

具有高稳定性的剪切型子结构振动台试验

傅 博^{1, 2}, 蒋欢军^{1, 2}

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

摘要: 提出了使用改进 Chen-Ricles(CR)积分算法的多层剪切型子结构振动台试验方法. 该改进积分算法保留了 CR 算法的速度和位移表达式,但在计算积分参数时引入了稳定性调节系数. 此外,为了考虑试验子结构的贡献,使用了动力凝聚技术. 最后,使用离散控制理论对所提的子结构方法进行了稳定性分析,变量包括结构参数、时间步长、稳定性调节系数、是否采用动力凝聚以及动力凝聚的兴趣频率. 根据 2 层剪切型结构的稳定性分析结果,与使用 CR 积分算法的子结构振动台试验方法相比,所提的改进方法可以非常有效地提高稳定性.

关键词: 振动台试验; 子结构; 稳定性; 离散控制理论; 动力凝聚

中图分类号: TU317

文献标志码: A

Shear-type Substructure Shaking Table Testing Method with High Stability

FU Bo^{1, 2}, JIANG Huanjun^{1, 2}

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: A substructure shaking table testing (SSTT) method using a modified Chen-Ricles (CR) integration algorithm for the multi-story shear-type structure was proposed. The velocity and displacement formulations of the CR algorithm were retained in the modified algorithm, while a stability adjustment factor was introduced to calculate the integration parameters. In addition, dynamic condensation technique was used to take the contribution of the experimental substructure into consideration. Finally, stability analyses of the proposed substructure method were conducted using the discrete control theory. The variables include the structural parameters, time step, stability adjustment factor, whether or not using dynamic condensation, and interest frequency of dynamic

condensation. It can be drawn from the stability analysis results of a 2-story shear-type structure that the proposed method is able to efficiently improve the stability compared to the SSTT method using the CR algorithm.

Key words: shaking table testing; substructure; stability; discrete control theory; dynamic condensation

作为一种新型的抗震试验方法,实时混合模拟试验受到了全世界越来越多学者的关注. 实时混合模拟试验由传统的慢速混合模拟试验(又称拟动力试验、子结构试验、联机试验等)发展而来,所以其具有“混合性”,即将结构中难以精确数值模拟的部分作为试验子结构,而剩余的部分作为分析子结构(或数值子结构). 同时,这种试验方法还具有“实时性”,要求分析子结构计算出的位移或者力实时地加载到试验子结构上,这无疑对积分算法的计算效率提出了很大的挑战.

积分算法可以分为显式和隐式 2 类. 当使用隐式算法的时候,尤其是在非线性分析时,每一个时间步需要计算切线刚度和迭代,而显式算法不需要计算切线刚度和迭代. 从这个角度来说,显式算法的计算效率优于隐式算法. 积分算法从稳定性的角度可分为无条件稳定和条件性稳定. 对于条件性稳定算法,需要保证其稳定的时间步长与结构体系的最高频率成反比,因此,对于最高频率很大的结构,条件性稳定的算法要求时间步长特别小,从而增加了计算时间,降低了计算效率. 而传统的显式算法往往都是条件性稳定,故其计算效率并非最优.

近些年来学者提出了一些基于模型(model-based)的积分算法^[1],这种算法同时结合了显式和无条件稳定 2 种性质,因此非常适用于实时混合模拟试验. 基于模型的积分算法的积分参数是整体结

收稿日期: 2017-01-17

基金项目: 国家自然科学基金(51478354)

第一作者: 傅 博(1990—),男,工学博士,主要研究方向为抗震试验. E-mail: fubo2006_2006@126.com

通讯作者: 蒋欢军(1973—),男,教授,博士生导师,工学博士,主要研究方向为高层及超高层结构抗震. E-mail: jhj73@tongji.edu.cn

构模型参数(刚度、质量和阻尼矩阵)的函数,最初由 Chang^[2]提出,不过只对位移显式;之后 Chen 和 Ricles^[3]利用离散控制理论提出了对于位移和速度都为显式的 CR 积分算法,但该算法有一定的超调问题;Chang^[4]之后对 CR 算法进行了改进,减小了超调问题,也提高了其稳定性。

实时混合模拟根据加载设备不同,可分为作动器加载型实时混合模拟(又称实时拟动力试验)和有振动台参与的实时混合模拟(又称实时动力混合模拟),而后者又可分为振动台单独加载^[5-11](又称子结构振动台试验)和振动台、作动器联动加载^[12-14]2 种类型。

子结构振动台试验尤其适合研究上部带有附属结构或设备的结构,附属结构或设备作为试验子结构,比如调谐质量阻尼器(TMD)^[5-6]、调谐液体阻尼器(TLD)^[7-8],剩余主体结构作为分析子结构。Mosalam 和 Günay^[9]将这种试验方法推广至评估高压电立式断路器隔离开关的抗震性能,下部支撑结构和上部的绝缘支柱分别作为分析子结构和试验子结构。还有研究者将这项技术推广至土-结构相互作用领域^[10-11],上部结构和土体分别作为试验子结构和分析子结构。

如前所述,基于模型的积分算法如 CR 算法非常适合实时混合模拟,并已在作动器加载型的实时混合模拟试验中有了成功的应用^[15-17]。对于子结构振动台试验,研究^[18]表明,CR 算法只适用于试验子结构频率较小的情况,当试验子结构频率较大时,子结构振动台试验无法满足稳定性。为了解决该问题,本文提出了一种使用改进 CR 积分算法的多层剪切型子结构振动台试验方法。

1 试验方法

1.1 子结构的定义

研究对象是将文献^[18]中 2 层剪切型结构推广至层剪切型结构,其上 $n-b$ 层与其下 b 层分别定义为试验子结构和分析子结构,如图 1 所示。图中: m_j 、 c_j 和 k_j 分别是第 j 层的质量、阻尼和刚度, $j=1, \dots, b, \dots, n$; F_j 和 f_j 分别为第 j 层的等效地震力和界面力; \ddot{x}_j 为第 j 层的楼层相对加速度; \ddot{x}_g 为地震动加速度;下标 i 为时间步。

