

局域定位系统拟应用于工程测量系统自定位法

熊春宝¹, 白洪志¹, 李 郎¹, 郝继贵²

(1. 天津大学 建筑工程学院, 天津 300072; 2. 天津大学 精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072)

摘要: 提出了一种系统自定位方法. 该方法采用控制点坐标进行约束, 按照非线性最小二乘的 Levenberg-Marquardt 算法求解系统自定位参数. 以双发射站为例, 给出了新的系统自定位参数的解算模型. 通过试验证明此方法是可行的, 解算模型是正确有效的, 其系统自定位精度完全能够满足工程测量的要求.

关键词: 局域定位系统; 工程测量; 系统自定位; 控制点约束; Levenberg-Marquardt 算法

中图分类号: P221

文献标志码: A

Self-location Method of Regional Positioning System in Engineering Survey Application

XIONG Chunbao¹, BAI Hongzhi¹, LI Lang¹, ZHU Jigui²

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: In this paper, a self-location method is proposed. Constrained by the coordinates of control points, the parameters of self-location are solved by Levenberg-Marquardt algorithm which is a nonlinear least square method. Taking the example of double transmitters, the solution model of the self-location method is introduced in detail. By the experiment, it is verified that the self-location method is feasible, the solution model is effective and the accuracy of self-location can meet the requirements of engineering survey.

Key words: regional positioning system; engineering survey; self-location of system; constraint of control points; Levenberg-Marquardt algorithm

传统意义上工业测量的尺度范围大多分布在几米到十几米的量级, 其精度要求为微米到亚毫米量级, 而测绘学科涉及的工程测量的测区范围一般分

布在几十米到几公里的量级, 其测量精度的要求一般在毫米或厘米级别. 过去由于这 2 种测量在精度和量程范围上有显著区别, 因此测量实施环境和条件明显不同. 近年来, 一方面随着大型装备制造业的进步, 使得工业测量学科研究对象的空间范围被大大扩展, 应用场合也从一般检验室、普通车间等可控环境过渡到难以控制的大型空间(如飞机总装), 甚至露天环境(如大型船舶制造); 另一方面, 工程测量学科也在向高精度、实时、动态、自动化的方向发展. 上述这 2 种测量在量程空间和精度方面日趋接近, 在测量方法上不断相互学习借鉴, 从学科发展的角度看, 工程测量和工业测量不断交叉、不断融合已是大势所趋^[1-3].

局域定位系统(RPS)是一种基于光电扫面的三维空间实时动态工业测量系统, 也被称之为室内 GPS (iGPS)^[4-6], 或工作空间测量定位系统(wMPS)^[7-10]. 该系统基于类似于 GPS 的后方交会原理, 是地面多个激光发射站的角度交会, 被测点上的接收器负责坐标解算, 因此可以同时多目标并行测量^[11]. 针对该系统, 国内外学者已经做了许多研究. 目前, 由尼康公司生产的 iGPS 系统, 其室内空间的测量精度可以达到 0.2 mm^[4]. 刘志刚等^[12]发明的基于双旋转激光平面发射机网络的空间定位方法, 在测量时无需对目标进行瞄准, 就能提高测量速度和测量效率. 天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室的郝继贵等研究开发的 wMPS, 实现了高精度多目标实时动态并行测量定位, 已研制出第三代样机^[13-17].

局域定位系统在正式测量之前需要对系统的各发射站的结构参数(简称内参)和全局坐标系进行标定, 内参标定一般在发射站制造出厂时完成. 全局坐标系的标定亦称为系统自定位, 每次测量在现场完成. 现有的系统自定位方法是基于 2 m 钢钢基准尺

收稿日期: 2016-11-06

基金项目: 国家重大科学仪器设备开发专项(2013YQ35074702)

第一作者: 熊春宝(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为工程变形观测、结构健康监测等.

E-mail: luhai_tj@126.com

约束,这种 2 m 基准尺长度的约束强度对于几米至十几米的工业测量是可行的^[18-19],但对于几十米到几公里的工程测量,其几何约束强度明显不够,系统自定位精度不高,不适用于工程测量。

本文将局域定位系统引入测绘学科的工程测量领域,提出了一种系统自定位方法.借助全站仪测设控制点,通过若干控制点的坐标约束进行系统自定位,采用非线性最小二乘法中的 Levenberg-Marquardt 算法解算系统自定位参数,并以双发射站为例,通过现场试验验证了该方法的可行性。

1 系统测量的基本原理

1.1 系统的构造与工作原理

该系统由发射站、接收器、计算机等构成.发射站由上部的转动头和下部的基座组成(见图 1),转动头上安装 2 个激光器,两者在水平旋转方向上间隔 90°,激光器能发射扇面状的激光,两激光扇面与水平面成 60°夹角,基座上安装有一个脉冲激光器.系统工作时,转动头绕固定轴逆时针匀速旋转,两激光器在空间四周进行连续激光扫描,每当转动头转到一个预定的起始位置时,基座上的脉冲激光器向空间四周发出脉冲光作为单周旋转起点的计时同步信号。

