

# 基于 NSGA-Ⅱ 算法的客车底架的离散拓扑优化

高云凯, 段少东

(同济大学 汽车学院, 上海 201804)

**摘要:** 对电动大客车底架利用第二代非支配排序遗传算法(NSGA-Ⅱ)进行了拓扑优化,在保证所有梁单元最大应力不超过屈服强度的条件下,以整车扭转刚度和质量作为优化目标,最终得到底架拓扑后的帕累托前沿。对结果进行筛选,得到的拓扑方案扭转刚度与原模型接近,质量降低 89 kg,占原模型底架的 6.4%,拓扑效果显著。

**关键词:** 离散拓扑优化; 非支配排序; 遗传算法; 多目标优化; 应力约束

**中图分类号:** U463.82<sup>+</sup>2

**文献标志码:** A

## Discrete Topology Optimization of Bus Chassis Frame Based on NSGA-Ⅱ

GAO Yunkai, DUAN Shaodong

(School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** The non-dominated genetic algorithm Ⅱ was introduced to topology optimization of electric bus underframe, where the objectives were to maximize torsional stiffness and minimize total mass under the constraint of the maximum stress of all the beam elements within the yield strength, finally the Pareto front of optimization result was obtained. The results show that the torsional stiffness of the proposed scheme is close to that of the original model, and the quality is reduced by 89kg, which is 6.4% of that of the original model underframe and the topological effect is remarkable.

**Key words:** discrete topology optimization; non-dominated sorting; genetic algorithm; multi-objective optimization; stress constraints

动大客车以其噪音小、行驶稳定性高和零排放等优点,逐渐成为人们关注的焦点。研究表明<sup>[1]</sup>,传动效率、车身质量及供电效率等方面因素对电动汽车的能耗有着显著的影响,其中,车身轻量化对电动大客车的节能有着很大的潜力。底架作为电动大客车(以下简称大客车)的主要承载结构,其质量在整车质量中占有很大比重,如何对大客车底架进行有效的结构优化,将直接影响大客车的结构性能及运营能耗。

结构优化通常可分为拓扑优化、尺寸优化及形貌优化,其中,尺寸优化已经在大客车结构优化方面得到了广泛的应用。然而,相比于尺寸优化,拓扑优化在实际问题中更有意义。拓扑优化是一种研究材料在空间分布的数学方法,其摒弃了传统设计过程中对经验的完全依赖,为设计者提供更为科学的设计依据。近年来,拓扑优化技术已逐渐应用在大客车结构优化方面。高云凯等<sup>[2]</sup>在商业软件 HyperWorks 的 Optistruct 模块中,采用变密度法及线性加权法,对大客车的骨架进行了布置。范文杰等<sup>[3]</sup>采用带权重的折衷规划法及 SIMP(Solid Isotropic Material with Penalization)密度函数插值模型,将体积和频率作为约束,以柔度为目标,对客车车架结构进行了拓扑优化。然而,连续体的拓扑优化只能为设计者提供一个概念性的参考,在例如桁架等一些离散结构的设计中还值得进一步研究。而目前国内外商业软件只可对离散结构进行尺寸优化,尚无一款软件可对其进行离散拓扑优化。因此,对桁架类结构进行拓扑优化方面的研究不仅有着广阔的研究前景,且对大客车的轻量化设计意义重大。对此,国内外很多研究人员对桁架结构的离散拓扑做了大量工作。Richardson 等<sup>[4]</sup>采用遗传算法对桁架结构进行了多目标拓扑优化,并在此基础上提出了一种基于运动稳定性修复的新方法,对种群中不稳定的个体提前

大客车在城市及城际交通方面发挥着重要的作用。近年来,随着国家对节能减排的大力倡导,纯电

收稿日期: 2016-12-03

基金项目: 国家自然科学基金(51575399);“十三五”国家科技支撑计划(2016YFB0101600)