1.2 试验流程

由图 1 的分析子结构隔离体受力图可以得到分析子结构下一时间步的运动方程

$$\mathbf{M}_a \ddot{\mathbf{X}}_{a,i+1} + \mathbf{C}_a \dot{\mathbf{X}}_{a,i+1} + \mathbf{K}_a \mathbf{X}_{a,i+1} = \mathbf{F}_{a,i+1} + \mathbf{T}_1 f_{i+1} \quad (1)$$

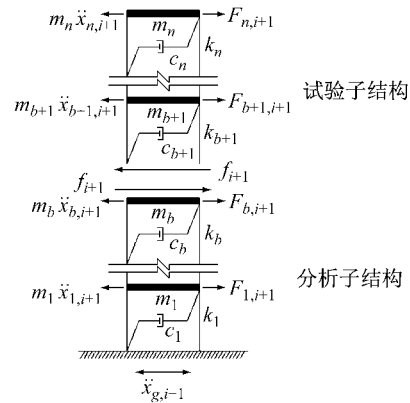


图 1 多层剪切型结构的子结构的定义

Fig.1 Definition of substructures of multi-story shear-type structure

式中: \mathbf{M}_a 、 \mathbf{C}_a 和 \mathbf{K}_a 分别为分析子结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,大小均为 $n \times n$; \mathbf{F}_a 为分析子结构的等效地震力向量,大小为 $n \times 1$; \mathbf{T}_1 为转换矩阵,作用是将界面自由度转换到分析子结构的自由度,大小为 $n \times 1$; $\ddot{\mathbf{X}}_a$ 、 $\dot{\mathbf{X}}_a$ 和 \mathbf{X}_a 分别为分析子结构的加速度向量、速度向量和位移向量,大小均为 $n \times 1$ 。分析子结构下一时间步的速度向量和位移向量可分别由式(2)、式(3)计算出:

$$\dot{\mathbf{X}}_{a,i+1} = \dot{\mathbf{X}}_{a,i} + \Delta t \alpha_{a,1} \ddot{\mathbf{X}}_{a,i} \quad (2)$$

$$\mathbf{X}_{a,i+1} = \mathbf{X}_{a,i} + \Delta t \dot{\mathbf{X}}_{a,i} + (\Delta t)^2 \alpha_{a,2} \ddot{\mathbf{X}}_{a,i} \quad (3)$$

式中: Δt 为积分时间步长; $\alpha_{a,1}$ 和 $\alpha_{a,2}$ 为积分参数矩阵,如果采用 CR 算法,其表达式为

$$\alpha_{a,1} = \alpha_{a,2} = 4[4\mathbf{M}_a + 2\Delta t \mathbf{C}_a + (\Delta t)^2 \mathbf{K}_a]^{-1} \mathbf{M}_a \quad (4)$$

CR 算法与文献^[4]所提的改进算法可以写成如下更一般的形式:

$$\alpha_{a,1} = \alpha_{a,2} = 4[4\mathbf{M}_a + 2\Delta t \mathbf{C}_a + \kappa(\Delta t)^2 \mathbf{K}_a]^{-1} \mathbf{M}_a \quad (5)$$

式中: κ 为稳定性调节系数。当 $\kappa=1$ 时,即为原始的 CR 算法;当 $\kappa=2$ 时,则是文献^[4]所提的改进算法。

此外,还通过在积分参数矩阵中使用动力凝聚技术^[19]来考虑试验子结构的贡献。考虑动力凝聚时的积分参数矩阵表达式如下:

$$\alpha_{a,1} = \alpha_{a,2} = 4[4\mathbf{M}_{a,dc} + 2\Delta t \mathbf{C}_{a,dc} + \kappa(\Delta t)^2 \mathbf{K}_{a,dc}]^{-1} \mathbf{M}_{a,dc} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{M}_{a,dc}$ 、 $\mathbf{C}_{a,dc}$ 和 $\mathbf{K}_{a,dc}$ 分别为凝聚质量矩阵、凝聚阻尼矩阵和凝聚刚度矩阵。图 2 为凝聚质量矩阵、凝聚阻尼矩阵和凝聚刚度矩阵的计算步骤。图中, \mathbf{M} 、 \mathbf{K}

和 \mathbf{D} 分别为整体结构的质量矩阵、刚度矩阵和动力刚度矩阵; $\mathbf{M}_{aa}, \mathbf{M}_{11}, \mathbf{D}_{aa}, \mathbf{D}_{11}$ 等是通过自由度划分得到的子矩阵; \mathbf{Z} 和 \mathbf{A} 为求解过程中产生的过渡矩阵; ω_0 为兴趣频率, 为了保证稳定性, 兴趣频率建议取值为整体结构的最高频率 ω_{\max} , 其有效性将在后文论证; a_m, a_k 是瑞利阻尼系数, 分别与质量、刚度有关. 在实际操作时, 可先通过参数识别得到试验子结构各层的质量、初始刚度和阻尼, 结合分析子结构各层的结构参数, 即可得到整体结构的质量矩阵、刚度矩阵和阻尼矩阵, 从而通过求解特征值得到整体结构的最高频率.

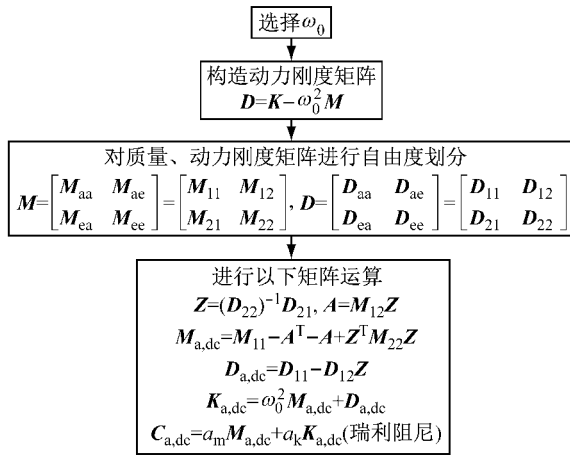


图 2 动力凝聚的计算步骤

Fig. 2 Procedure of dynamic condensation

根据式(1)可得分析子结构下一时间步的加速度向量, 如式(7):

$$\ddot{\mathbf{X}}_{a,i+1} = (\mathbf{M}_a)^{-1} (\mathbf{F}_{a,i+1} + \mathbf{T}_1 \mathbf{f}_{i+1} - \mathbf{C}_a \dot{\mathbf{X}}_{a,i+1} - \mathbf{K}_a \mathbf{X}_{a,i+1}) \quad (7)$$

需要注意的是, 式(7)只适用于分析子结构为线弹性的情形, 更一般的情况可以用恢复力向量 $\mathbf{R}_{a,i+1}$ 来代替 $\mathbf{K}_a \mathbf{X}_{a,i+1}$.