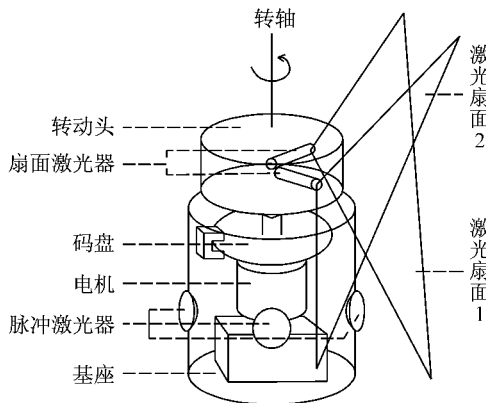


图 1 发射站构造示意图

Fig.1 Structure diagram of transmitter

将接收器安置在被测点上,接收来自发射站的激光信号.在接收器及其处理电路中,计算出 2 个激光扇面从起始位置分别旋转到接收器的时间间隔 t_1 和 t_2 ,以及转动头的转速 ω ,从而可以计算得到接收器相对于该发射站的水平角和竖直角.通过同时计算接收器与 2 个(或 2 个以上)位置已知的发射站的水平角和竖直角,即可解算出接收器所在的被测点的三维坐标。

1.2 角度测量模型

首先建立发射站坐标系.如图 2 所示,将发射站结构抽象化,发射站的旋转轴与第一激光面的交点为坐标原点 o ,旋转轴为 z 轴,起始时刻(即转动头转至起始位置,基座上的脉冲激光器发出脉冲光的时刻)第一激光器的光轴所在位置为 x 轴,以右手法则确定 y 轴。

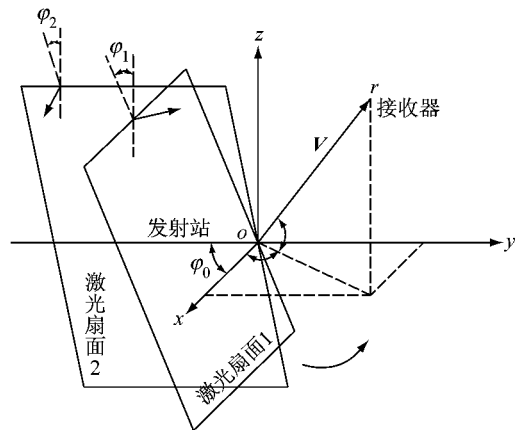


图 2 系统角度测量模型

Fig.2 System model of angles measured

当转动头转至起始位置时,接收器接收到脉冲光信号并记录时刻 t_0 ;当转动头转过角度 θ_1 时,接收器接收到第一激光面的光信号并记录时刻 t_1 ;当转动头转过角度 θ_2 时,接收器接收到第二激光面的光信号并记录时刻 t_2 ;当转动头转过一周再次到达起始位置时,接收器接收到脉冲光信号并记录时刻 t'_0 .此时可得

$$\theta_1 = \omega(t_1 - t_0) = \frac{2\pi(t_1 - t_0)}{(t'_0 - t_0)} \quad (1)$$

$$\theta_2 = \omega(t_2 - t_0) = \frac{2\pi(t_2 - t_0)}{(t'_0 - t_0)} \quad (2)$$

接收器在被测点 p 的水平角 α (激光扇面 1 从 x 轴逆时针转到 op 在坐标面 xoy 内投影的夹角)和竖直角 β (op 与其在坐标面 xoy 内投影的夹角)分别为^[20]

$$\alpha = \arctan \frac{\sin \theta_1 \tan \varphi_2 - \sin(\theta_2 - \varphi_0) \tan \varphi_1}{\cos \theta_1 \tan \varphi_2 - \cos(\theta_2 - \varphi_0) \tan \varphi_1} \quad (3)$$

$$\beta = \arctan \frac{\sin(\theta_1 - \alpha)}{\tan \varphi_1} \quad (4)$$

式(3)和式(4)中: φ_0 为在旋转方向上两激光扇面之间的偏离角度; φ_1 和 φ_2 分别为两激光扇面与 z 轴的倾斜角. φ_0, φ_1 和 φ_2 均为发射站的结构参数(简称内参),发射站在制造出厂时已经标定给出。

1.3 坐标测量模型

下面以双发射站为例说明系统的坐标测量

原理。

首先建立系统的全局坐标系,以 1 号发射站的坐标原点为全局坐标系的原点 O ,以 1 号发射站的 z 轴为全局坐标系的 Z 轴,设 2 号发射站的坐标原点在 1 号发射站 xoy 平面上的投影点为 O' ,则 OO' 为全局坐标系的 X 轴,以右手法则确定 Y 轴。这里需要特别说明的是,本文在后续第 2 节中全局坐标系的建立方法与此不同,但其坐标解算的原理都是类似的。

在系统正式进行坐标测量之前,系统自定位已经完成,即已解算出从各发射站坐标系变换到全局坐标系的旋转矩阵 \mathbf{R}'_i 和平移矩阵 \mathbf{T}'_i ($i=1,2$)。

设两发射站通过扫描测得接收器的水平角和竖直角分别为 α_i, β_i ($i=1,2$),则在全局坐标系中两发射站指向接收器的方向向量^[20]

$$\mathbf{V}_i = \begin{bmatrix} v_{i1} \\ v_{i2} \\ v_{i3} \end{bmatrix} = \mathbf{R}'_i \begin{bmatrix} \cos \alpha_i \cos \beta_i \\ \sin \alpha_i \cos \beta_i \\ \sin \beta_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