第一作者: 高云凯(1963—),男,教授,博士生导师,工学博士,主要研究方向为汽车车身结构分析与优化设计。

E-mail: gaoyunkai@tongji.edu.cn

通讯作者: 段少东(1992—),男,硕士生,主要研究方向为车身结构优化设计。E-mail: duanshao\_xlzt@163.com

进行修复,提高了遗传算法效率.遗传算法往往能在大量个体中快速有效找到最优的个体,因此在桁架拓扑问题中得到大量的应用. Su 等<sup>[5]</sup>在遗传算法的基础上,对桁架结构进行编码,生成相应的拓扑矩阵及尺寸矩阵,并对结构同时进行拓扑和尺寸优化.同时采用自适应策略,对每一代的交叉及变异概率进行调整,使寻优过程能更快收敛,取得了比较好的效果. Zhong 等<sup>[6]</sup>则在研究中提出了 IGS(Independent Ground Structure)策略,将拓扑及尺寸优化的对象分别放入 2 个结构系统中进行处理,2 个系统中杆件的连续性约束和对称约束各自不受影响.

本文为了达到使大客车进一步轻量化的目的,在对其完成尺寸优化的基础上,采用 NSGA-II 算法对其底架进行了离散拓扑优化.以整车质量和扭转刚度为优化目标,将整车梁单元在所有工况下的最大应力作为约束条件,寻找大客车在弯曲、扭转、左前轮下沉及右后轮下沉 4 种工况下的较优解,最后得到多目标优化后的帕累托(Pareto)解集,以期为大客车的轻量化设计提供参考.

## 1 优化模型建立

对现有某电动大客车的有限元模型进行研究.其构成如下:车身总长为 12 m,右侧含有 2 扇门,顶部装有电池包和空调机.车身主框架由梁单元构成,关键部位用壳单元封闭,梁单元与壳单元之间根据节点对应关系用 RBE2 单元连接.在车身相应部位添加质量单元,以模拟大客车在满载工况下的受力状况.大客车的有限元模型如图 1 所示.

### 1.1 工况

根据大客车在实际运行中的受载状况,提取出弯曲、扭转、左前轮下沉和右后轮下沉 4 种典型工况进行分析.在对车身进行边界条件约束时,分别用刚性单元连接 4 个车轮的空气弹簧支撑位置.这样对 4 个车轮的约束则分别作用在 4 个对应的刚性节点上,刚性节点的位置如图 1 所示.各个工况的边界条件如表 1 所示.在扭转工况下,在左右前轮的刚性节点处分别施加一个大小为 33 810 N、沿 Z 轴且方向相反的力.弯曲工况及一轮悬空工况均受到客车满载情况下自身重力的作用,且弯曲工况采用 1.5 倍动载系数,左前轮下沉及右后轮下沉工况采用 1.3 倍的动载系数<sup>[7]</sup>.

### 1.2 拓扑空间

由于对整车进行拓扑优化时会引入大量变量,

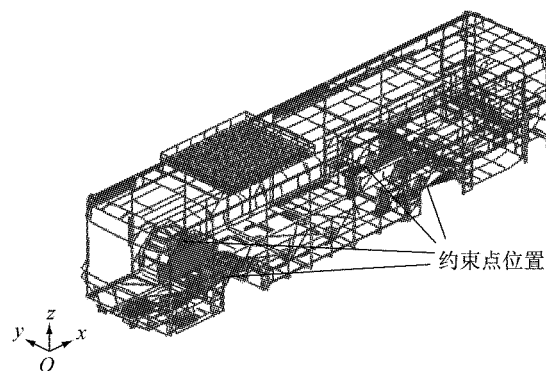


图 1 大客车有限元模型示意

Fig. 1 Finite element model of bus

表 1 4 种工况下的约束信息

Tab. 1 Boundary conditions for four load steps

车轮	弯曲 工况	扭转 工况	左前轮 下沉	右后轮 下沉
左前轮	2,3		2	2,3
右前轮	3		3	3
左后轮	1,2,3	1,3	1,2,3	1,2,3
右后轮	1,3	1,2,3	1,3	1

注:数字 1,2,3 等分别表示约束该对应刚性节点的 X,Y 和 Z 方向的平动自由度.