不难发现, 只有在获得界面力 \mathbf{f}_{i+1} 之后才可以求解式(7). 通过给安置在振动台上的试验子结构施加界面位移 $\mathbf{u}_{b,i+1}$ 从而可以测得界面力 \mathbf{f}_{i+1} , 如图 3 所示. 图中, \mathbf{u}_j 表示第 j 层的绝对位移.

根据位移协调条件, 界面处绝对位移 $\mathbf{u}_{b,i+1}$ 与相对位移 $\mathbf{x}_{b,i+1}$ 的关系如式(8)所示. 由于分析子结构的自由度包含界面处的自由度, 相对位移 $\mathbf{x}_{b,i+1}$ 可以由 $\mathbf{X}_{a,i+1}$ 转换得到.

$$\mathbf{u}_{b,i+1} = \mathbf{x}_{b,i+1} + \mathbf{x}_{g,i+1} = \mathbf{T}_2 \mathbf{X}_{a,i+1} + \mathbf{x}_{g,i+1} \quad (8)$$

式中: \mathbf{T}_2 为转换矩阵, 作用是将分析子结构的自由度转换到界面自由度, 大小为 $1 \times n$.

综上所述, 多层剪切型结构使用改进 CR 算法

的子结构振动台试验流程如图 4 所示.

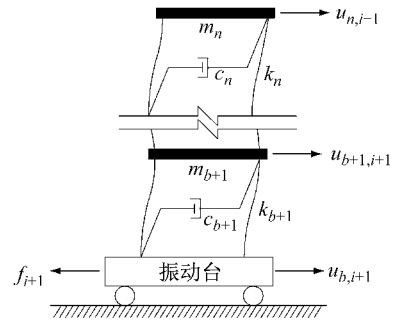


图 3 试验子结构的加载模式

Fig. 3 Loading scheme of experimental substructure

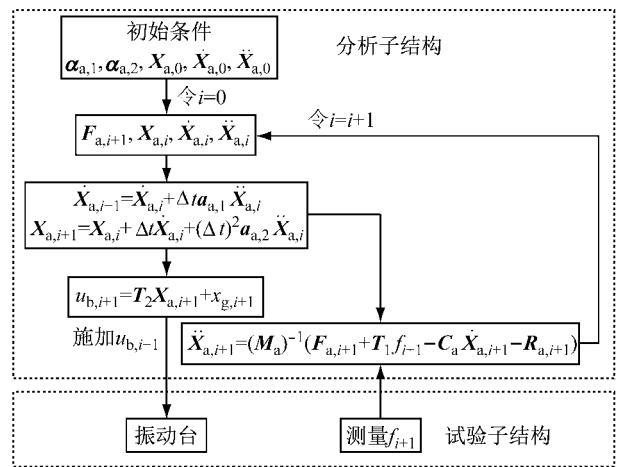


图 4 多层剪切型结构使用改进 CR 算法子结构振动台试验流程

Fig. 4 Flowchart of SSTT using modified CR algorithm for multi-story shear-type structure

2 闭环离散传递函数

由于 2 层剪切型结构具有一般性, 所以仍采用文献[18]的 2 层剪切型结构(图 5)作为子结构振动台试验稳定性分析的对象. 图中: m_a, c_a 和 k_a 分别为分析子结构的质量、阻尼和刚度; m_e, c_e 和 k_e 分别为试验子结构的质量、阻尼和刚度; F_a 和 F_e 分别为分析子结构的等效地震力和试验子结构的等效地震力; \ddot{x}_a 和 \ddot{x}_e 分别为分析子结构的相对加速度和试验子结构的相对加速度.

2 层剪切型结构子结构方法的方框图如图 6^[18]所示, 图中字母含义见文献[18]. 该系统的闭环离散传递函数如式(9)所示^[18].

$$G_{cl}(Z) = \frac{N_3 z^3 + N_2 z^2 + N_1 z + N_0}{D_4 z^4 + D_3 z^3 + D_2 z^2 + D_1 z + D_0} \quad (9)$$

式(9)中分子和分母的系数的含义、具体表达式及相关公式推导见文献[18].

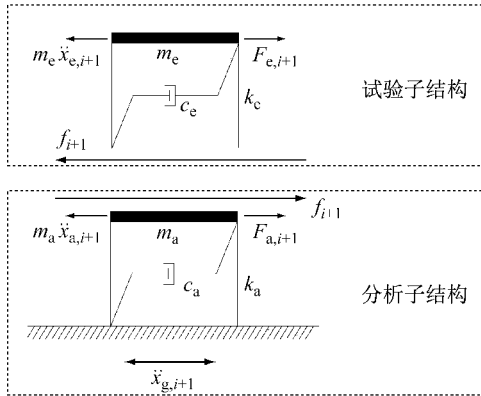


图 5 2层剪切型结构的子结构定义

Fig.5 Definition of substructures of two-story shear-type structure

根据离散控制理论^[20],闭环离散传递函数极点(即分母为零时的根)的位置可以判断离散时间系统是否稳定.如果极点都处于单位圆之上或者内部的

话,系统稳定;反之,系统不稳定.式(9)分母为 z 的4阶表达式,表明系统有4个极点.

此外,定义谱半径 $\rho = \max(|z_1|, |z_2|, |z_3|, |z_4|)$, $|z_l|$ 为第 l 个极点到原点的距离,其中 $l=1, 2, 3, 4$.根据前面稳定性的定义,可知:如果谱半径 $\rho \leq 1$,系统稳定,反之则不稳定.故可使用谱半径来更加直观地判断稳定性.

