

文章编号: 0253-374X(2017)02-0267-08

DOI: 10.11908/j.issn.0253-374x.2017.02.017

# 车用微小通道蒸发器制冷剂流量分配特性

刘 研<sup>1,2</sup>, 孙柏林<sup>1</sup>, 韩艳辉<sup>1</sup>

(1. 吉林大学 汽车仿真与控制国家重点实验室, 长春 130025; 2. 吉林大学 汽车工程学院, 长春 130025)

**摘要:** 以整体平行流微小通道蒸发器模型为基础, 从进口管相对集管位置、出口管相对集管位置、扁管与集管相对组合高度三方面对四流程蒸发器流量分配问题进行研究, 并引入分别表示这三种相对位置关系的量纲一参数  $P'_{in}$ 、 $P'_{out}$  及  $H$ 。计算结果显示当  $P'_{in}=0.591$ ,  $P'_{out}=0.402$ ,  $H=0.239$  时, 制冷剂流量分配均匀性最好。综合考虑这三种结构参数的影响, 得到一种优化结构, 使得流量分配的均匀性大大提高, 不均匀度  $S$  比初始结构减小 20%。

**关键词:** 平行流微小通道蒸发器; 制冷剂流量分配; 均匀性; 结构优化

中图分类号: TB61<sup>+1</sup>

文献标志码: A

## Refrigerant Flow Distribution Characteristics of Vehicle Mini-Channel Evaporator

LIU Yan<sup>1,2</sup>, SUN Bolin<sup>1</sup>, HAN Yanhui<sup>1</sup>

(1. Sate Key Laboratory Of Automotive Simulation and Control, Jilin University, Changchun 130025, China; 2. College of Automotive Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China)

**Abstract:** In this paper, taking the whole parallel flow mini-channel evaporator including four processes as the reach model, study the effects of structure factors (the relative position of the import and export pipe with the header; the combined altitudes between flat tube and header) on evaporator flow distribution. Introducing three dimensionless parameters ( $P'_{in}$ ,  $P'_{out}$ ,  $H$ ) to indicate that three relative positional relationship, the calculation results show that when  $P'_{in}=0.591$ ,  $P'_{out}=0.402$ ,  $H=0.239$ , the uniformity of the refrigerant flow distribution is preferably. Considering the influence of the three structural parameters, an optimized structure was obtained, making the uniformity of flow distribution greatly improved, unevenness decreased 20% than the initial structure.

**Key words:** parallel flow mini-channel evaporator; refrigerant flow distribution; uniformity; structure

optimization

在车用空调领域, 微通道换热器作为冷凝器使用的研究已经取得了一定进展, 但是作为蒸发器使用还存在很多的问题, 如扁管内制冷剂分配不均匀等<sup>[1]</sup>。微通道蒸发器由于多流程、多扁管的结构特点, 制冷剂在各扁管中分配不均匀的现象非常普遍, 这造成蒸发器的换热性能降低, 严重影响空调系统的性能。制冷剂分配不均匀会造成干蒸或供液过多, 严重影响换热器的换热能力。Choi 等<sup>[2]</sup>采用 R22 做制冷剂, 以翅片管式蒸发器为研究对象, 分别对制冷剂流量分配不均匀及空气分布不均匀工况进行大量实验研究, 结果表明制冷剂分配不均比空气分布不均对蒸发器能力的影响更大。

影响微通道换热器中制冷剂流量分配均匀性的因素主要有以下几个方面: (1) 结构参数设计不合理。前人研究发现<sup>[3]</sup>, 扁管结构, 入口管相对集流管位置, 扁管与集流管的组合高度, 各流程之间的流通孔数、大小、位置, 制冷剂流流量, 制冷剂入口工况等都会影响制冷剂分配的均匀性; (2) 制造工艺不精导致实际产品与设计存在偏差; (3) 两相流动导致工况不稳定; (4) 细小的通道内易发生结垢, 通道间的薄壁易发生腐蚀。

针对结构参数设计问题也有前人做了实验并总结出了一些规律及结论。如 Yunho Hwang<sup>[4]</sup>通过实验证明侧入式集管进口位置比端入式集管进口位置制冷剂的分配均匀程度要好, 规范化标准偏差 (nederlandse standaard tarief documentatie, NSTD) 端入式比侧入式增大了 3 倍左右。Vist<sup>[5-6]</sup>对不同长度的入口管进行实验研究, 发现短入口管比长入口管的支管内汽液两项流体的分配均匀性更好。Kim<sup>[7]</sup>对不同的扁管插入集管深度进行研究, 他

收稿日期: 2016-05-30

基金项目: 国家自然科学基金(No. 51376079)

第一作者: 刘 研(1976—), 女, 工学博士, 副教授, 主要研究方向为能源利用与高效传热。E-mail: sdauidxysbl@163.com

对插入深度分别为0,2.5,5 mm的结构在相同质量流速及干度的工况下进行实验,发现插入深度为5 mm时最好,他认为是各支管通道间的压差造成的。

本文运用计算流体动力学(computational fluid dynamic, CFD)软件对平行流蒸发器扁管内的流量分配特性进行仿真计算。研究入口管相对集流管位置,出口管相对集流管位置,扁管与集流管的组合高度对制冷剂分配均匀性的影响趋势。