造成分析计算很难在需求的时间内完成.同时考虑到底架质量占整车质量比重大,可轻量化改进的空间更大,因此本文只针对底架进行拓扑优化.

对底架进行分析整理,筛选出所有可拓扑的杆件,将其归入拓扑变量集合中,其筛选原则如下:① 除去该杆件不会造成底架外形结构缺失.② 除去该杆件后,与其连接的其他杆件或板不会完全自由.③ 集合中的杆件不属于必须保留部件.

图 2 中的黑色线条表示从原始结构中筛选出的可拓扑杆件,灰色线条则表示在拓扑优化过程中保持不变的杆件.

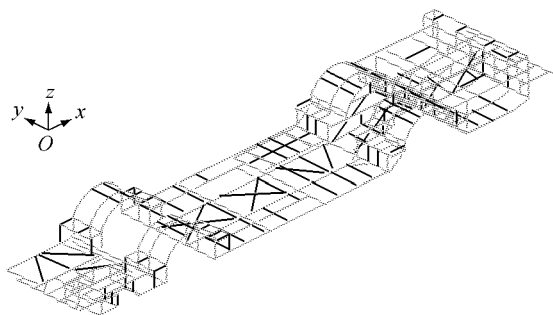


图 2 底架原始拓扑杆件

Fig. 2 Original topology beams of the chassis

在实际情况中,因设计人员设计经验等因素的影响,并不是每根梁的布局都十分合理.因此在不干涉底架其他部件的前提下,于底架大应力梁结构附近添加可能出现的梁结构,可以为后面的优化提供

尽可能多的方案. 新加入的梁结构赋予底架部位使用频率最高的截面属性, 即材料为 WYS700、尺寸为  $25\text{ mm} \times 25\text{ mm} \times 2\text{ mm}$  的矩形钢管. 新添加的拓扑变量如图 3 中黑色线条所示. 图 2 所示的原始拓扑杆件和图 3 所示的新增拓扑杆件共同构成拓扑变量集合(topology variable set), 记为  $S_{TV}$ .

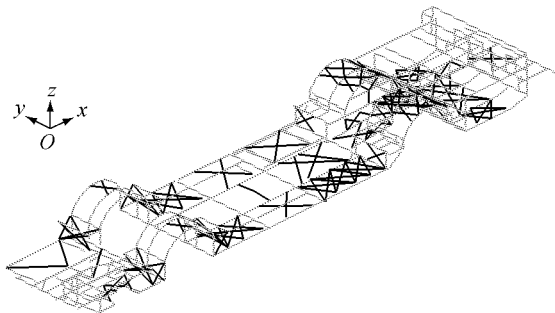


图 3 底架新增拓扑杆件

Fig. 3 New topology beams of the chassis

虽然大客车底架没有关于  $OZX$  平面完全对称, 但为了减少设计变量, 同时降低制造复杂度, 将拓扑变量集合中关于  $OZX$  平面对称的 2 杆件组织到同一部件内. 同时考虑到制造约束, 将 2 个共直线并且相互连接的杆件组织到同一部件. 对其进行对称及连续性整理后, 拓扑变量集合中共有 202 个部件. 对拓扑变量集合中每一个部件的所有梁单元进行编号整理, 保证同一部件中所有单元的编号连续. 对拓扑变量集合中所有部件进行重新编号, 以方便程序进行处理, 例如此处将所有部件编号从 1 变化到 202.

### 1.3 数学模型

在对大客车车身进行拓扑优化时, 要求拓扑后各个梁单元在所有工况下的最大应力不超过其屈服强度和安全系数的比值. 由于本文所涉及模型在添加载荷时已将载荷放大到其安全倍数, 故此将应力约束修改为不超过其对应材料的屈服强度. 在满足应力约束的条件下, 优化目标为整车质量最小、扭转刚度最大, 其对应的数学模型如下:

$$\begin{cases} \min m, 1/K_\varphi \\ \text{s. t. } \sigma_{\max}/\sigma_s - 1 \leq 0 \\ t_i \in \{0, 1\}, i \in S_{TV} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $m$  和  $K_\varphi$  分别为整车质量和整车扭转刚度;  $\sigma_{\max}$  为梁单元在所有工况下的最大应力;  $\sigma_s$  为对应梁单元材料的屈服强度;  $t_i$  为拓扑变量  $i$  的值,  $t_i$  可取 0 或 1, 取 0 表示对应的梁不存在, 取 1 表示该梁在结构中存在. 车身扭转刚度  $K_\varphi$  的计算式为

$$K_\varphi = \frac{FL}{\frac{180}{\pi} \left( \frac{2d}{L} \right)} = \frac{\pi FL^2}{360d} \quad (2)$$