3 稳定性分析

选定一个基准模型,其结构参数为: $m_a = m_e = 300 \text{ kg}$; $\omega_a = \omega_e = 1\,000 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$; $\xi_a = \xi_e = 0.02$; $k_a = k_e = 30\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$; $c_a = c_e = 120 \text{ N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$,其中 ω_a 和 ω_e 分别代表分析子结构的圆频率和试验子结构的圆频率; ξ_a 和 ξ_e 分别代表分析子结构的阻尼比和试验子结构的阻尼比.时间步长 $\Delta t = 0.01 \text{ s}$.

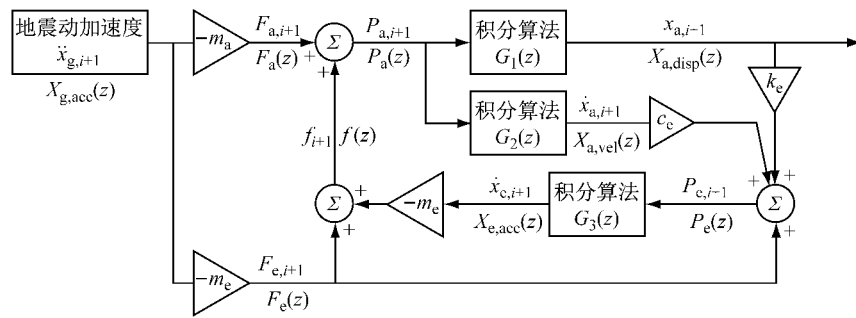


图 6 2层剪切型结构子结构方法方框图

Fig.6 Block diagram of substructure method for two-story shear type structure

通过闭环离散传递函数的分母系数可以看出,影响稳定性的因素包括结构参数、时间步长 Δt 、稳定性调节系数 κ 、是否采用动力凝聚以及动力凝聚的兴趣频率 ω_0 .为了研究这些因素对稳定性的影响,定义子结构质量比 $\lambda_m = m_e/m_a$ 和频率比 $\lambda_\omega = \omega_e/\omega_a$. λ_m 和 λ_ω 皆取3个值:0.01、1、100.时间步长 Δt 取0.001 s、0.01 s、0.1 s这3个值.稳定性调节系数 κ 取1、2这2个值.

3.1 不采用动力凝聚

基准模型(即 $\lambda_m = \lambda_\omega = 1, \Delta t = 0.01 \text{ s}$)不采用动力凝聚时,其极点位置如图7所示.此时, $\kappa = 1$ 和 $\kappa = 2$ 时对应的谱半径分别为7.911 1和2.781 7.可以看出,虽然增大 κ 可以减小谱半径,但是系统仍然不稳定.

3.1.1 质量比对稳定性的影响

令 $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ 、 $\lambda_\omega = 1$,保持分析子结构的结构参数不变,改变 λ_m 和 κ 的值.图8为不同 λ_m 和 κ 时的极点位置.表1列出相应的谱半径.

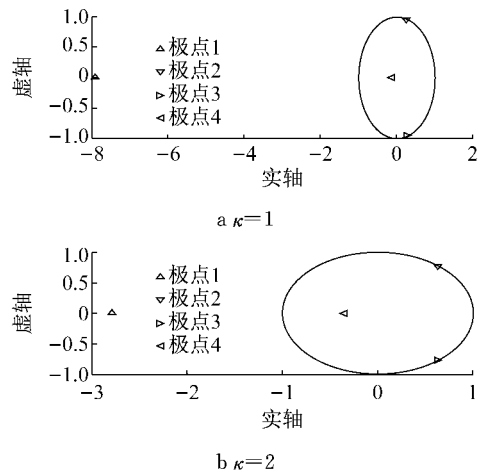


图 7 不采用动力凝聚时基准模型极点位置

Fig.7 Pole locations of benchmark model without using dynamic condensation

图8、图7和表1表明随着 λ_m 增大,极点1逐渐远离单位圆,谱半径也随着增大.增大 κ 可以减小谱半径.只有 $\lambda_m = 0.01, \kappa = 2$ 这一种情况下所有极点

都在单位圆内,谱半径小于 1,系统稳定;其余情况系统均不稳定。

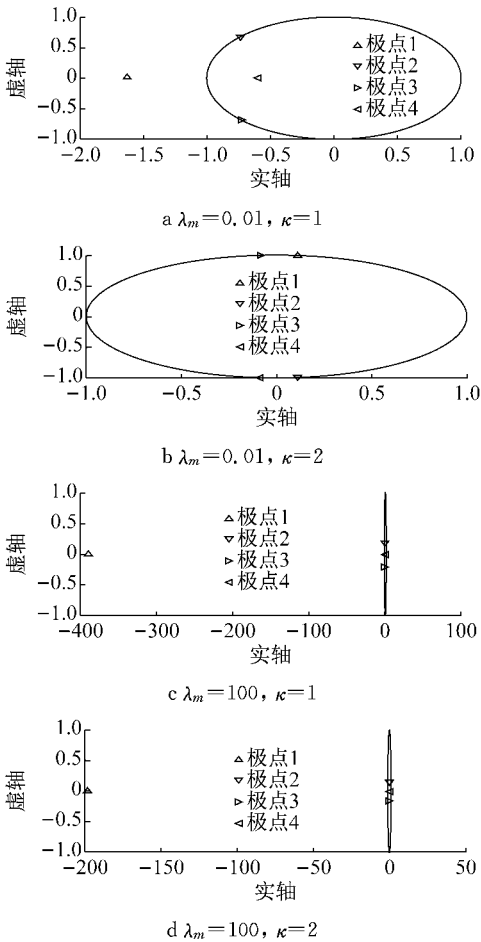


图 8 不采用动力凝聚时不同质量比及稳定性调节系数下的极点位置

Fig. 8 Pole locations of different mass ratios and stability adjustment factors without using dynamic condensation

表 1 不采用动力凝聚时不同质量比及稳定性调节系数下的谱半径

Tab. 1 Spectra radius of different mass ratios and stability adjustment factors without using dynamic condensation

κ	$\lambda_m=0.01$	$\lambda_m=1$	$\lambda_m=100$
1	1.632 8	7.911 1	388.834 1
2	0.996 5	2.781 7	197.995 4

3.1.2 频率比对稳定性的影响

令 $\Delta t=0.01\text{ s}$ 、 $\lambda_m=1$,保持分析子结构的结构参数不变,改变 λ_ω 和 κ 的值.图 9 为不同 λ_ω 和 κ 时的极点位置.表 2 列出相应的谱半径.