## 1 平行流蒸发器模型建立

### 1.1 数学模型

本文采用RNG  $k-\epsilon$  模型来模拟湍流流动,计算时不考虑传热过程。模型基本方程如下<sup>[8]</sup>:

(1) 质量守恒方程:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

式中: $\rho$  为流体的密度; $u, v, w$  分别为流体的速度矢量 $\mathbf{u}$ 在三个坐标上的分量。

(2) 动量守恒方程:

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} \mathbf{u}) - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2a)$$

$$\operatorname{div}(\rho v \mathbf{u}) = \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} v) - \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2b)$$

$$\operatorname{div}(\rho w \mathbf{u}) = \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} w) - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2c)$$

式中: $\mathbf{u}$  为流体的速度矢量; $p$  为压力。

(3) 湍动能与耗散率方程:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_k \mu_{\text{eff}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + \rho \epsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i \epsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_\epsilon \mu_{\text{eff}} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{G_{\epsilon}}{k} - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (4)$$

式中: $k$  为湍动能; $\epsilon$  为湍流耗散率; $t$  为时间; $u_i$  为流

体的速度矢量 $\mathbf{u}$ 在 $X$ 坐标上的分量; $G_k, G_{\epsilon}$ 为脉动动能产生率; $C_{2\epsilon} = 1.68$ ;  $\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_i$ ,  $\mu_i = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$ , 其中: $\mu$  为动力粘度, $C_\mu$  为常数; $\alpha_k, \alpha_\epsilon$  为流体的体胀系数。

### 1.2 物理模型

本文采用平行流蒸发器,只考虑扁管内部的流动,因此本文建立的模型只包括进出口管、集管及扁管。扁管长度为221 mm,扁管宽度为17.4 mm,扁管高度为2 mm,扁管间距为8.5 mm,通道宽度为0.965 mm。蒸发器长度(集管长度)为296 mm,蒸发器宽度为44.8 mm,蒸发器高度为247 mm。模型示意图及工作流程如图1所示。

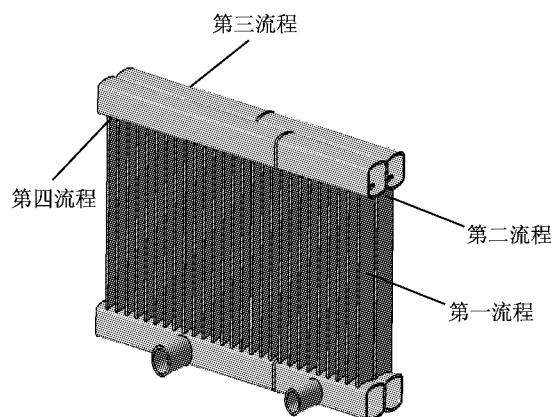


图1 蒸发器三维模型示意图

Fig. 1 Evaporator 3D model

### 1.3 网格模型

本文中使用的CFD计算软件,蒸发器模型为4个流程,各个流程扁管数为9,12,15,18。由于模型过于复杂,因此本文在网格划分上采用混合网格,集管尺寸使用四面体网格,仅在扁管插入部位加以细化,扁管部分采用ICEM软件中的分块的方法来划分规则的六面体网格。网格模型如图2—4所示。

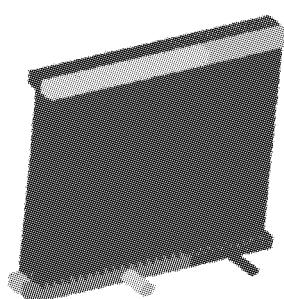


图2 蒸发器整体网格图

Fig. 2 Evaporator global grid



图3 集管处四面体网格

Fig. 3 Tetrahedral mesh of header

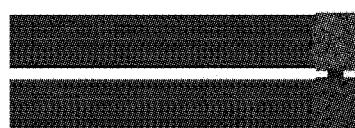


图4 扁管长度方向上的拉伸六面体网格

Fig. 4 Tensile hexahedral grid on flat tube length direction

### 1.4 边界条件

本文假设流体流动稳定,采用稳态计算方法。所谓边界条件就是流体力学方程组在求解域的边界上,流体物理量应该满足的条件,一般要满足:①保持在物理上是正确的,②数学方程刚好能确定积分微分方程中的积分常数,不矛盾,没有随意性<sup>[8]</sup>。本文边界条件如下:

(1) 在分析蒸发器结构参数对质量流量分配的影响时,假设制冷剂为常物性不可压缩流体,物性参数采用压力 190 kPa 时饱和 R134a 液体物性参数。流体入口采用速度入口,方向垂直于入口边界面。

(2) 制冷剂出口采用压力出口,出口压力设为 190 kPa。为方便输出通过扁管进口及出口的流量值,在建立模型时,第一流程 9 个扁管进口及第二流程 12 个扁管出口都认为构造出截面,在 FLUENT 中边界条件设置成 INTERIOR,以使流体流通。第一流程扁管编号依次设置为 1~9,第二流程扁管编号依次设置为 1~12,第三流程扁管编号依次设置为 1~15,第四流程扁管编号依次设置为 1~18。