式中:  $F$  为施加在两前车轮刚性节点处的力;  $L$  为前车轮两刚性节点之间沿  $Y$  轴方向的距离;  $d$  为两刚性节点在  $Z$  轴方向位移绝对值的平均. 取  $F = 33\ 810\text{ N}$ ,  $L = 1.261\text{ m}$ .

由式(2)可以知道, 要得到  $1/K_\varphi$  的最小值, 只需求得  $d$  的最小值即可. 为了简化寻优程序, 将优化目标  $1/K_\varphi$  转换为优化目标  $d$ .

## 2 优化求解过程

离散拓扑的过程其实是在众多桁架组合方案中寻求较优方案的过程, 对于一个拥有  $N$  个杆件的桁架结构, 其存在的组合方案便高达  $2^N$  种, 如果利用普通遍历搜索法去寻求较优解, 显然是不现实的.

遗传算法是模拟自然界中生物的进化过程来寻优的一种算法, 其本质遵从“适者生存”的原则. 相比于其他算法, 遗传算法拥有搜索能力强、可并行比较和扩展性强等优点. 本文采用的第二代非支配排序遗传算法(NSGA-II)为传统遗传算法的改进算法<sup>[8]</sup>, 其拥有快速高效的求解能力, 已大量应用于工程中的多目标优化问题. 整个优化流程如图 4 所示.

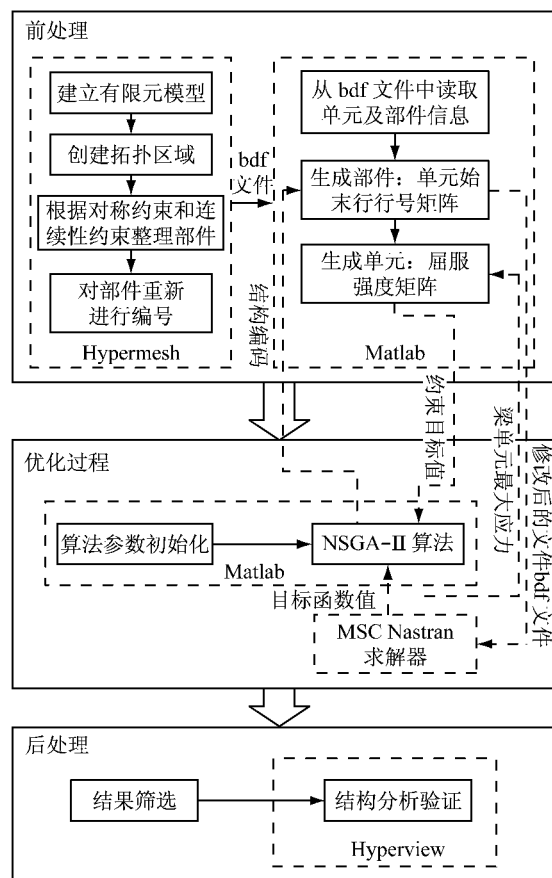


图 4 优化流程

Fig. 4 Flow chart of optimization

## 2.1 编码与解码

根据本文所处理问题的特点,使用二进制编码法.在程序初始化种群后,生成的每一个新个体都是一个 202 位的二进制编码.利用 Matlab 软件对该编码进行解码,具体过程如下:如果编码中第  $k$  位为零,则表示部件-单元始末行号矩阵中编号为  $k$  的部件不存在,程序获取矩阵中相应的始末行号  $a_k$  和  $b_k$ ,并删除原 bdf 文件(用于 Nastran 求解的文件)中位于  $a_k$  行和  $b_k$  行之间的梁单元信息.对于一个拥有 6 根杆件的示例桁架结构,如果每一根杆件为一个部件,其编码及解码的过程如图 5 所示.