在全局坐标系中,已知两发射站坐标系原点的坐标(即为系统自定位后所得的平移矩阵 \mathbf{T}'_i 的元素)分别为 (X_i, Y_i, Z_i) ($i=1,2$),设所需解算的接收器的坐标为 (X, Y, Z) ,此时有如下共线约束关系:

$$\begin{cases} \frac{X-X_1}{v_{11}} = \frac{Y-Y_1}{v_{12}} = \frac{Z-Z_1}{v_{13}} \\ \frac{X-X_2}{v_{21}} = \frac{Y-Y_2}{v_{22}} = \frac{Z-Z_2}{v_{23}} \end{cases} \quad (6)$$

从式(6)可得如下方程组:

$$\begin{cases} v_{12}X - v_{11}Y = v_{12}X_1 - v_{11}Y_1 \\ v_{13}Y - v_{12}Z = v_{13}Y_1 - v_{12}Z_1 \\ v_{22}X - v_{21}Y = v_{22}X_2 - v_{21}Y_2 \\ v_{23}Y - v_{22}Z = v_{23}Y_2 - v_{22}Z_2 \end{cases} \quad (7)$$

在式(7)中,方向向量元素 v_{ij} ($i=1,2, j=1,2,3$)和两发射站坐标系原点在全局坐标系中的坐标 (X_i, Y_i, Z_i) 均为已知量,而接收器的坐标 (X, Y, Z) 为未知量,显然式(7)为超定方程组,因此可以解得其最小二乘解。

2 系统自定位

上述已提到,在系统正式测量之前,必须首先进行系统自定位,即建立全局坐标系,并解算出从各发射站坐标系变换到全局坐标系的旋转矩阵 \mathbf{R}' 和平移矩阵 \mathbf{T}' 。

这里需要说明的是,在系统自定位之前,各发射站的结构参数(简称内参)也需要进行标定,只不过

是在各发射站制造出厂时已经进行标定^[20],且一经标定,每次现场测量就不再变化,即不需再标定。发射站的内参包括:在水平旋转方向上两激光扇面之间的偏离角 ϕ_0 ,两激光扇面分别与旋转轴的倾斜角 ϕ_1 和 ϕ_2 ,两激光器在 z 轴方向上的高度差 Δd 。发射站在设计制造时,考虑到两激光扇面在水平旋转方向上的夹角不能太小,否则两激光扇面在发射站附近就存在相交的情况,会影响正常的测量,同时考虑到转台配重问题,要求转台的结构具有对称性,因此选择 $\phi_0 = 90^\circ$ ^[21]。考虑到发射站既能测出接收器的水平角,又能测出其竖直角,因此两激光扇面与 z 轴必须存在倾斜角,且倾斜角不能相等,同时为了采用对称方式减小交会误差和限制倾斜角过大减小测量盲区,故选择 $\phi_1 = 30^\circ, \phi_2 = -30^\circ$ 。另外,系统的理想模型是两激光扇面与旋转轴都交于同一点(即发射站的坐标原点),尽量使得两激光器的高度差 Δd 接近于零。发射站内参标定结果的表达方式为两激光扇面在起始时刻的平面方程,表示如下: $a_{i0}x + b_{i0}y + c_{i0}z + d_{i0} = 0$ ($i=1,2$),其中 a, b, c, d 为平面基本参数, (x, y, z) 为该平面内的任一点。

2.1 系统自定位方法

对于工业测量场,由于其测量空间范围较小,系统自定位一般采用标准尺法^[18-19],但对于范围较大(百米以上)的工程测量场,由于长度为 2 m 的标准尺几何约束强度明显太弱,其系统自定位不再适合采用标准尺法,因此本文提出一种新的方法,即控制点坐标约束法。

设在起始时刻激光扇面的方程为

$$a_0x + b_0y + c_0z + d_0 = 0 \quad (8)$$

绕 z 轴逆时针旋转 θ 角至接收器,则激光扇面的方程变为

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (9)$$

其中,

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \\ d_0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

对于空间内任意一点,假设其在全局坐标系 $O-XYZ$ 中的坐标为 (X, Y, Z) ,在发射站坐标系 $o-xyz$ 中的坐标为 (x, y, z) ,从全局坐标系变换到发射站坐标系的旋转矩阵和平移矩阵分别为 \mathbf{R} 和 \mathbf{T} ,则

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式(9)也可写为

$$[a \ b \ c] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + d = 0 \quad (14)$$

将式(11)代入式(14),则激光扇面的方程为

$$[a \ b \ c] \begin{bmatrix} r_1 X + r_2 Y + r_3 Z + t_1 \\ r_4 X + r_5 Y + r_6 Z + t_2 \\ r_7 X + r_8 Y + r_9 Z + t_3 \end{bmatrix} + d = 0 \quad (15)$$