(3) 因为不考虑传热,所以将壁面设置为绝热边界,热流密度为 0,近壁处采用标准壁面函数。

## 2 数值模拟结果及分析

采用数理统计学最常作为统计分析程度的标准

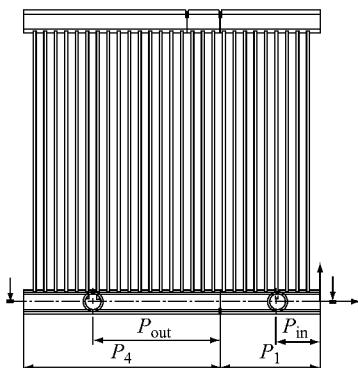


图 5 进出口相对集管位置示意图

Fig.5 Inlet and outlet tube position relative to header

文中首先对一种现有结构的平行流蒸发器进行仿真计算。蒸发器基础结构为  $H = H_{in}/H_{ji} = 0.25$ ,  $P'_{in} = P_{in}/P_1 = 0.44$ ,  $P'_{out} = P_{out}/P_4 = 0.64$ (图 5—6), 制冷剂质量流量为  $129.8 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$ , 首先在此基础上对制冷剂流动状态及流量分配情况进行仿真分析。

由图 7 可清楚地看到流体进入集管后,流动情

况变得非常复杂。流体与集管壁及扁管发生碰撞,在两扁管间区域产生漩涡流,在进口位置还有二次回流发生。扁管的插入,使得集管内空间变小,流动区域变得复杂,因此扁管与集管的组合位置对制冷剂分配的均匀性有极大的影响。根据流动阻力特性对流动的影响原理,离人口位置近的扁管质量流量必然大于离人口位置远的扁管,一二流程间的流通孔

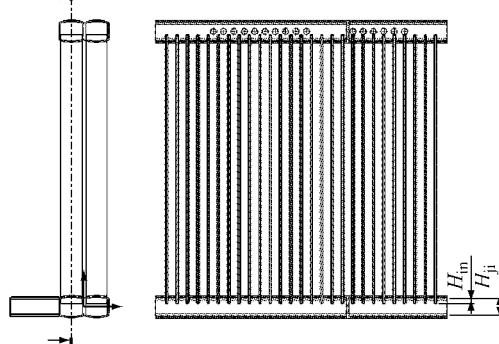


图 6 扁管相对集管插入深度示意图

Fig.6 Flat tube insertion depth relative to header

又使第二流程扁管制冷剂分配发生变化,因此怎样设计入口位置及流通孔分布才能充分利用换热面积是值得探讨的问题。本文针对进口管相对集流管位

置,出口管相对集流管位置,扁管与集流管的组合高度等因素对流量分配均匀性进行了仿真分析。

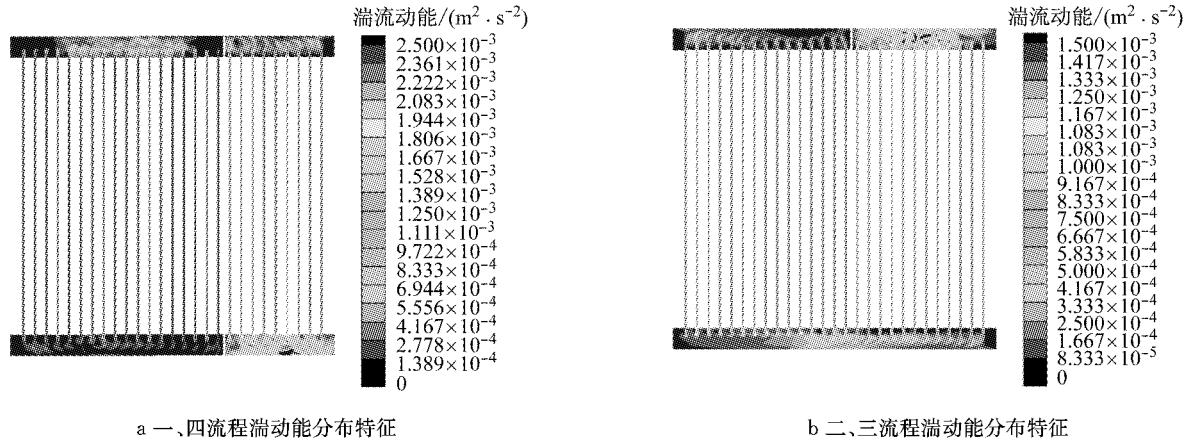


图 7 原结构四个流程湍动能分布特征

Fig. 7 Turbulent kinetic energy distribution characteristics of original structure

(1) 进口管位置对流量分配均匀性的影响  
分别取进气管相对集管位置  $P'_{in} = P_{in}/P_1 = 0.323, 0.377, 0.431, 0.484, 0.537, 0.591,$