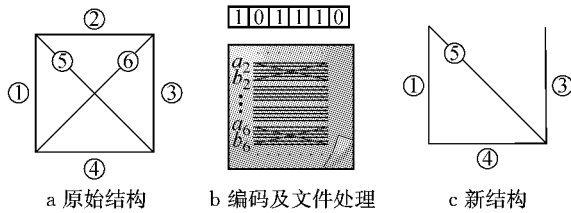


图 5 编码及解码示意

Fig. 5 Coding and decoding

## 2.2 基因处理

在得到随机生成的初始种群后,需要根据一定的交叉和变异概率来对种群中的部分个体进行变换,以得到新的个体.然后对种群中的个体进行排序选择,得到的较优个体进入下一轮基因操作流程,整个 NSGA-II 算法的流程图如图 6 所示.图中,  $P_t$  为本代父种群;  $Q_t$  为本代子种群;  $M_t$  为合并后的种群;  $P_{t+1}$  为下一代的父种群;  $g$  为迭代次数.

在遗传算法中,种群中的个体通过交叉产生新的基因组合.本文采用单点交叉、双点交叉和均匀交叉联合使用的方法,完成对父代种群的交叉操作.变异操作相比于交叉操作,其更容易使遗传算法发现局部最优解<sup>[9]</sup>.在本文中使用均匀变异方法完成变异操作.

## 2.3 含约束的非支配排序法

当种群中的个体输入到 MSC Nastran 进行分析求解后,会得到质量、节点位移及所有梁单元最大应力的响应.然而,NSGA-II 算法的非支配排序法只针对无约束多目标优化问题有效.对于含约束多目标优化问题,规定其支配关系如下.如果个体  $U$  和个体  $V$  满足以下任何一个条件,则  $U$  支配  $V$ : ①  $U$  满足约束条件而  $V$  不满足; ②  $U$  和  $V$  均满足约束条件,但  $U$  的每一个目标函数值都不大于  $V$  对应的目标函数值,且至少有 1 个目标函数值比  $V$  对应的目标函数值小; ③  $U$  和  $V$  均不满足约束条件,但  $U$  的约束函数值比  $V$  的小.

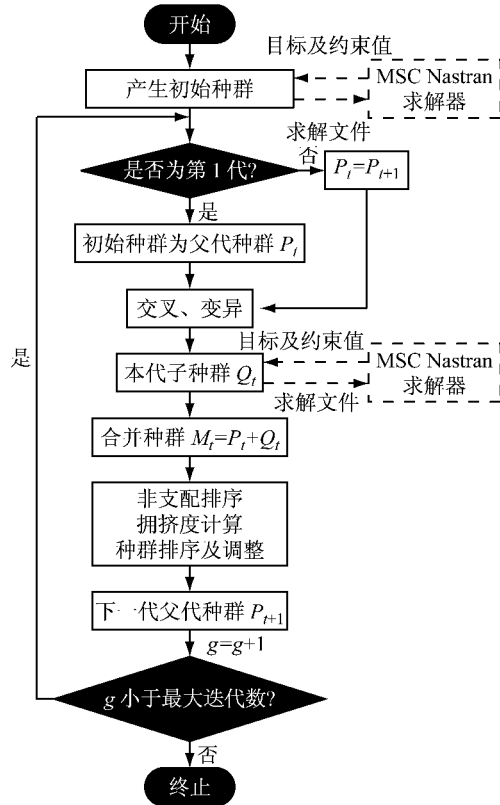


图 6 NSGA-II 算法流程

Fig. 6 Flow chart of NSGA-II

由以上定义可知,一个不超过约束的个体永远优于超过约束的个体.但在实际情况中,那些位于约束边缘线附近但超过约束的个体往往含有一些更优异的基因.为解决上述约束问题,引入一种两阶段非支配排序法,将优化数学模型转换为式(3).