本文采用控制点坐标约束法进行系统自定位。首先在测量现场设置一系列控制点,对这些控制点采用本系统的双发射站扫描测量,获取式(10)中的 θ 角,并求得 a, b, c, d 。同时,也采用全站仪对这些控制点进行测量,获取式(15)中的 X, Y, Z ,并以全站仪的测站坐标系作为全局坐标系。一方面,对于每一个控制点的全站仪坐标 (X, Y, Z) ,均能列出 4 个形如式(15)的平面方程(双发射站,每站两激光扇面),则 N 个控制点就能列出 $4N$ 个形如式(15)的平面方程;另一方面,对于每个发射站,式(15)中共有 $9+3=12$ 个未知参数(9 个旋转参数: r_1, \dots, r_9 ; 3 个平移参数: t_1, t_2, t_3),本系统采用双发射站,则未知参数总计为 24 个。当 $4N \geq 24$ 时,即控制点个数 $N \geq 6$ 时,可解得 24 个未知参数的最小二乘解。

上述这 24 个未知参数所对应的是从全局坐标系变换到双发射站坐标系的 2 个旋转矩阵 \mathbf{R} 和 2 个平移矩阵 \mathbf{T} ,而系统自定位的结果是要解算出从各发射站坐标系变换到全局坐标系的旋转矩阵 \mathbf{R}' 和平移矩阵 \mathbf{T}' ,即

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}' \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \mathbf{T}' \quad (16)$$

为此,将式(11)写成

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{R} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \mathbf{T} \quad (17)$$

将式(17)进行变形,得

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - \mathbf{R}^{-1} \mathbf{T} \quad (18)$$

将式(18)与式(16)进行对比,可知

$$\mathbf{R}' = \mathbf{R}^{-1} \quad (19)$$

$$\mathbf{T}' = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{T} \quad (20)$$

2.2 自定位参数解算

设控制点到激光扇面的距离为 e ,则

$$e = \frac{ax + by + cz + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (21)$$

发射站内参标定所得的两激光扇面的法向量是单位向量,绕 z 轴逆时针旋转,法向量的长度不变,即仍然是单位向量 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 1$,则根据式(21)和(15)可得

$$e = [a \ b \ c] \begin{bmatrix} r_1 X + r_2 Y + r_3 Z + t_1 \\ r_4 X + r_5 Y + r_6 Z + t_2 \\ r_7 X + r_8 Y + r_9 Z + t_3 \end{bmatrix} + d = 0 \quad (22)$$

本系统采用双发射站,如果分别解算每个发射站的 12 个未知参数(9 个旋转参数: r_1, \dots, r_9 ; 3 个平移参数: t_1, t_2, t_3),则将式(22)展开得

$$e_k = a_i r_1 X_k + a_i r_2 Y_k + a_i r_3 Z_k + a_i t_1 + b_i r_4 X_k + b_i r_5 Y_k + b_i r_6 Z_k + b_i t_2 + c_i r_7 X_k + c_i r_8 Y_k + c_i r_9 Z_k + c_i t_3 + d_i = 0 \quad (23)$$

式中: $i=1, 2$ 为单发射站的 2 个激光扇面编号; $k=1, 2, \dots, N$ 为全站仪测得的控制点编号。因此,对于每一个发射站,可以列出 $2N$ 个形如式(23)的方程。

式(12)中 \mathbf{R} 是旋转矩阵,旋转矩阵亦是正交矩阵,由于正交矩阵的各行(或各列)是单位向量且两两正交,因此式(12)中的各元素(亦即式(23)中的 r_1, r_2, \dots, r_9)满足下列约束条件:

$$\begin{cases} f_1 = r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 - 1 = 0 \\ f_2 = r_4^2 + r_5^2 + r_6^2 - 1 = 0 \\ f_3 = r_7^2 + r_8^2 + r_9^2 - 1 = 0 \\ f_4 = r_1 r_4 + r_2 r_5 + r_3 r_6 = 0 \\ f_5 = r_1 r_7 + r_2 r_8 + r_3 r_9 = 0 \\ f_6 = r_4 r_7 + r_5 r_8 + r_6 r_9 = 0 \end{cases} \quad (24)$$

至此,本文选择非线性最小二乘的 Levenberg-Marquardt 算法解算 $2N$ 个形如式(23)的方程,则可以建立如下带有约束的目标函数^[22-23]:

$$F = \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^N e_k^2 + \mu \sum_{j=1}^6 f_j^2 = \min \quad (25)$$

式中: μ 是惩罚因子,计算过程中赋值 10^7 。令

$$\mathbf{W}_9 = (r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, t_1, t_2, t_3)^T$$

$$\mathbf{W}_3 = (r_7, r_8, r_9)^T$$

则式(23)可以用矩阵表示为

$$\mathbf{B}\mathbf{W}_9 + \mathbf{C}\mathbf{W}_3 + \mathbf{D} = \mathbf{0} \quad (26)$$