0.644,七种结构进行仿真分析。4个流程中各扁管相对质量流量如图 8a~8d 所示。

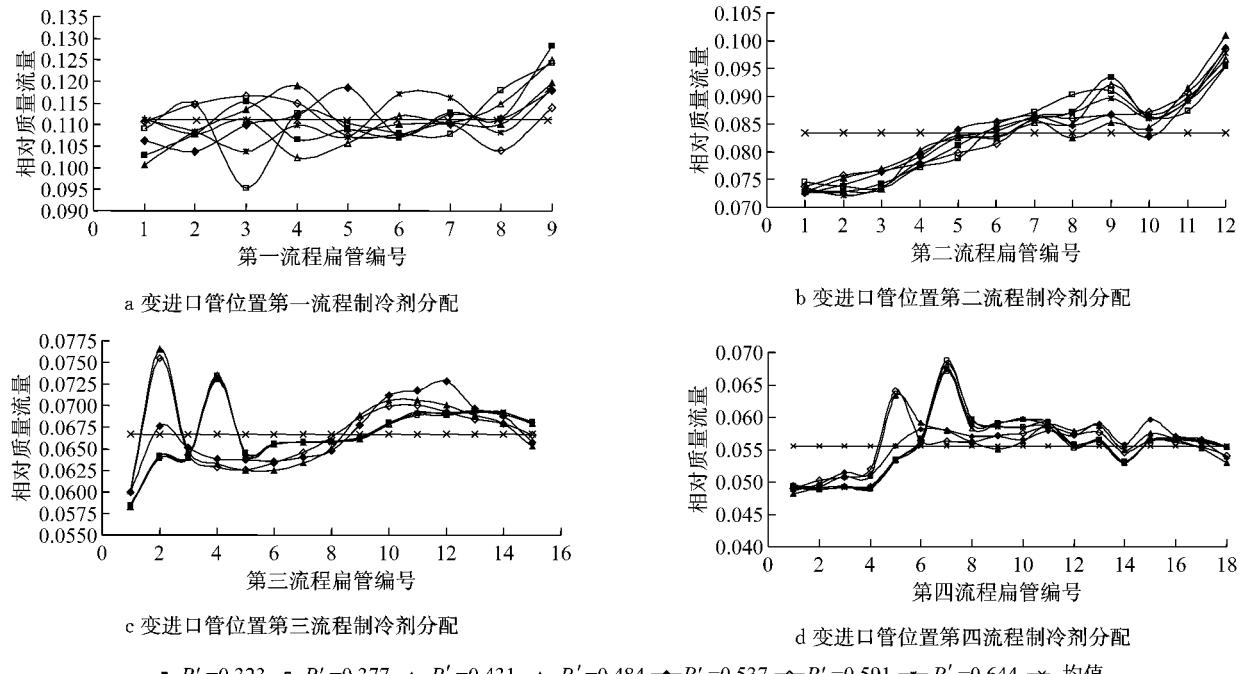


图 8 变进口管位置 4 个流程制冷剂分配

Fig. 8 Refrigerant distribution of four passages on different inlet position

如图 8 所示,进口管相对于集管的位置对第一流程的影响非常大。当进口管靠近蒸发器边板时,如  $P'_{in}=0.323$  时(正对第三根扁管),整体来说制冷剂分布非常不均匀。随着进口管往中间移动这种趋势有所缓和。当  $P'_{in}=0.591$  时(处于第五根和第六根

扁管之间)均匀性最好,非均匀度  $S=0.150$ 。当  $P'_{in}=0.644$  时,制冷剂又开始出现流向集管的另一端的趋势,第九根扁管的相对质量流量  $E_9$  与  $P'_{in}=0.537$  时的  $E_9$  非常接近。第二流程的制冷剂分布存在着比较大的问题,且仅调整进口管位置,不能解决

第二流程流量分布的总体趋势。在进出口位置及流通孔位置的多重作用下,第三、第四两个流程的制冷剂流量分配情况非常复杂,规律性不明显,还需要进一步讨论研究。

图9为,在扁管插入深度相对值 $H=H_{in}/H_{ji}=0.326$ ,出口管相对集管位置 $P'_{out}=P_{out}/P_4=0.67$ 保持不变时,相同质量流量下不同进口管与集管相对位置 $P'_{in}$ 值对各流程流量分配性能的影响。按4个流程的不均匀度计算的均方根值 $S$ 来看,随着 $P'_{in}$ 的增大, $S$ 有逐渐减小然后再增加的趋势。单独对各个流程进行分析,发现第一流程受进口位置的影响非常大,最小值为0.15,而最大值达到了0.28,是整个蒸发器流程中不均匀度的最大值。第二流程受流通孔位置的影响,几组结构下的不均匀度都偏大。第三流程由于制冷剂在集管中汇集后再分配,流量分配不均匀的情况有所改善。第四流程情况最为复杂,由图8d相对流量分布图也可以看出,在第二根及第

