

# 基于优化算法的能量等值延性指标评价

林煌斌<sup>1,2</sup>, 唐寿高<sup>1</sup>

(1. 同济大学 航空航天与力学学院, 上海 200092; 2. 集美大学 工程学院, 福建 厦门 361021)

**摘要:** 设计多层前馈 BP、径向基 RBF 和遗传优化 GA-BP 算法训练并预测能量等值法极限承载延性指标  $\mu_{\Delta e}$ , 采用 5 个控制参数及 PEER 库与拟静力试验作为训练和预测样本. 编写 BP 及其隐含层节点数和学习率的优化算法, 编写 RBF 及其节点数和中心宽度的优化算法, 采用 GA 优化 BP 算法权值  $w_{ij}$  和阈值  $\theta_j$  并抑制局部最优及逼近数据规律, 并实现算法预测足尺框架柱延性指标  $\mu_{\Delta e}$  值. 研究表明 GA-BP 具有最佳适用性和计算优越性, 提供结构损伤评价新方法.

**关键词:** 优化算法; 能量等值; 延性指标; 损伤评价

**中图分类号:** P315.9

**文献标志码:** A

## Evaluation on Energy Equivalent Ductility Index Based on Optimized Algorithm

LIN Huangbin<sup>1,2</sup>, TANG Shougaoh<sup>1</sup>

(1. School of Aerospace Engineering & Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. College of Engineering, Jimei University, Fujian Xiamen 361021, China)

**Abstract:** back propagation(BP), radial basis function(RBF) and genetic algorithm-back propagation (GA-BP) are used to train and predict the ultimate ductility index  $\mu_{\Delta e}$  of dual-energy equivalent method. Five control parameters and PEER database and quasi-static test are used as training and prediction samples. BP and optimization algorithm of its node numbers in hidden layer and learning rate are compiled, RBF and optimization algorithm of its node numbers and central width are compiled. Genetic algorithm (GA) is used for optimizing weight  $w_{ij}$  and threshold  $\theta_j$  in back-propagation (BP) to inhibit the local optimum, making relationship between testing data approximate to the real mapping principle. Algorithms is realized to predict  $\mu_{\Delta e}$  of full-scale columns. Research indicates GA-BP has optimal adaptability and computing superiority, provide new method for structural damage evaluation.

**Key words:** optimized algorithm; energy equivalence;

ductility index; damage evaluation

恢复力本构关系是力学与结构领域的重要问题. 结构设计采用结构抗震性能响应计算方法的准确性与可靠性仍需要充分的评估, 美国规范 FEMA<sup>[1]</sup> 中建议尽快建立结构响应预测的准确性和地震不确定性的评估框架, 结构非线性分析中应着重评价构件弹塑性变形程度及其可能破坏部位<sup>[2]</sup>. 基于构件实际承载力, 分析变形薄弱部位并提出相应加强措施, 结构通过构件变形耗能来确保大震下具有良好抗震性能, 承载体系中最重要结构柱应具有良好弹塑性变形延性以及能量耗能延性.

延性性能是目前评价结构弹塑性抗震性能的最重要指标, 而延性指标是描述延性性能的重要载体. 经过分析, 计算延性指标可采用收敛准则“实际和模型曲线闭合双能量等值”和“实际和模型曲线闭合双能量和最小”的双能量等值法延性系数(图 1), 图 1 中,  $\delta_y$  为屈服位移,  $\delta_{\max}$  为最大位移,  $Q_y$  为屈服荷载,  $Q_{\max}$  为极限荷载,  $L_1$  和  $L_2$  为拟合骨架曲线双能量等值的动态方程线. 该方法求解的极限承载延性指标最接近于描述拟静力试验柱的实际规律, 双能量等值法得到美国规范 FEMA<sup>[3]</sup> 推荐. 本文采用基于双能量等值法的延性指标  $\mu_{\Delta e}$  评价结构柱的弹塑性极限承载性能, 但是基于双能量等值法的延性系数计算方法应用于弹塑性数值分析难度较大, 且控制影响因素较多, 所以本文采用优化算法分析预测研究. 基于美国太平洋地震工程研究中心 (PEER) 数据库<sup>[4-5]</sup> 与前期试验研究<sup>[6]</sup> 建立试验数据库, 影响拟静力试验柱的位移延性系数主要因素<sup>[7]</sup> 有剪跨比  $\lambda$ 、强度等级  $f_c$ 、轴压比  $n_0$ 、纵筋率  $\rho_l$  和箍筋率  $\rho_w$ . 本文基于不同算法分析, 主要采用遗传优化多层前馈型算法 (genetic algorithm-back propagation, GA-BP) 研