图 9、图 7 和表 2 表明随着 λ_ω 增大,极点 1 逐渐远离单位圆,谱半径也随着增大.增大 κ 可以减小谱半径.当 $\lambda_\omega=0.01$ 时所有极点都在单位圆内,谱半

径小于 1,系统稳定;其余情况系统均不稳定。

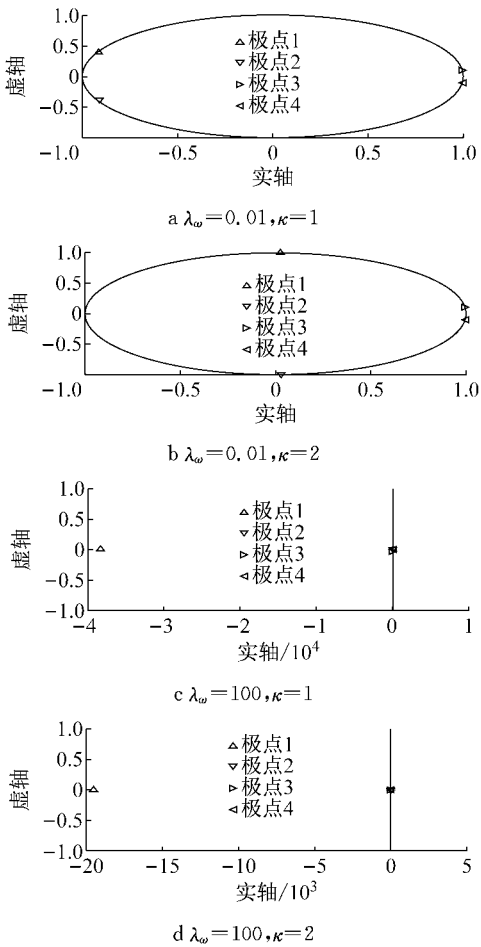


图 9 不采用动力凝聚时不同频率比及稳定性调节系数下的极点位置

Fig.9 Pole locations of different frequency ratios and stability adjustment factors without using dynamic condensation

表 2 不采用动力凝聚时不同频率比及稳定性调节系数下的谱半径

Tab.2 Spectra radius of different frequency ratios and stability adjustment factors without using dynamic condensation

κ	$\lambda_\omega=0.01$	$\lambda_\omega=1$	$\lambda_\omega=100$
1	0.998 0	7.911 1	$3.817\ 5\times 10^4$
2	0.998 0	2.781 7	$1.953\ 4\times 10^4$

3.1.3 时间步长对稳定性的影响

令 $\lambda_m=1$ 、 $\lambda_\omega=1$,保持分析子结构的结构参数不变,改变 Δt 和 κ 的值.图 10 为不同 Δt 和 κ 时的极点位置.表 3 列出相应的谱半径.

图 10、图 7 和表 3 表明随着 Δt 增大,极点 1 逐渐远离单位圆,谱半径也随着增大.当谱半径小于 1 时,增大 κ 会增大谱半径,当谱半径大于 1 时,增大 κ 可以减小谱半径.当 $\Delta t=0.001\text{ s}$ 时所有极点都在单

位圆内,谱半径小于 1,系统稳定;其余情况系统均不稳定。

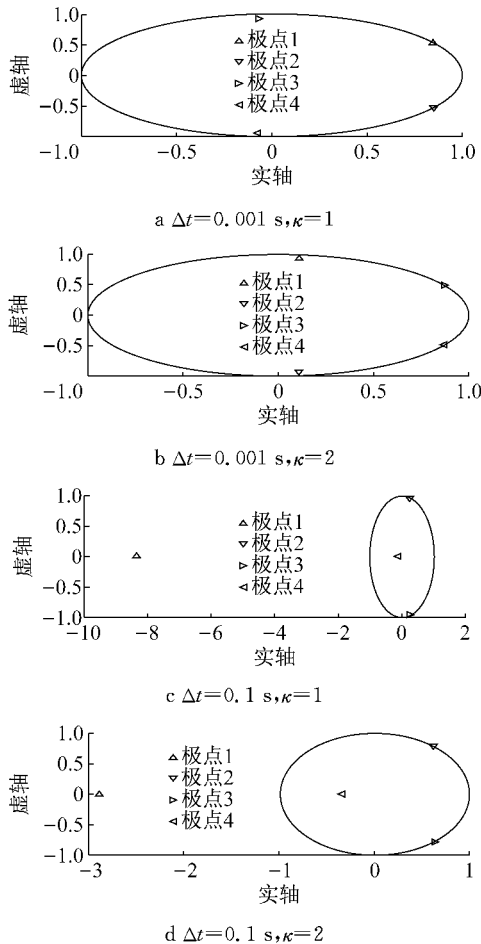


图 10 不采用动力凝聚时不同时间步长及稳定性调节系数下的极点位置

Fig. 10 Pole locations of different time steps and stability adjustment factors without using dynamic condensation

表 3 不采用动力凝聚时不同时间步长及稳定性调节系数下的谱半径

Tab. 3 Spectra radius of different time steps and stability adjustment factors without using dynamic condensation

κ	$\Delta t=0.001$ s	$\Delta t=0.01$ s	$\Delta t=0.1$ s
1	0.994 0	7.911 1	8.344 4
2	0.995 0	2.781 7	2.889 7

综上,通过增大 κ 而不采用动力凝聚的方式不能保证系统的稳定性。

3.2 采用动力凝聚

基准模型(即 $\lambda_m = \lambda_w = 1, \Delta t = 0.01$ s)采用动力凝聚时其极点位置如图 11 所示。图 12 为 ρ 随 ω_0/ω_{\max} 的变化图。可以看出,随着 ω_0 的增大,极点(尤其是极点 1)的位置都在变化;谱半径的值很快趋于稳