四根管中,流量明显偏多。在做了更改的结构中 $P'_{in}=0.591$ 时总流量分配均匀性最好。

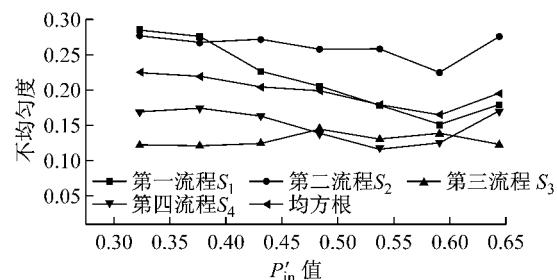


图9 变进口管位置不均匀度 $S$

Fig.9 Unevenness  $S$  of different inlet position

## (2) 出口位置对质量制冷剂分配均匀性的影响

分别取出口管相对集管位置 $P'_{out}=P_{out}/P_4=0.157, 0.238, 0.320, 0.402, 0.484, 0.565, 0.647, 0.729, 0.811$ 九种结构进行仿真分析。四个流程中各扁管相对质量流量如图10a~10d所示。

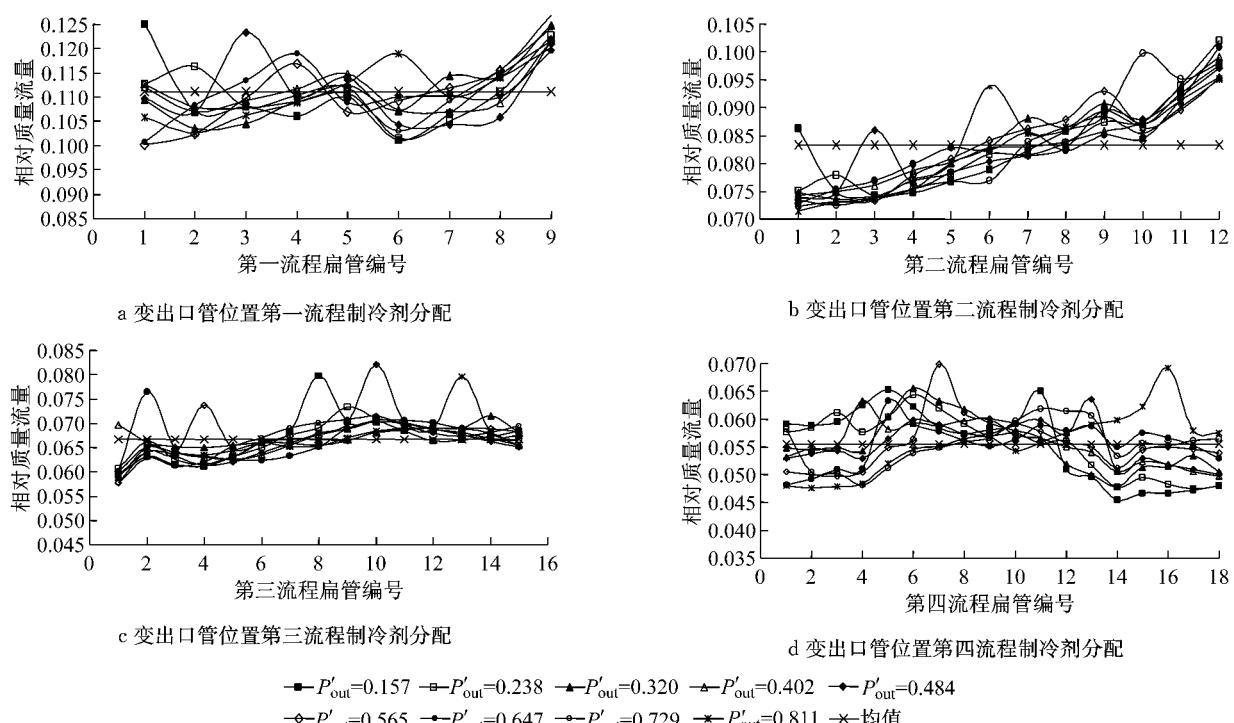


图10 变出口管位置4个流程制冷剂分配

Fig.10 Refrigerant distribution of four passages on different outlet position

由图10a和图10b可以看出,随着出口管位置向远离一、二流程的那一端移动时,一、二流程中流量出现峰值的位置也向那一端移动。第一流程中当 $P'_{out}=0.157, 0.238$ 及 $0.320$ (即靠近集管的一端时),流量分配规律很不稳定。第二流程中当出口管位于两根扁管中间,如 $P'_{out}=0.157, P'_{out}=0.484$ 时就会有一根扁管出现流量激增的现象,而其余扁

管流量符合总体规律。且第二流程扁管中流量由于受流通孔位置的影响,有从第1号扁管到第12号扁管逐渐增加的趋势。由图10c所示,第三流程中的流量分配也出现了类似于第二流程中的某根扁管流量激增的现象,且基本上每种结构时都有这种规律。当 $P'_{out}=0.320$ 和 $P'_{out}=0.402$ 时峰值较小,比较接近均值,可以认为在这两种出口管位置时,制冷剂流量

分配均匀性最好。除去这些流量激增的扁管，其余管流量分配规律基本相近。由图 10d 所示，第四流程的流量分配规律性较强，受出口位置的影响，靠近出口管的扁管流量就会比较大，远离出口管的扁管流量就会比较小，而不同出口管位置的中间几根扁管（第 8,9,10 号扁管）的相对流量大小都比较接近，流量处于整个第四流程流量大小的中间水平，在 0.055~0.060 之间。