收稿日期: 2017-03-24

基金项目: 国家自然科学基金(5578066), 福建省教育厅科研基金(JAT170328, FBJG20170066), 集大博士科研启动基金(ZQ2017009)

第一作者: 林煌斌(1981—), 男, 工学博士, 副教授, 同济大学访问学者, 国家一级注册结构工程师, 主要研究方向为结构工程力学分析.

E-mail: 1110448@tongji.edu.cn

究五参数( $\lambda$ - $f_c$ - $n_0$ - $\rho_l$ - $\rho_w$ )对结构柱  $\mu_{\Delta e}$  的影响规律与预测,得到双能量等值延性指标的评价算法,可预测评价新型高强结构柱的极限承载延性性能。

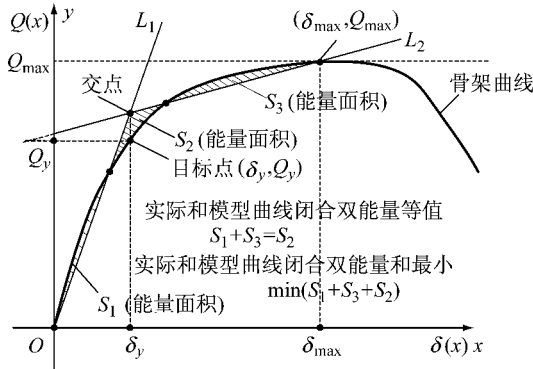


图 1 基于双能量等值法的极限承载延性指标图  
Fig.1 Ductility index based on dual energy equivalent method

## 1 多层前馈 BP 算法建模与延性评价

### 1.1 多层前馈 (BP) 算法模型研究与流程设计

优化算法<sup>[8]</sup>具有高度非线性及自适应性<sup>[9]</sup>,表

达式<sup>[10]</sup> $y_i = f(\sum_{j=1}^n w_{ij}x_j + \theta_j)$ ,  $y_i$  为  $i$  输出,  $f(\cdot)$  为激活函数,  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \subset \mathbf{R}^n$  为输入信号,  $w_{ij}$  为连接强度权值,  $\theta_j$  为输入信号强度达到最小值产生输出响应  $j$  阈值. 多层前馈 (back-propagation, BP)<sup>[11]</sup> 是高效多层网络算法,是梯度下降法<sup>[12]</sup>在多层前馈网络中应用,该算法是目前应用最广泛的方法<sup>[9]</sup>,BP 算法是本文采用 GA-BP 的前提与基础.

BP 计算中权值  $w_{ij}$  和阈值  $\theta_j$  持续得到修正,使网络输出与目标输出不断拟合逼近,最终得到逼近预测数据存在规律的网络结构与参数,BP 算法求解误差函数最小值问题,采用非线性规划最速下降法<sup>[13]</sup>,按误差函数的负梯度方向修改权值  $w_{ij}$ . 本文采用 BP (levenberg-marquardt<sup>[14]</sup>,简称 L-M) 算法,经测试 L-M 收敛速度最快,收敛精度最高,但存在收敛速度较慢且易限于局部极小值状态等不足之处.

### 1.2 BP 算法构建与参数优化设计

BP 算法预测结构柱的双能量等值法延性指标  $\mu_{\Delta e}$  的算法步骤程序设计流程实现如图 2 所示.