式中: \mathbf{B} 是 $2N \times 9$ 的矩阵; \mathbf{C} 是 $2N \times 3$ 的矩阵; \mathbf{D} 是 $2N \times 1$ 的矩阵. \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 和 \mathbf{D} 如下所示:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_1 X_1 & a_1 Y_1 & a_1 Z_1 & b_1 X_1 & b_1 Y_1 & b_1 Z_1 & a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 X_1 & a_2 Y_1 & a_2 Z_1 & b_2 X_1 & b_2 Y_1 & b_2 Z_1 & a_2 & b_2 & c_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_1 X_N & a_1 Y_N & a_1 Z_N & b_1 X_N & b_1 Y_N & b_1 Z_N & a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 X_N & a_2 Y_N & a_2 Z_N & b_2 X_N & b_2 Y_N & b_2 Z_N & a_2 & b_2 & c_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 X_1 & c_1 Y_1 & c_1 Z_1 \\ c_2 X_1 & c_2 Y_1 & c_2 Z_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ c_1 X_N & c_1 Y_N & c_1 Z_N \\ c_2 X_N & c_2 Y_N & c_2 Z_N \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D} = (d_1, d_2, \dots, d_1, d_2)^T$$

采用 Levenberg-Marquardt 算法,首先要选定迭代初值.发射站在设计制造时,尽量使得两激光器的高度差 Δd 接近于零,即两激光扇面与旋转轴都近似交于同一点(发射站的坐标原点),因此可以将 \mathbf{D} 的迭代初值选为 0,则式(26)简化为

$$\mathbf{B}\mathbf{W}_9 + \mathbf{C}\mathbf{W}_3 = 0 \tag{27}$$

从式(24)中的第 3 式得知, r_7, r_8, r_9 满足约束条件 $f_3 = r_7^2 + r_8^2 + r_9^2 - 1 = 0$,即

$$\mathbf{W}_3^T \mathbf{W}_3 - 1 = 0 \tag{28}$$

因此,目标函数(式(25))的迭代初值可选为

$$F_0 = (\mathbf{B}\mathbf{W}_9 + \mathbf{C}\mathbf{W}_3)^T (\mathbf{B}\mathbf{W}_9 + \mathbf{C}\mathbf{W}_3) + \lambda (\mathbf{W}_3^T \mathbf{W}_3 - 1) \tag{29}$$

式中: λ 为 Lagrange 乘子.

对式(29)展开,并分别对 \mathbf{W}_9 和 \mathbf{W}_3 求偏导数,

且令 $\frac{\partial F_0}{\partial \mathbf{W}_9} = 0, \frac{\partial F_0}{\partial \mathbf{W}_3} = 0$,解之,得

$$(\mathbf{G} - \lambda \mathbf{I})\mathbf{W}_3 = 0 \tag{30}$$

$$\mathbf{W}_9 = -(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{C}\mathbf{W}_3 \tag{31}$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{C}^T (\mathbf{I} - \mathbf{B}(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T) \mathbf{C} \tag{32}$$

由式(32)可知, \mathbf{G} 是一个正定矩阵;由式(30)可

知, λ 即为矩阵 \mathbf{G} 的最小特征值;由式(28)和(30)可知, \mathbf{W}_3 即为矩阵 \mathbf{G} 的最小特征值 λ 所对应的一个单位特征向量;由式(31)可以解得 \mathbf{W}_9 .

系统自定位参数借助于 Matlab 进行解算.具体解算时,将两发射站的起始位置激光平面参数(a_0, b_0, c_0, d_0)、全站仪所测的各接收器坐标(X_k, Y_k, Z_k) ($k=1, \dots, N$)以及两发射站的激光平面分别扫过各接收器时的旋转角 θ 都载入到 Matlab 的程序中,可以依次求得 $\mathbf{G}, \lambda, \mathbf{W}_3$ 和 \mathbf{W}_9 . 其中, \mathbf{W}_3 和 \mathbf{W}_9 即为式(25)的迭代初值.将该初值代入 Matlab 的优化工具箱,选择合适的优化函数 (lsqnonlin) 和优化方法 (Levenberg-Marquardt) 进行迭代计算,最终即可得到 \mathbf{W}_3 和 \mathbf{W}_9 的最优解. \mathbf{W}_3 和 \mathbf{W}_9 的元素即为式(12)和式(13)中 \mathbf{R} 和 \mathbf{T} 的元素,进而再根据式(19)和式(20)求得从各自的发射站坐标系变换到全局坐标系的旋转矩阵 \mathbf{R}' 和平移矩阵 \mathbf{T}' .

3 试验验证

3.1 试验方案

在室外一个约 20 m \times 20 m 的空场地上布置 2 台相距约 7 m 的发射站,两发射站之间安置 1 台 Leica TC1201+ 全站仪(测角精度为 $\pm 1''$,测距精度为 $\pm (1 \text{ mm} + 1.5 \times 10^{-6} D)$,其中 D 为实测距离).用于本次试验的两发射站的结构参数(内参)如表 1 所示.

表 1 双发射站起始位置激光平面参数

Tab. 1 Original parameters of laser planes

发射站	平面 1				平面 2			
	a_0	b_0	c_0	d_0	a'_0	b'_0	c'_0	d'_0
1	0	-0.771 324 12	0.636 442 54	0	0.641 169 26	-0.008 183 65	-0.767 355 85	0.587 472 15
2	0	-0.723 605 29	0.690 214 01	0	-0.679 902 75	-0.001 651 33	0.733 300 43	-0.844 835 40

采用 1 个接收器,在空场地上随机选择 20 个位置作为被测点,发射站扫描测量接收器(扫描 200 次取平均值),随即将全站仪反射片的十字中心与接收器的中心对齐,采用全站仪测量出接收器的三维坐标.由于反射片的十字中心与接收器的扫描中心之间有 4 mm 的保护层,因此测量时将全站仪的反射镜常数在默认基础上增加 4 mm 即可.