图 11 为进口管相对集管位置  $H = H_{in}/H_{ji} = 0.326$ ，扁管相对集管插入深度  $P'_{in} = P_{in}/P_1 = 0.431$ ，进口制冷剂质量流量不变时的  $P'_{out}$  值对各流程流量分配性能的影响。由图 10a~10d 各个流程相对质量流量值也可以看出，流量分配均匀性很不稳定，尤其是第二和第三流程，总是有某根管出现流量远大于均值或其他扁管的情况。改变出口管位置，依然不能改善第二流程的流量分配均匀性。从各结构计算结果来看这一流程的不均匀度  $S_2$  都是比较高的。出口位置不同对直接与出口相连的第四流程影响较大， $P'_{out} = 0.157$  时的  $S_4 = 0.2453$ ，是  $P'_{out} =$

0.320 时的  $S_4 = 0.1290$  的 2 倍左右。由不均匀度  $S$  来看，在更改的结构中，当  $P'_{out} = 0.402$  时， $S$  值最小，可以认为总流量分配均匀性最好。

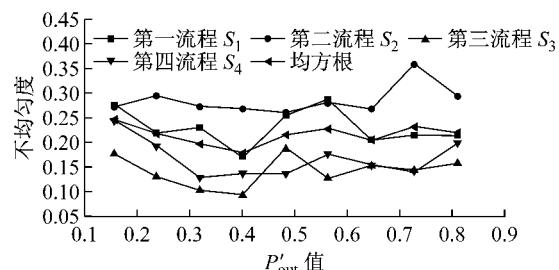


图 11 变出口管位置不均匀度  $S$

Fig. 11 Unevenness  $S$  of different outlet position

(3) 扁管与集管相对组合高度对制冷剂分配均匀性的影响

分别选取组合高度  $H = 0.146, 0.239, 0.326, 0.425, 0.500, 0.612, 0.705$  七种组合高度进行计算。四个流程中各扁管相对质量流量如图 12a~12d 所示。

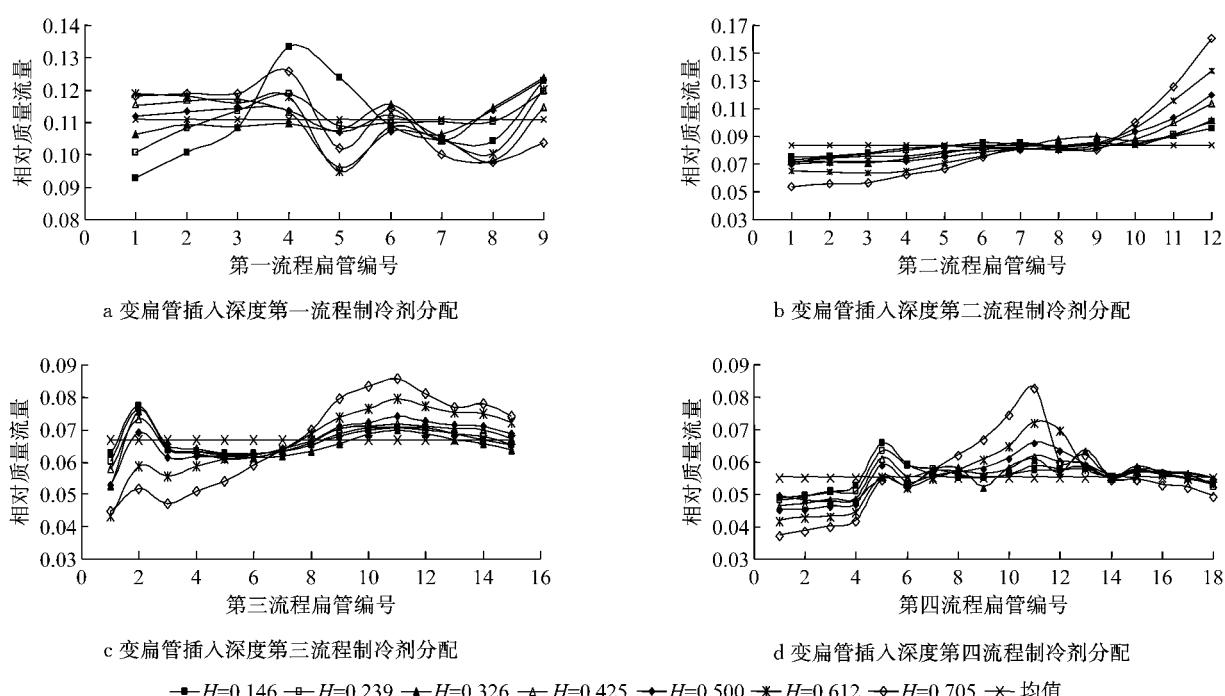


图 12 变扁管插入深度 4 个流程制冷剂分配

Fig. 12 Refrigerant distribution of four passages on different insertion depth

由图 12a 所示，在第一流程中，随着扁管插入集管深度的增加，前几根扁管制冷剂流量有增大的趋势，而后两根扁管中流量变化趋势正好相反。分析原因，当扁管插入集管深度较小时，流体遇到的阻挡较少，阻力较小。当插入深度为集管高度的一半即  $H$