$$\begin{cases} \min m(x), d(x), p(x) \\ \text{s.t. } t_i(x) \in \{0, 1\}, i \in S_{TV} \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $x$  为种群中的一个个体,即一套结构方案;  $m(x)$  为个体  $x$  的质量;  $d(x)$  为个体  $x$  扭转位移值,具体见式(2)中  $d$ ;  $p(x)$  为个体  $x$  的约束惩罚因子.

$$p(x) = \sum_{j=1}^n \alpha_j \max(0, g_j(x)) \quad (4)$$

式中:  $n$  为约束目标的个数;  $\alpha_j$  为第  $j$  个约束的惩罚因子;  $g_j(x)$  为个体  $x$  的第  $j$  个约束函数值.取  $n=1$ ,  $\alpha_1=1$ ,则式(4)可转换为式(5).

$$p(x) = \max(0, \sigma_{\max}(x) - \sigma_s) \quad (5)$$

在排序的第 1 阶段,约束函数作为一个新的目标函数参与排序过程.新目标函数的加入并不会影响原来 2 个满足约束个体的支配关系,且该过程可以使约束边缘线附近的不可行个体有机会同所有满足约束的个体竞争.在进行非支配排序后,所有个体被分配到不同种群,非支配个体所在种群排序为 1,被一个个体支配的所有个体组成的种群排序为 2,以

此类推. 非支配排序的方法参见文献[10].

到了排序的第 2 阶段, 对所有不满足约束的个体重新按照式(6)<sup>[11]</sup>进行排序调整:

$$R(x) = R_0(x) + \frac{2}{1 + P(x)} \quad (6)$$

式中:  $R(x)$  为个体  $x$  的新序号;  $R_0(x)$  为  $x$  的原始序号;  $P(x)$  为  $x$  的调整参数, 具体见式(7)<sup>[11]</sup>:

$$P(x) = \exp\left(c_0 \left(\frac{p_{\text{avg}} - p(x)}{p_{\text{max}} - p_{\text{min}}}\right)\right) \quad (7)$$

式中:  $p_{\text{max}}$ 、 $p_{\text{min}}$ 、 $p_{\text{avg}}$  分别为所有不满足约束个体约束惩罚因子的最大值、最小值和平均值;  $c_0$  为常数, 依据经验值取 9.9.

经过排序调整后, 违反约束程度很小的优秀个体仍有机会留在非支配种群(排序为 1 的种群)中, 经过多次交叉和变异操作后, 这些个体就有可能转化为满足约束的优秀个体.

## 2.4 结果输出

输出每一代非支配种群中个体的数量, 若该数量收敛到种群大小附近, 则可以得到相应的帕累托前沿. 迭代完成后, 输出最后一代非支配种群中所有个体所对应的 bdf 分析文件, 以方便设计人员对这些方案进行筛选.

## 3 结果分析

在本文中, 交叉概率和变异概率采用 NSGA-II 算法的默认值, 分别取 0.70 和 0.02. 通过多次尝试发现, 当种群数量和迭代次数均设为 100 时, 可以达到较好的收敛效果. 优化过程的迭代曲线如图 7 所示, 可以看出本次优化达到了较好的收敛程度.

绘制最后一代非支配解集中所有个体的目标函数值, 可得到图 8 所示的帕累托前沿. 图中每个圆点表示一种拓扑方案, 横虚线表示原始模型的  $d = 11.147$  mm, 纵虚线表示原始模型的  $m = 15.188$  t. 图 8 中所有的解都满足应力约束, 保证了所有梁单元在所有工况下, 其最大应力均不超过其所用材料的屈服强度. 由图 8 可以看出, 纵横 2 条虚线将图像

划分为 A、B、C、D 共 4 个区域. A 区的解在质量上较优, 但刚度低于原始模型; B 区的解在刚度和质量方面均劣于原始模型; C 区的解在刚度和质量方面均优于原始模型; D 区的解在刚度上较优, 但质量大于原始模型.