定,当 $\kappa=1$ 时,谱半径一直大于 1;而当 $\kappa=2$,且 $\omega_0/\omega_{\max} > 0.75$ 时,谱半径小于 1,系统稳定。

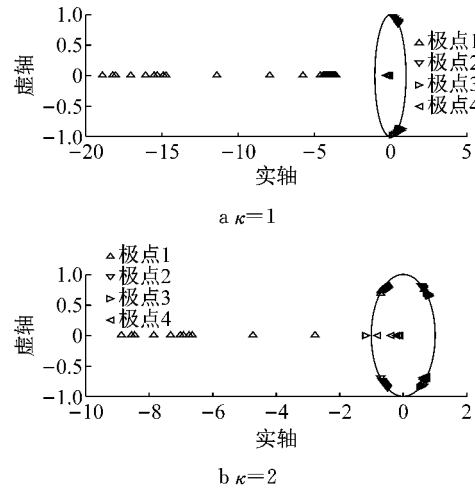


图 11 采用动力凝聚时基准模型极点位置随兴趣频率的变化

Fig. 11 Variation of pole locations for benchmark model with respect to interest frequency using dynamic condensation

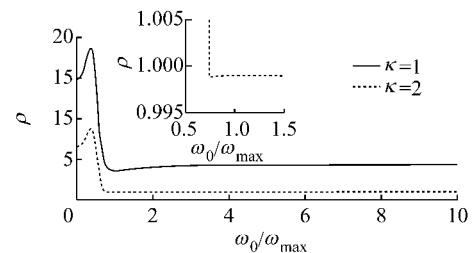


图 12 采用动力凝聚时基准模型的谱半径随兴趣频率的变化

Fig. 12 Variation of spectra radius for benchmark model with respect to interest frequency using dynamic condensation

3.2.1 质量比对稳定性的影响

令 $\Delta t = 0.01$ s, $\lambda_w = 1$, 保持分析子结构的结构参数不变,改变 λ_m 和 κ 的值,采用动力凝聚计算积分参数,并改变 ω_0 的值。图 13、14 分别为不同 λ_m 和 κ 时极点位置和谐半径随 ω_0 的变化图。

可以看出,随着 ω_0 的增大,极点(尤其是极点 1)的位置都在变化。当 $\lambda_m = 0.01, \kappa = 1$ 时,谱半径一直大于 1,系统不稳定;而当 $\lambda_m = 0.01, \kappa = 2$ 时,谱半径一直略小于 1,系统稳定。当 $\lambda_m = 100, \kappa = 1$ 时,谱半径一直大于 1,系统不稳定;而当 $\lambda_m = 100, \kappa = 2$, 且 $\omega_0/\omega_{\max} > 0.63$ 时,谱半径小于 1,系统稳定。

3.2.2 频率比对稳定性的影响

令 $\Delta t = 0.01$ s, $\lambda_m = 1$, 保持分析子结构的结构参数不变,改变 λ_w 和 κ 的值,采用动力凝聚计算积分

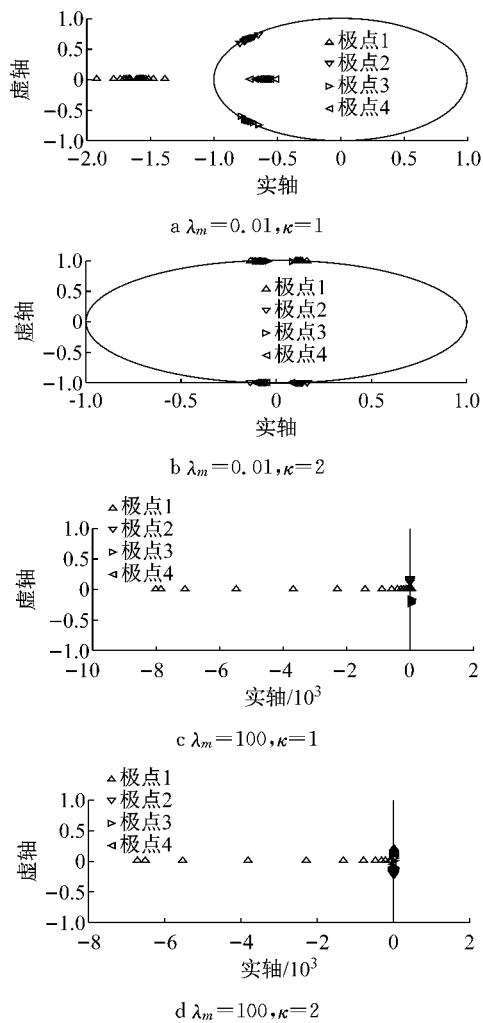


图 13 采用动力凝聚时不同质量比及稳定性调节系数下的极点位置随兴趣频率的变化

Fig. 13 Variation of pole locations of different mass ratios and stability adjustment factors with respect to interest frequency using dynamic condensation

参数,并改变 ω_0 的值. 图 15、16 分别为不同 λ_m 和 κ 时极点位置和谱半径随 ω_0 的变化图.

可以看出,随着 ω_0 的增大,极点(尤其是极点 1)的位置都在变化. 当 $\lambda_m = 0.01, \kappa = 1$ 或 2, 且 $\omega_0/\omega_{\max} > 0.1$ 时,谱半径小于 1,系统稳定. 当 $\lambda_m = 100, \kappa = 1$ 时,谱半径一直大于 1,系统不稳定;而当 $\lambda_m = 100, \kappa = 2$, 且 $\omega_0/\omega_{\max} > 0.7$ 时,谱半径小于 1,系统稳定.

3.2.3 时间步长对稳定性的影响

令 $\lambda_m = 1, \lambda_w = 1$, 保持分析子结构的结构参数不变,改变 Δt 和 κ 的值,采用动力凝聚计算积分参数,并改变 ω_0 的值. 图 17、18 分别为不同 Δt 和 κ 时极点位置和谱半径随 ω_0 的变化图.