$= 0.5$  时，制冷剂流量分配均匀性最好。由图 12b 所示，在扁管插入集管的深度低于集管高度的一半时，即  $H < 0.5$  时，前十根扁管的流量分配大小很接近，但第 11 和 12 根扁管流量差距较大，随着插入深度的增加，第 11 和 12 根扁管流量有增大的趋势。因为

当扁管插入集管深度增加后,流体流入正对流通孔的扁管时受到的阻挡更多,阻力增加,相对于插入深度小时流量会有所减少,那么就有更多的流体汇集到过了流通孔的扁管(第10,11,12根扁管)处,造成后面三根扁管的流量逐渐累积增加。由图12c所示,第三流程中,1~7流量随着插入深度的增加有逐渐减小的趋势,而第8~12根扁管的变化趋势恰好相反。其中5,6,7三根管的流量大小非常接近。当H=0.5时,制冷剂流量分配均匀性最好。由图12d所示,第四流程中第1~6号扁管的变化趋势与第三流程比较接近,都是随着扁管插入深度的增加,流量有逐渐减小的趋势。第7~12根扁管的变化趋势相反。第13~18号扁管的相对流量大小很接近。随着扁管插入集管深度的增加,集管内涡流的扰动作用增大,使得管内的流动状况变得更加复杂,流量分配规律更加的不稳定。

图13为进口管相对集管位置 $P'_{in} = P_{in}/P_1 = 0.431$ ,出口管相对集管位置 $P'_{out} = P_{out}/P_4 = 0.647$ ,进口制冷剂质量流量不变时的扁管插入集管相对高度H值对各流程流量分配性能的影响。扁管插入集管深度H值对整体流量分配的影响虽然很大,最大 $S_2$ 值达到了1.1404。但相对于进出口管位置变化时对整体流量分配的影响没那么有规律,结构设计不合理时某些管流量会出现剧烈的变化来说,H值变化遵循原结构的流量分配规律,这由图

12a~12d也可以看出。由不均匀度的均方根 $S$ 值可以看出,当 $H=0.239$ 时 $S$ 值最小,可以认为整体蒸发器的流量分配均匀性最好。

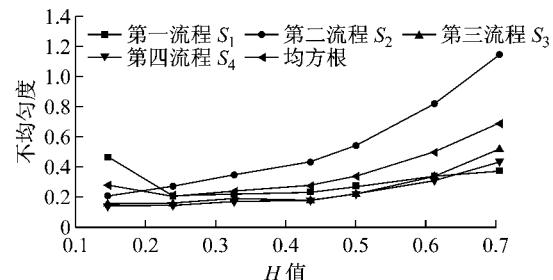


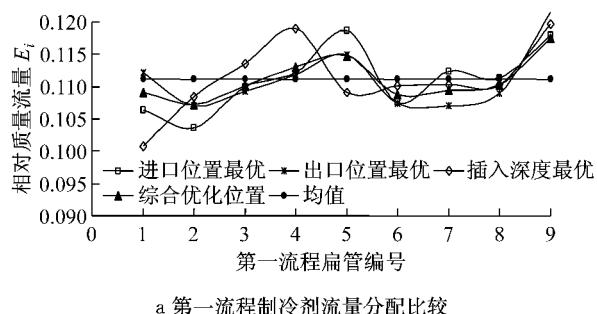
图13 变扁管插入深度不均匀度S

Fig.13 Unevenness S of different insertion depth

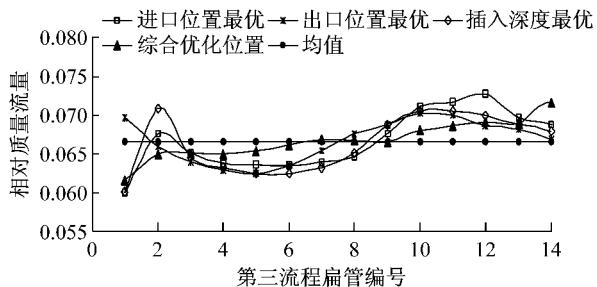
### 3 结构优化分析

综合第2节的计算结果,本文对蒸发器结构进行改进。综合进口管最优位置、出口管最优位置、扁管插入深度最优位置,取各量纲一参数 $P'_{in} = 0.591$ , $P'_{out} = 0.402$ , $H = 0.239$ ,建立模型如图5—6所示。

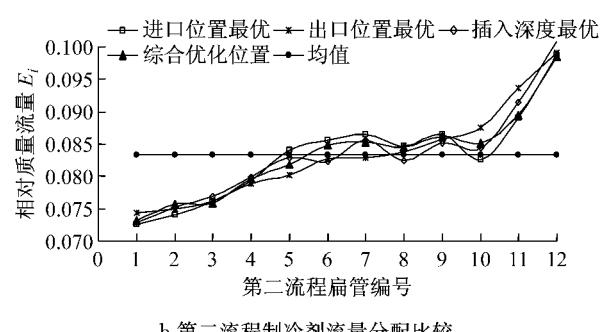
改进后的模型与进口管最优位置,出口管最优位置、扁管插入深度最优位置4个流程中各扁管中相对质量流量比较,如图14所示。