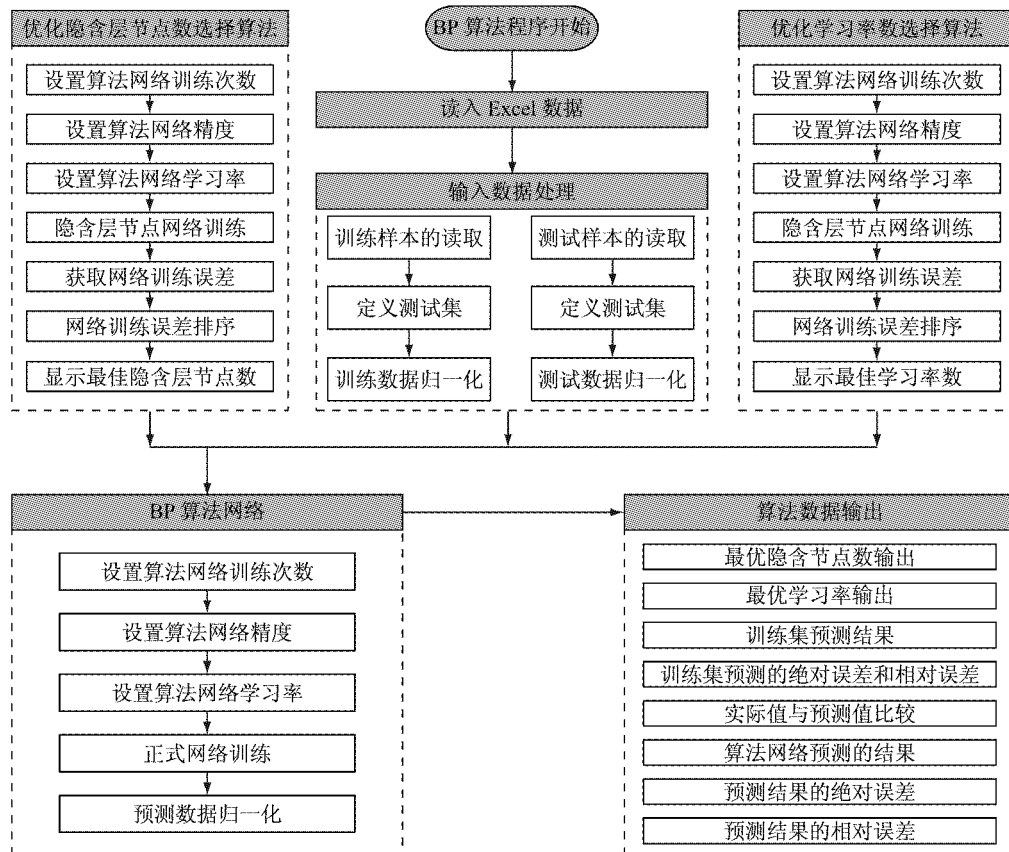


图 2 BP 算法程序实现设计流程图

Fig.2 Flow chart of design of BP algorithm program

(1) 构造算法网络训练集和测试集. 按  $(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m)$  组成向量, 定义算法训练样本. 样本数  $\varphi$  采用规则<sup>[15]</sup>  $p=1+h(n+m+1)/m$ , 其中  $p$  为需要训练样本数,  $n$  为输入节点数,  $m$  为输出节点数,  $h$  为隐含层节点数, 当  $\varphi \leq p$  时算法具有较好逻辑预测性能. 本文共取 38 根构件作为样本集与测试集, 试验数据来源于 PEER 中 279 根真实构件中影响关联性较强的 28 根构件 (Saatcioglu 和 Gira<sup>[16]</sup>, Matamoros 和 Adolfo<sup>[17]</sup>, Légeron 和 Paultre<sup>[18]</sup>, Paultre 和 Légeron<sup>[19]</sup>) 和 SP01~SP10 拟静力钢筋混凝土 (reinforced-concrete, RC) 结构柱

试验柱训练与预测样本, 共 38 根试验数据. 以随机算法遴选出 30 组数据作为训练样本, 以 8 组数据作为检验样本 (1~28 随机抽 4 个, 29~32 随机抽 2 个, 33~38 随机抽 2 个), 共 8 个样本组成预测集, 训练数据归一化, 试验数据见表 1. 表中, 共 38 组真实试验数据 (来源 PEER 数据库 1~28 与试验 29~38), 算法遴选出 38 组作为训练与预测样本.  $f_{l,yk}$  为纵筋强度值,  $f_{w,yk}$  为箍筋强度值;  $\delta_y$  为试件屈服位移;  $\delta_u$  为试件极限位. 设定收敛标准对样本训练直至误差达到设定误差阈值.