可以看出,随着 ω_0 的增大,极点的位置(尤其是极点 1)都在变化. 当 $\Delta t = 0.001$ s, $\kappa = 1$ 或者 2 时,谱

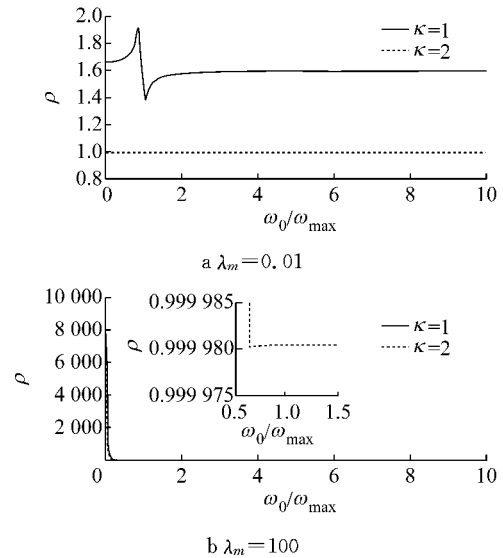
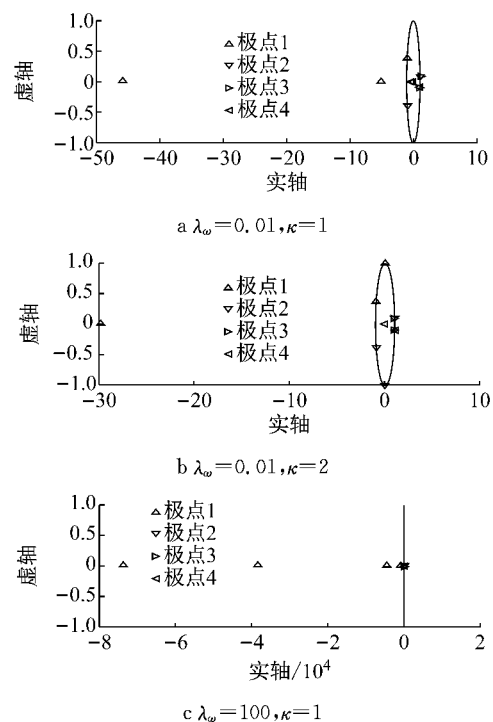


图 14 采用动力凝聚时不同质量比及稳定性调节系数下的谱半径随兴趣频率的变化

Fig. 14 Variation of spectra radius of different mass ratios and stability adjustment factors with respect to interest frequency using dynamic condensation

半径一直小于 1,系统稳定. 需要注意的是,这里 $\kappa = 2$ 时的谱半径比 $\kappa = 1$ 时的谱半径略大,而其他时候增大 κ 都会使谱半径减小. 当 $\Delta t = 0.1$ s, $\kappa = 1$ 时,谱半径一直大于 1,系统不稳定;而 $\Delta t = 0.1$ s, $\kappa = 2$, 且 $\omega_0/\omega_{\max} > 0.74$ 时,谱半径小于 1,系统稳定.

综上,通过增大 κ ,同时采用动力凝聚的方式可以保证系统的稳定性,兴趣频率前文的建议取值 $\omega_0 = \omega_{\max}$ 是能保证稳定性的.



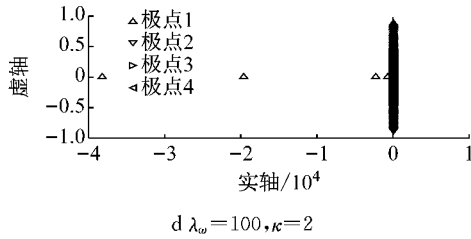


图 15 采用动力凝聚时不同频率比及稳定性调节系数下的极点位置随兴趣频率的变化

Fig. 15 Variation of pole locations of different frequency ratios and stability adjustment factors with respect to interest frequency using dynamic condensation

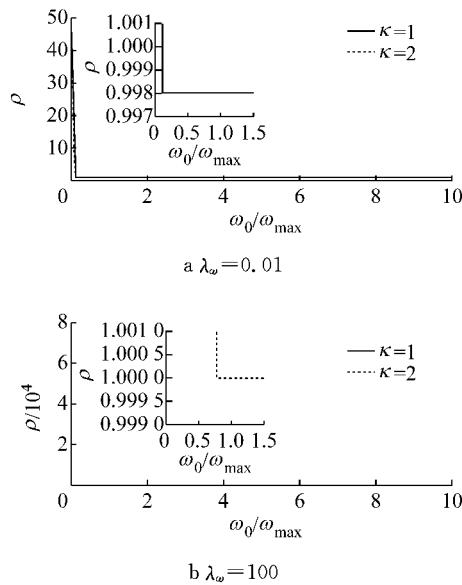


图 16 采用动力凝聚时不同频率比及稳定性调节系数下的谱半径随兴趣频率的变化

Fig. 16 Variation of spectra radius of different frequency ratios and stability adjustment factors with respect to interest frequency using dynamic condensation

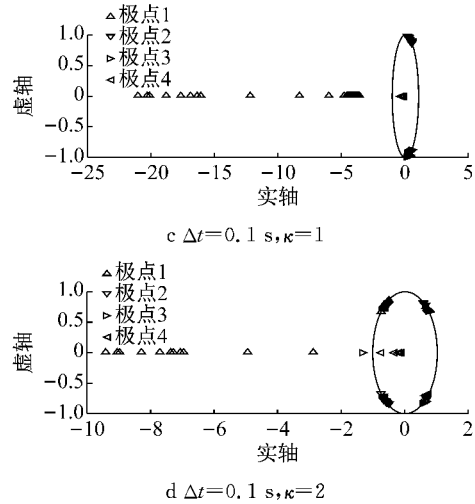
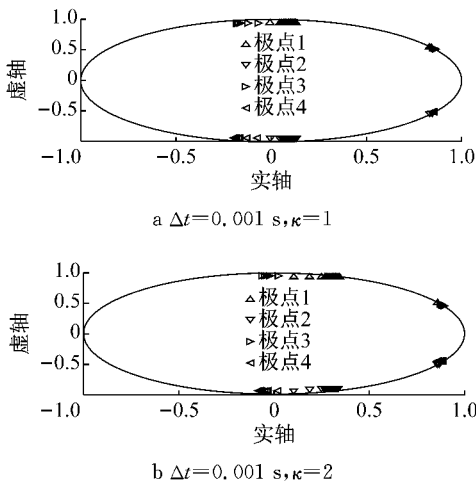