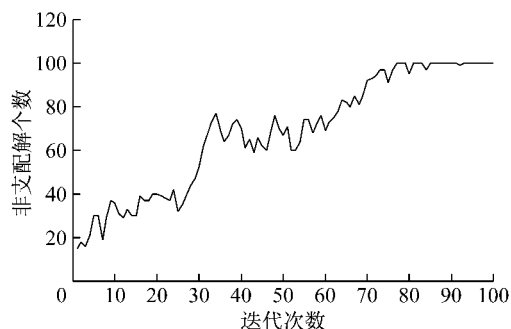


图 7 优化过程迭代曲线

Fig. 7 Iteration process of optimization

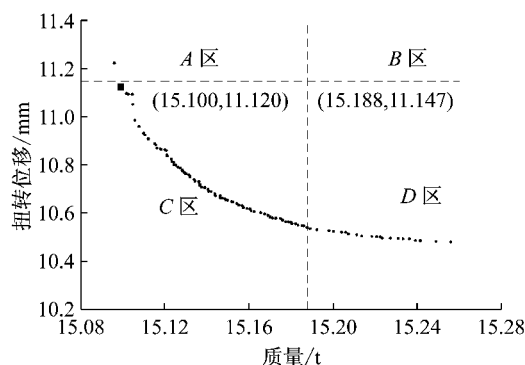


图 8 帕累托前沿

Fig. 8 Pareto frontier

本次优化对大客车的扭转刚度没有特殊要求, 故期望得到一种扭转刚度不低于原模型且质量最小的优化方案. 因此选取 C 区最左侧的解作为最终的优化方案, 其  $m = 15.099$  t,  $d = 11.124$  mm.

分别测量优化前后整车及底架质量、一轮悬空工况下的悬架位移及一阶模态, 并计算相应的弯曲刚度及扭转刚度, 便可得表 2 中的数据. 从表 2 可见, 本次优化使底架质量明显下降, 扭转刚度、弯曲刚度及一阶模态均有所上升, 且一轮下沉量有所下降, 表明最终选择的方案达到了结构优化的目的.

表 2 优化前后参数对比

Tab. 2 Comparison of parameters before and after optimization

情形	质量/kg		弯曲刚度/ (kN · mm <sup>-1</sup> )	扭转刚度/ (kN · m · (°) <sup>-1</sup> )	一轮下沉量/mm		一阶模态/Hz	
	整车	底架			左前轮	右后轮	扭转	弯曲
优化前	15 188	1 384	72.499	40.089	-16.327	-43.019	11.39	13.30
优化后	15 099	1 295	86.837	42.176	-15.671	-39.207	11.48	13.76

优化后得到的底架模型如图 9 所示, 可以看到结构中无悬空部件, 符合实际情况. 原大客车模型由

4 种材料构成, 优化前后每种材料在 4 种工况下梁单元的最大应力如表 3 所示, 其中,  $\eta$  表示优化前后最

大应力值的变化.由表 3 数据可知,优化后大部分梁单元的最大应力有所上升,但均在其所用材料的屈服强度范围内,表明材料的利用程度得到提升.

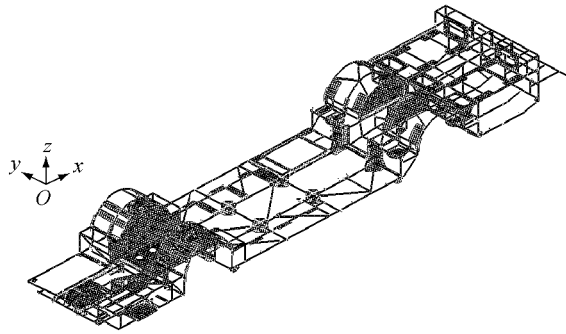


图 9 优化后底架结构

Fig. 9 Optimized chassis structure

表 3 优化前后最大应力对比

Tab. 3 Comparison of maximum stresses before and after optimization

材料	屈服极限/MPa	工况	最大应力/MPa		$\eta$
			优化前	优化后	
6061 铝材	262.5	弯曲	125.6	146.4	16.6%
		扭转	103.3	107.2	3.8%
		左前	160.8	161.2	0.3%
		右后	245.6	234.6	-4.5%
Q345 钢材	345	弯曲	100.7	82.4	18.2%
		扭转	126.5	125.9	-0.5%
		左前	200.2	175.5	12.3%
		右后	253.9	264.7	4.3%
WL610 钢材	548	弯曲	117.6	145.7	23.9%
		扭转	144.7	148.9	2.9%
		左前	160.7	221.7	38.0%
		右后	283.3	270.1	-4.7%
WYS700 钢材	732	弯曲	207.2	345.6	66.8%
		扭转	127.0	162.7	28.1%
		左前	274.8	411.4	49.7%
		右后	329.3	451.7	37.2%