表 1 拟静力 RC 柱试件训练集和测试集试验数据汇总表

Tab.1 Quasi static RC column specimen training set and test set data parameters

序号	试件编号	$f_c/\text{MPa}$	$n_0$	$\lambda$	$\rho_l/\%$	$\rho_w/\%$	$f_{l,yk}/\text{MPa}$	$f_{w,yk}/\text{MPa}$	$\mu_{\Delta e}$	$\delta_y/\text{mm}$	$\delta_u/\text{mm}$
1	1006040 <sup>[18]</sup>	98.2	0.39	6.99	2.15	4.26	457	404	3.12	40.72	127.00
2	10013040 <sup>[18]</sup>	104.3	0.37	6.99	2.15	1.96	457	418	1.15	40.43	46.60
3	806040 <sup>[19]</sup>	78.7	0.41	6.99	2.15	4.26	467	438	4.82	36.07	173.96
4	1206040 <sup>[19]</sup>	109.2	0.41	6.99	2.15	4.26	467	438	3.18	38.35	122.13
5	1005540 <sup>[19]</sup>	109.5	0.41	6.99	2.15	3.30	467	825	6.46	20.70	133.77
6	1008040 <sup>[19]</sup>	104.2	0.37	6.99	2.15	2.27	467	825	3.55	30.41	108.01
7	1005552 <sup>[19]</sup>	104.5	0.53	6.99	2.15	3.30	481	744	3.28	28.01	91.84
8	1006052 <sup>[19]</sup>	109.4	0.51	6.99	2.15	4.26	481	744	2.46	36.87	90.86
9	1006015 <sup>[18]</sup>	92.4	0.14	6.99	2.15	4.26	469	391	6.70	27.24	182.38
10	1006025 <sup>[18]</sup>	93.3	0.28	6.99	2.15	4.26	456	404	4.73	36.87	174.52
11	10013015 <sup>[18]</sup>	94.8	0.14	6.99	2.15	1.96	469	391	3.95	30.91	122.10
12	10013025 <sup>[18]</sup>	97.7	0.26	6.99	2.15	1.96	456	404	3.05	30.36	92.47
13	BG1 <sup>[16]</sup>	34.0	0.43	5.12	1.95	1.01	571	262	3.32	14.91	49.51
14	BG2 <sup>[16]</sup>	34.0	0.43	5.12	1.95	2.01	571	262	3.67	22.78	83.51
15	BG3 <sup>[16]</sup>	34.0	0.20	5.12	1.95	2.01	571	262	6.54	17.75	116.00
16	BG4 <sup>[16]</sup>	34.0	0.46	5.12	2.93	1.31	571	262	4.15	20.11	83.51
17	BG5 <sup>[16]</sup>	34.0	0.46	5.12	2.93	2.70	571	262	6.04	19.20	116.00
18	BG6 <sup>[16]</sup>	34.0	0.46	5.12	2.93	2.70	580	262	8.21	14.13	116.00
19	BG7 <sup>[16]</sup>	34.0	0.46	5.12	2.93	1.31	580	262	6.49	17.87	116.00
20	BG8 <sup>[16]</sup>	34.0	0.23	5.12	2.93	1.31	580	262	5.76	20.48	118.00
21	BG9 <sup>[16]</sup>	34.0	0.46	5.12	3.28	1.31	580	262	5.62	21.01	118.00
22	BG10 <sup>[16]</sup>	34.0	0.46	5.12	3.28	2.71	570	262	6.81	17.33	118.00
23	C1005N <sup>[17]</sup>	69.6	0.05	3.74	1.93	1.01	381	357	3.88	11.52	44.70
24	C1010N <sup>[17]</sup>	67.8	0.10	3.44	1.93	1.01	381	357	3.75	11.85	44.45
25	C1020N <sup>[17]</sup>	65.5	0.21	3.37	1.93	1.01	381	357	3.42	11.14	38.10
26	C50N <sup>[17]</sup>	37.9	0.05	3.48	1.93	1.01	381	357	4.09	10.82	44.20
27	C520N <sup>[17]</sup>	48.3	0.14	3.72	1.93	1.01	381	357	2.67	14.36	38.40
28	C540N <sup>[17]</sup>	38.1	0.36	3.35	1.93	1.01	381	357	1.73	14.89	25.70
29	SP01	67.1	0.20	1.90	1.608	0.451	451	435	1.86	4.51	8.39
30	SP02	67.1	0.20	1.90	3.928	0.451	484	435	1.22	5.80	7.09
31	SP03	75.9	0.20	1.90	1.608	0.451	451	435	1.11	7.43	8.26
32	SP04	70.7	0.20	1.90	1.608	0.451	451	435	1.27	5.54	7.06
33	SP05	57.3	0.20	1.90	3.35	0.451	515	497	1.31	10.11	13.26
34	SP06	57.3	0.35	1.90	3.35	0.451	515	497	1.67	5.65	9.46
35	SP07	57.3	0.50	1.90	3.35	0.451	515	497	1.51	6.53	9.88
36	SP08	57.3	0.35	1.90	3.35	0.671	515	497	1.39	7.56	10.53
37	SP09	57.3	0.20	1.50	3.35	0.451	515	497	1.40	7.16	10.02
38	SP10	57.3	0.20	2.40	3.35	0.451	515	497	1.52	8.75	13.26

