实际的生产率估算方法.

参考文献:

- [1] Buzacott J A. Prediction of the efficiency of production systems without internal storage[J]. *International Journal of Production Research*, 1968, 6(3):173.
- [2] Jingshan L, Dennis E B, Ningjian H, *et al.* Throughput analysis of production systems; recent advances and future topics[J]. *International Journal of Production Research*, 2009, 47(14):3823.
- [3] Dang Q, Pham K. Design of a footwear assembly line using simulation-based ALNS[J]. *Procedia CIRP*, 2016, 40:597.
- [4] Tiacci L. Event and object oriented simulation to fast evaluate operational objectives of mixed model assembly lines problems [J]. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2012, 24:35.
- [5] 张新艳,周健,韦亮. MOHHA 求解不可靠生产线多目标缓冲区分配问题[J]. *计算机工程与应用*, 2014, 50(4):240.
ZHANG Xinyan, ZHOU Jian, WEI Liang. Multi-objective hybrid heuristic algorithm to buffer allocation in unreliable production line[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2014, 50(4):240.
- [6] Zhou B, Xia B, Xi L. An improved decomposition method for evaluating the performance of transfer lines with unreliable machines and finite buffers [J]. *International Journal of Production Research*, 2012, 50(15):4009.
- [7] Ouazene Y, Yalaoui A, Chehade H. Analysis of a buffered two-machine production line with unreliable machines[J]. *Journal of Multiple-valued Logic and Soft Computing*, 2014, 22(4):423.
- [8] 刘佳璐. 串并联生产系统的模型研究[D]. 天津:天津大学电气与自动化工程学院, 2011.
LIU Jialu. Analytical modeling of series-parallel production lines [D]. Tianjin: School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University, 2011.
- [9] Tan B, Gershwin S B. Modelling and analysis of Markovian continuous flow systems with a finite buffer[J]. *Annals of Operations Research*, 2011, 182(1):5.
- [10] Colledani M, Gershwin S B. A decomposition method for approximate evaluation of continuous flow multi-stage lines with general Markovian machines[J]. *Annals of Operations Research*, 2013, 209(1):5.
- [11] Aziz A, Jarrahi F, Abdul-Kader W. Modeling and performance evaluation of a series-parallel flow line system with finite buffers[J]. *Info Information Systems & Operational Research*, 2010, 48(2):103.
- [12] 张英芝,牛序磊,申桂香,等. 基于竞争失效模式的数控机床可靠性建模[J]. *系统工程理论与实践*, 2014(8):2144.
ZHANG Yingzhi, NIU Xulei, SHEN Guixiang, *et al.* Numerically-controlled machine reliability modeling based on competing failure mode[J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2014(8):2144.
- [13] Gershwin S B. *Manufacturing systems engineering* [M]. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1994.
- [14] Mourani I, Hennequin S, Xie X. Failure models and throughput rate of transfer lines[J]. *International Journal of Production Research*, 2007, 45(8):1835.
- [15] Matta A, Simone F. Analysis of two-machine lines with finite buffer, operation-dependent and time-dependent failure modes [J]. *International Journal of Production Research*, 2016, 54(6):1850.