图 17 采用动力凝聚时不同时间步长及稳定性调节系数下的极点位置随兴趣频率的变化

Fig. 17 Variation of pole locations of different time steps and stability adjustment factors with respect to interest frequency using dynamic condensation

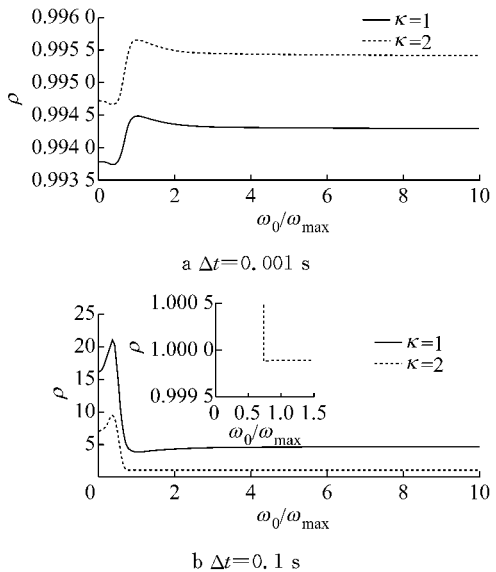


图 18 采用动力凝聚时不同时间步长及稳定性调节系数下的谱半径随兴趣频率的变化

Fig. 18 Variation of spectra radius of different time steps and stability adjustment factors with respect to interest frequency using dynamic condensation

4 结论及展望

根据 2 层剪切型结构的稳定性分析结果,得到如下结论:

(1) 提高稳定性调节系数谱半径基本都会减小,对保证子结构方法的稳定性有利。

(2)增加质量比、频率比和时间步长,都会使谱半径增加,故对保证子结构方法的数值稳定性不利。

(3)如果只通过提高稳定性调节系数,但不采用动力凝聚以考虑试验子结构的影响,无法保证子结构方法的数值稳定性。

(4)提高稳定性调节系数,且采用 $\omega_0 = \omega_{\max}$ 进行动力凝聚,可以保证子结构方法的数值稳定性。

需要注意的是,时滞等其他因素也会影响子结构振动台试验方法的稳定性,故本文所提的方法仍需要进一步的试验论证。

参考文献:

- [1] KOLAY C, RICLES J M. Assessment of explicit and semi-explicit classes of model-based algorithms for direct integration in structural dynamics [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2016, 107(1): 49.
- [2] CHANG S Y. Explicit pseudodynamic algorithm with unconditional stability [J]. *Journal of Engineering Mechanics: ASCE*, 2002, 128(9): 935.
- [3] CHEN Cheng, RICLES J. Development of direct integration algorithms for structural dynamics using discrete control theory [J]. *Journal of Engineering Mechanics: ASCE*, 2008, 134(8): 676.
- [4] CHANG S Y. An explicit structure-dependent algorithm for pseudodynamic testing [J]. *Engineering Structures*, 2013, 46: 511.
- [5] HORIUCHI T, INOUE M, KONNO T. Development of a real-time hybrid experimental system using a shaking table [EB/OL]. [2017-01-10]. <http://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/0843.pdf>.
- [6] IGARASHI A, IEMURA H, SUWA T. Development of substructured shaking table test method [EB/OL]. [2017-01-10]. <http://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/1775.pdf>.
- [7] LEE S K, PARK E C, MIN K W, *et al.* Real-time hybrid shaking table testing method for the performance evaluation of a tuned liquid damper controlling seismic response of building structures [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 302(3): 596.
- [8] MALEKGHASEMI H, ASHASI-SORKHABI A, GHAEEMAGHAMI A R, *et al.* Experimental and numerical investigations of the dynamic interaction of tuned liquid damper-structure systems [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2015, 21(14): 2707.
- [9] MOSALAM K M, GÜNAY S. Seismic performance evaluation of high voltage disconnect switches using real-time hybrid simulation: I. System development and validation [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2013, 43(8): 1205.
- [10] WANG Qiang, WANG Jinting, JIN Feng, *et al.* Real-time dynamic hybrid testing for soil-structure interaction analysis [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2011, 31(12): 1690.
- [11] ZHOU Mengxia, WANG Jinting, JIN Feng, *et al.* Real-time dynamic hybrid testing coupling finite element and shaking table [J]. *Journal of Earthquake Engineering*, 2014, 18(4): 637.
- [12] SHAO Xiaoyun, REINHORN A M, SIVASELVAN M V. Real-time hybrid simulation using shake tables and dynamic actuators [J]. *Journal of Structural Engineering: ASCE*, 2010, 137(7): 748.
- [13] NAKATA N, STEHMAN M. Substructure shake table test method using a controlled mass: Formulation and numerical simulation [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, 41(14): 1977.
- [14] 彭天波, 谢馨, 曾忠, 等. 采用 Chang 方法的混合试验的稳定性和精度 [J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2014, 42(12): 1790.
- [15] PENG Tianbo, XIE Xin, ZENG Zhong, *et al.* Stability and accuracy of shaking table-actuator hybrid test with Chang method [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2014, 42(12): 1790.
- [16] CHEN Cheng, RICLES J, MARULLO T M, *et al.* Real-time hybrid testing using the unconditionally stable explicit CR integration algorithm [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2009, 38(1): 23.
- [17] CHEN Cheng, RICLES J, KARAVASILIS T, *et al.* Evaluation of a real-time hybrid simulation system for performance evaluation of structures with rate dependent devices subjected to seismic loading [J]. *Engineering Structures*, 2012, 35: 71.
- [18] CHEN Cheng, RICLES J. Large-scale real-time hybrid simulation involving multiple experimental substructures and adaptive actuator delay compensation [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, 41(3): 549.
- [19] 傅博, 蒋欢军. 使用新算法的剪切型子结构振动台试验稳定性 [J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2016, 44(8): 1160.
- [20] FU Bo, JIANG Huanjun. Stability of shear-type substructure shaking table testing using a new algorithm [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2016, 44(8): 1160.
- [19] LEUNG A Y T. An accurate method of dynamic condensation in structural analysis [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1978, 12(11): 1705.
- [20] OGATA K. *Discrete-time control systems* [M]. 2nd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1995.