从这 20 个被测点中均匀选取一定数量的被测点作为控制点,分别用 6 个点、8 个点、10 个点、12 个点进行系统自定位,其余被测点作为验证点.在完成系统自定位的参数解算之后,进而解算这些验证点从发射站坐标系变换到全局坐标系的坐标,并与其全站仪所测坐标值进行比较,从而验证系统自定位方法的可行性及其精度.

3.2 数据处理结果及分析

首先以 6 个被测点作为控制点进行系统自定位,解算出 2 个发射站从各自发射站坐标系变换到全局坐标系的旋转矩阵和平移矩阵分别为

$$\mathbf{R}'_1 = \begin{bmatrix} 0.994\ 65 & -0.102\ 98 & -0.007\ 07 \\ 0.103\ 00 & 0.994\ 67 & 0.003\ 77 \\ 0.006\ 65 & -0.004\ 48 & 0.999\ 96 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}'_1 = [4\ 128.47\ 3.46\ -153.78]$$

$$\mathbf{R}'_2 = \begin{bmatrix} -0.996\ 65 & 0.081\ 40 & -0.007\ 21 \\ -0.081\ 57 & -0.996\ 31 & 0.026\ 61 \\ -0.005\ 02 & 0.027\ 11 & 0.999\ 61 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}'_2 = [-2\ 033.26\ 3\ 889.10\ -261.04]$$

对于其余 14 个控制点的每一个点,都可联立 4 个形如式(15)的方程,求解方程组即可得到每个点在全局坐标系中的坐标(X, Y, Z),并与全站仪所测的全局坐标进行比较,其比较结果列于表 2. 在表 2 中, ΔX 、 ΔY 、 ΔZ 表示各点两套全局坐标的差值, ΔL 表示点位差值, $\Delta L = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}$, 表中的平均值是各差值绝对值的平均. 从表 2 可以看出,利用 6 个控制点进行系统自定位, Y 轴方向的误差普遍稍大一些,各点位差值均不大于 1.78 mm.

表 2 验证点的坐标差值

Tab.2 Coordinates differences of points verified

mm

点号	测量方式	X	Y	Z	ΔX	ΔY	ΔZ	ΔL
1	局域定位系统 全站仪	-1 941.42	-10 636.86	-765.14	-0.68	1.46	-0.56	1.70
		-1 942.10	-10 635.40	-765.70				
2	局域定位系统 全站仪	-8 894.17	-12 558.85	262.60	-0.03	1.45	-0.40	1.50
		-8 894.20	-12 557.40	262.20				
3	局域定位系统 全站仪	-8 902.86	-12 517.04	-737.10	0.06	1.24	-1.10	1.65
		-8 902.80	-12 515.80	-738.20				
4	局域定位系统 全站仪	-10 950.43	-3 935.03	214.51	-0.87	0.23	1.09	1.41
		-10 951.30	-3 934.80	215.60				
5	局域定位系统 全站仪	-10 928.93	-3 888.20	-784.60	-0.17	0.70	0.30	0.78
		-10 929.10	-3 887.50	-784.30				
6	局域定位系统 全站仪	-7 284.56	-3 505.31	-599.45	-0.74	0.51	1.15	1.46
		-7 285.30	-3 504.80	-598.30				
7	局域定位系统 全站仪	-4 954.27	-4 771.80	417.82	-0.33	-1.20	1.28	1.78
		-4 954.60	-4 773.00	419.10				
8	局域定位系统 全站仪	-4 983.39	-4 708.56	-580.89	-1.31	-0.34	0.79	1.57
		-4 984.70	-4 708.90	-580.10				
9	局域定位系统 全站仪	643.00	-5 936.50	419.93	0.90	-1.10	0.67	1.57
		643.90	-5 937.60	420.60				
10	局域定位系统 全站仪	596.42	-5 899.02	-579.32	1.08	-0.38	0.62	1.30
		597.50	-5 899.40	-578.70				
11	局域定位系统 全站仪	4 693.34	4 009.02	-478.73	0.66	-1.22	-0.67	1.54
		4 694.00	4 007.80	-479.40				
12	局域定位系统 全站仪	-1 427.89	-1 990.27	209.99	-1.11	-1.13	0.61	1.70
		-1 429.00	-1 991.40	210.60				
13	局域定位系统 全站仪	-1 416.40	-1 937.95	-790.57	-0.70	-1.55	-0.33	1.73
		-1 417.10	-1 939.50	-790.90				
14	局域定位系统 全站仪	-3 291.51	-607.24	204.30	-1.09	0.84	1.00	1.70
		-3 292.60	-606.40	205.30				
平均值					0.69	0.95	0.75	1.53

借助同样的方法,采用 8 个点、10 个点、12 个点分别作为控制点进行系统自定位,然后用其余的 12 个点、10 个点、8 个点分别验证系统自定位的精度,并将各验证点的坐标差值的绝对值取平均,得 $\Delta \bar{X}$ 、 $\Delta \bar{Y}$ 、 $\Delta \bar{Z}$ 、 $\Delta \bar{L}$,其结果如表 3 所示. 从表 3 可以看出,随着控制点数目的增加,系统自定位的精度几乎没有变化.