注:工况一列中的“左前”及“右后”分别表示左前轮下沉工况及右后轮下沉工况.

## 4 结论

采用第二代非支配遗传算法对纯电动大客车的底架进行了离散拓扑优化.采用了一种两阶段非支配排序法,有效解决了原始算法不能处理含约束问题的矛盾.最后以整车质量和计算扭转刚度的位移值为优化目标,以梁单元最大应力为约束条件,得到多种拓扑方案可供设计人员选择.

相较于原始结构,本文的拓扑方案将底架部件减少了 63 个,在扭转刚度、弯曲刚度及一轮悬空下沉量均优于原始模型的基础上,使底架质量下降了 89 kg,占原模型底架的 6.4%,优化效果明显.

## 参考文献:

- [1] 王震坡,孙逢春. 电动汽车能耗分配及影响因素分析[J]. 北京理工大学学报, 2004, 24(4):306.  
WANG Zhenpo, SUN Fengchun. Analysis of energy consumption distribution and factors of influence in electric vehicles[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2004, 24(4):306.
- [2] 高云凯,周晓燕,余海燕. 城市公交客车车身结构拓扑优化设计[J]. 公路交通科技, 2010, 27(9):154.  
GAO Yunkai, ZHOU Xiaoyan, YU Haiyan. Topological optimization for body structure of city bus[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2010, 27(9):154.
- [3] 范文杰, 范子杰, 桂良进, 等. 多工况下客车车架结构多刚度拓扑优化设计研究[J]. 汽车工程, 2008, 30(6):531.  
FAN Wenjie, FAN Zijie, GUI Jingliang, et al. Multi-stiffness topology optimization of bus frame with multiple loading conditions[J]. Automotive Engineering, 2008, 30(6):531.
- [4] RICHARDSON J N, ADRIAENSSENS S, BOUILLARD P, et al. Multiobjective topology optimization of truss structures with kinematic stability repair [J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2012, 46(4):513.
- [5] SU R, GUI L, FAN Z. Topology and sizing optimization of truss structures using adaptive genetic algorithm with node matrix encoding[C]// The 5th International Conference on Natural Computation. Tianjin:IEEE, 2009:485-491.
- [6] ZHONG W, SU R, GUI L, et al. Topology and sizing optimization of discrete structures using a cooperative coevolutionary genetic algorithm with independent ground structures[J]. Engineering Optimization, 2015, 48(6):1.
- [7] 高云凯, 吴驰, 冯兆玄, 等. 纯电动钢铝混合全承载式城市客车结构优化[J]. 汽车技术, 2016, 47(6):24.  
GAO Yunkai, WU Chi, FENG Zhaoxuan, et al. Structural optimization for the aluminum-steel hybrid body of an electric integral city Bus [J]. Automobile Technology, 2016, 47(6):24.
- [8] HAJELA P, LEE E. Genetic algorithms in truss topological optimization[J]. International Journal of Solids & Structures, 1995, 32(22):3341.
- [9] 彭锦. 进化算法综述[C]//中国运筹学会第六届学术交流会论文集.长沙:中国运筹学会, 2000: 74-83.  
PENG Jin. Evolutionary algorithm: A survey [C]// The Proceedings of the 6th Academic Exchange Conference of ORSC. Changsha:Operations Research Society of China, 2000: 74-83.
- [10] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2):182.
- [11] SU R, WANG X, GUI L, et al. Multi-objective topology and sizing optimization of truss structures based on adaptive multi-island search strategy [J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2011, 43(2):275.