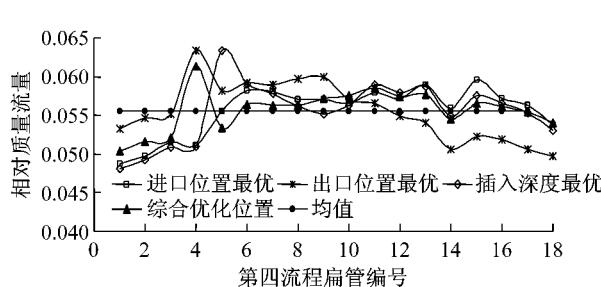
a 第一流程制冷剂流量分配比较



c 第三流程制冷剂流量分配比较



b 第二流程制冷剂流量分配比较



d 第四流程制冷剂流量分配比较

Fig.14 Refrigerant flow distribution of different optimization methods

由图14a~14d可以看出,单独改变一种结构参数时,第一流程均匀性最好的是出口管位置最优结构,而第四流程均匀性最好的是进口管位置最优结构。通过①进口管位置对流量分配均匀性的影响以及②出口管位置对质量制冷剂分配均匀性的影响分析可知,进口管位置对第一流程流量分配影响很大,而出口管位置对第四流程流量分配影响很大,影响大导致流量分配更不容易均匀,因此才出现图14中的结果。

由图15可知,综合进出口管及扁管插入深度优化方式,使得制冷剂质量流量的分配均匀度明显提高,不均匀度S的均方根值比初始结构减小20%。

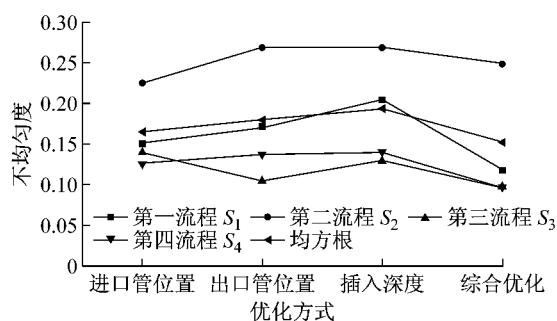


图15 各优化方式下不均匀度S

Fig.15 Non-uniform degree S of every optimization method

## 4 总结

本文运用CFD软件对平行流微小通道蒸发器的流量分配特性进行了计算研究。主要讨论了入口管、出口管位置,扁管插入深度这三种结构因素对流量分配的影响。为了使研究结论能够适用于不同尺寸的蒸发器结构,本文引入量纲一结构参数(入口管相对集管相对位置参数 $P'_{in}$ 、出口管相对集管位置参数 $P'_{out}$ 、扁管插入集管深度相对集管总高度参数 $H$ ),量纲一的相对质量流量 $E_i$ 以及标准方差计算出的非均匀度S来对流量分配的离散程度进行评

价。计算结果表明单独考虑三种结构因素中的一种时,进口管均匀性最好的相对位置在 $P'_{in}=0.591$ 时,出口管均匀性最好的相对位置在 $P'_{out}=0.402$ 时,扁管插入深度均匀性最好的相对值在 $H=0.239$ 时。综合考虑这三种结构参数的影响,本文得到一种优化结构,使得流量分配的均匀性大大提高,不均匀度S比初始结构减小20%。

## 参考文献:

- [1] Kulkarni T, Bullard C W. Design tradeoffs in microchannel heat exchangers[J]. University of Illinois at Urbana-Champaign, 2003, 61801(217):333.
- [2] Choi J M, Payne V, Domanski P A. Effects of non-uniform refrigerant and air flow distribution on finned-tube evaporator performance [C]//International Congress of Refrigeration. Washington D C:[s. n.], 2003:1-8.
- [3] Jain S, Bullard C W. Optimization of heat exchanger design parameters for hydrocarbon refrigerant systems[J]. University of Illinois at Urbana-Champaign, 2004, 61801(217):333.
- [4] Hwang Y, Jin D H, Radermacher R. Refrigerant distribution in micro-channel evaporators [C]//The 22nd International Congress of Refrigeration. Beijing: China Refrigeration Institute, 2007:1-7.
- [5] Vist S, Pettersen J. Two-Phase flow distribution in compact heat exchanger manifolds[J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2004, 28(7):209.
- [6] Vist S. Two-phase refrigerant distribution in round tube manifolds[J]. Ashrae Transactions, 2004, 110(1):307.
- [7] Kim N H, Kim D Y. Two-phase refrigerant distribution in a parallel-flow heat exchanger [J]. Journal of Enhanced Heat Transfer, 2010, 17(1):59.
- [8] 江帆,黄鹏. FLUENT高级应用与实例分析[M].北京:清华大学出版社, 2008.
- [9] JIANG Fan, HUANG Peng. Advanced application and instance analysis of FLUENT[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008.
- [10] 盛骤. 概率论与数理统计[M].北京:高等教育出版社, 2001.
- [11] SHANG Zhou. Probability and statistics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2001.