从参考文献[19]得知,局域定位系统采用标准

尺约束自定位方法的误差为 0.25 mm. 本试验中自定位方法所用全站仪为 Leica TC1201⁺ 型全站仪,其标称的测角精度为 $\pm 1''$,测距精度为 $\pm (1\text{ mm} + 1.5 \times 10^{-6} D)$,由于全站仪与测点的距离很短(20 m \times 20 m 范围内),可以大致估算,全站仪测角误差($\pm 1''$)引起的控制点和验证点的坐标误差或点位误差的最大值约为

$$\pm 1'' \times 20\text{ m} \times (\pi/180^\circ) = \pm 0.1\text{ mm}$$

基本可以忽略不计,因此表 2 和表 3 中验证点的坐标误差或点位误差可以认为主要是由全站仪的测距误差所引起的。目前系统主要用于室内工业测量,其激光射程较短,本文所做的试验是在几十米的室外小范围内进行。结果表明:一方面,本文提出的系统自定位方法是可行的,其自定位参数解算模型是正确有效的;另一方面,本文提出的系统自定位方法的精度与控制点的空间分布及数量等因素的影响关系有待于系统更换射程较大的激光源后进一步探讨。

表 3 不同数量控制点的验证结果

Tab.3 Verification results for different numbers of

控制点数量	control points				mm
	$\Delta\bar{X}$	$\Delta\bar{Y}$	$\Delta\bar{Z}$	$\Delta\bar{L}$	
6	0.69	0.95	0.75	1.53	
8	0.74	0.88	0.57	1.43	
10	0.36	0.75	0.66	1.42	
12	0.59	0.74	0.73	1.42	

4 结论

(1) 将局域定位系统从工业测量领域引入测绘学科的工程测量领域,针对大范围的工程测量,提出了一种基于控制点坐标约束的系统自定位方法。考虑系统自定位的旋转矩阵具有正交矩阵的特性,以各控制点与激光扇面距离的平方和为最小构建带有约束的目标函数,采用非线性最小二乘法中的 Levenberg-Marquardt 算法解算系统自定位参数。以双发射站为例,分别利用 6、8、10、12 个控制点进行系统自定位。通过现场试验,证明此方法是可行的,其自定位参数的解算模型是正确有效的。

(2) 局域定位系统目前主要用于室内工业测量,其激光射程较短,本文所做的系统自定位试验是在几十米的室外小范围内完成,验证点的坐标差值均在 1.78 mm 以内,可以认为其误差来源主要是用于测设控制点和验证点的全站仪测距误差。因此,一旦系统更换射程较大的激光源,可以在室外更大范围进行现场试验,以探讨本文提出的系统自定位方法的精度与控制点的空间分布及数量等因素的关系。

(3) 局域定位系统是一种类似于 GPS 的实时动态并行测量系统,其实质是基于角度交会原理。当角度交会精度达到 $\pm 1''$ 时,在一定的范围内(如 1 km 以内),尤其是室内或卫星信号被遮挡的地区,局域定位系统不仅可以替代 GPS,而且其实时动态的定位精度更优于 GPS-RTK 厘米级的精度,适合应用

于测绘学科的多目标实时动态精密工程测量和变形观测。本文只针对系统自定位方法进行了研究,由于本系统目前没有整平装置,全局坐标系为现场随机建立,无测量基准面,因此将本系统引入测绘学领域,还有诸如上述的一些关键问题需要进一步研究。

参考文献:

- [1] 王莉,方伟,邢宏文.大尺寸空间测量方法的实施及应用[J].南京航空航天大学学报,2012,44(增刊):48.
WANG Li, FANG Wei, XING Hongwen. Implementation of measurement method for large scale roomage[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 44(S): 48.
- [2] 吴晓峰,张国雄.室内 GPS 测量系统及其在飞机装配中的应用[J].航空精密制造技术,2006,42(5):1.
WU Xiaofeng, ZHANG Guoxiong. Indoor GPS measuring system and its application to aircraft assembly[J]. Aviation Precision Manufacturing Technology, 2006, 42(5): 1.
- [3] 杨凡,娄妍,孙现申.现代精密工程测量技术及仪器[J].测绘科学,2011,36(3):44.
YANG Fan, LOU Yan, SUN Xianshen. Technology and instruments of precise engineering surveying[J]. Science of Surveying and Mapping, 2011, 36(3): 44.
- [4] THOMAS M H. Indoor GPS for metrology[R]. Virginia: Arc Second, Inc., 2002.
- [5] MAISANO D A, JAFAR J, FIORENZO F, et al. Indoor GPS: system functionality and initial performance evaluation[J]. International Journal of Manufacturing Research, 2008, 3(3): 335.
- [6] MAISANO D A, JAFAR J, FIORENZO F, et al. A comparison of two distributed large-volume measurement systems: the mobile spatial co-ordinate measuring system and the indoor global positioning system[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2009, 223(B5): 511.
- [7] 熊芝. wMPS 空间测量定位网络布局优化研究[D]. 天津:天津大学,2012.
XIONG Zhi. Research on network deployment optimization of workspace measuring and positioning system [D]. Tianjin: Tianjin University, 2012.
- [8] 薛彬. wMPS 分布式空间测量定位系统性能分析与优化[D]. 天津:天津大学,2014.
XUE Bin. The performance analysis and optimization of the distributed workspace measuring and positioning system [D]. Tianjin: Tianjin University, 2014.
- [9] XIONG Z, ZHU J G, ZHAO Z Y, et al. Workspace measuring and positioning system based on rotating laser planes [J]. Mechanika, 2012, 18(1): 94.
- [10] XUE Bin, ZHU Jigui, ZHAO Ziyue, et al. Validation and mathematical model of workspace measuring and positioning system as an integrated metrology system for improving industrial robot positioning [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering

- Manufacture, 2014, 228: 422.
- [11] 杨凌辉, 杨学友, 劳达宝, 等. 采用光平面交汇的大尺寸坐标测量方法[J]. 红外与激光工程, 2010, 39(6): 1105.
YANG Linghui, YANG Xueyou, LAO Dabao, *et al.* Large-scale coordinates measurement method based on intersection of optical planes[J]. Infrared and Laser Engineering, 2010, 39(6): 1105.
- [12] 刘志刚, 许耀中, 王民刚, 等. 基于双旋转激光平面发射机网络的空间定位方法:200810150383.5[P]. 2008-12-24.
LIU Zhigang, XU Yaozhong, WANG Mingang, *et al.* Space positioning method based on transmitter network of double rotating laser planes: 200810150383.5[P]. 2008-12-24.
- [13] 端木琼. wMPS 系统的硬件平台优化及动态坐标测量关键技术研究[D]. 天津: 天津大学, 2011.
DUANMU Qiong. Research on hardware platform optimization and key technologies of dynamic metrology for wMPS[D]. Tianjin: Tianjin University, 2011.
- [14] 杨凌辉, 郝继贵, 任永杰, 等. 室内测量定位系统单发射站姿态参数在线修正方法:201110270930.5[P]. 2012-05-02.
YANG Linghui, ZHU Jigui, REN Yongjie, *et al.* Online correction method of attitude parameters for single transmitter of indoor measuring and positioning system: 201110270930.5 [P]. 2012-05-02.
- [15] 郝继贵, 任永杰, 杨凌辉, 等. 一种用于角度交会测量的可顶装倒置发射基站:201310554287[P]. 2014-03-05.
ZHU Jigui, REN Yongjie, YANG Linghui, *et al.* A base transmitter suitable for top mounted, upside down, and measuring by angle intersection: 201310554287 [P]. 2014-03-05.
- [16] 熊芝, 郝继贵, 耿磊, 等. 空间测量定位系统测角不确定度分析及检定[J]. 传感技术学报, 2012, 25(2): 229.
XIONG Zhi, ZHU Jigui, GENG Lei, *et al.* Verification of angle measuring uncertainty for workspace measuring and positioning system [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2012, 25(2): 229.
- [17] 薛彬, 郑迎亚, 熊芝, 等. 室内空间测量定位系统布局仿真研究[J]. 机械工程学报, 2015, 51(8): 1.
XUE Bin, ZHENG Yingya, XIONG Zhi, *et al.* Simulation for network deployment of indoor workspace measuring and positioning system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(8): 1.
- [18] 杨凌辉, 郝继贵, 任永杰, 等. 采用标准杆的工作空间测量定位系统快速定向方法:201110234777.0[P]. 2012-03-21.
YANG Linghui, ZHU Jigui, REN Yongjie, *et al.* Fast orientation method by using scale bar for workspace measuring and positioning system: 201110234777.0[P]. 2012-03-21.
- [19] 杨凌辉, 郝继贵, 张广军, 等. 采用标准尺的工作空间测量定位系统定向方法[J]. 天津大学学报, 2012, 45(9): 814.
YANG Linghui, ZHU Jigui, ZHANG Guangjun, *et al.* Orientation method for workspace measuring and positioning system based on scale bar[J]. Journal of Tianjin University, 2012, 45(9): 814.
- [20] 杨凌辉. 基于光电扫描的大尺度空间坐标测量定位技术研究[D]. 天津: 天津大学, 2010.
YANG Linghui. Research on large-scale space coordinate measurement location technology based on optical scanning [D]. Tianjin: Tianjin University, 2010.
- [21] 劳达宝, 杨学友, 郝继贵, 等. 基于旋转平面激光扫描测角的新型坐标测量系统[J]. 传感器与微系统, 2010, 29(12): 99.
LAO Dabao, YANG Xueyou, ZHU Jigui, *et al.* A new coordinate measuring system based on spatial angle measured by rotating planar laser beams [J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2010, 29(12): 99.
- [22] 谢政, 李建平, 陈挚. 非线性最优化理论与方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010.
XIE Zheng, LI Jianping, CHEN Zhi. Nonlinear optimization theory and methods [M]. Beijing: Higher Education Press, 2010.
- [23] 张光澄. 非线性最优化计算方法[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.
ZHANG Guangcheng. Computational methods for nonlinear optimization[M]. Beijing: Higher Education Press, 2005.