(2)BP 算法的构建与参数优化. 常规算法中常采用手工多次试算设定网络参数,如选择隐含层的单元个数、误差运算下降梯度、动量因子大小等参数,试算最终检验来确定最佳网络模型,本文程序设计增加优化选择模块,可实现程序匹配计算选择达到训练的最优化状态,并选定最优隐含层节点数和学习率,最优隐含层节点数和学习率计算结果如图 3 所示,隐含层数  $n_H=10$ ,学习率  $L_R=0.07$ ,BP 算法网络建立 5-10-1 型最优 BP 算法网络.

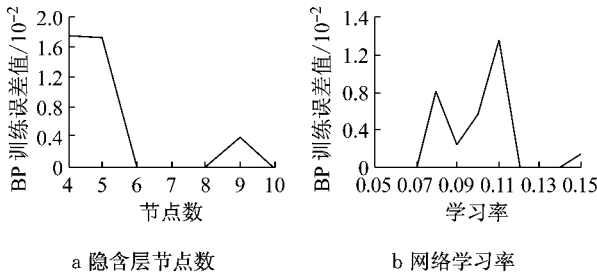


图 3 优化隐含层节点数和学习率对 BP 训练误差影响

Fig.3 Influence of optimizing number of nodes at hidden layers and learning rate on BP training error

(3)BP 算法网络训练. 样本输入算法网络中并设置收敛精度要求,输入层 tansig,隐含层 tansig,输出层 purelin,训练采用 trainlm. 当收敛精度达到设定参数限值时,网络训练完成. 结果如图 4 所示.

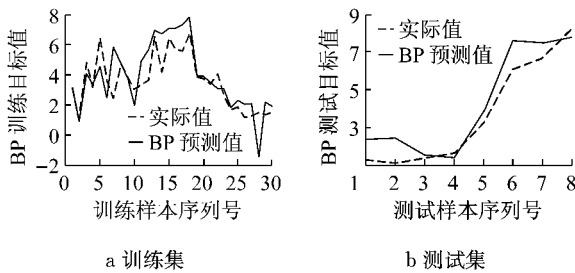


图 4 BP 算法网络训练集和测试集的预测结果

Fig.4 Predicted results of BP network training set and test set

(4)BP 算法的预测. 按样本顺序组合成输入向量,输入到训练完成的算法模型中预测柱极限承载延性指标  $\mu_{\Delta}$ . 预测结果如图 5~6 所示.

## 2 RBF 算法模型建模与延性评价

### 2.1 径向基 RBF 算法模型研究与流程设计

径向基 RBF 算法(radical basis function)是多维空间插值算法的前馈型算法,原理基于 Powell<sup>[20]</sup>

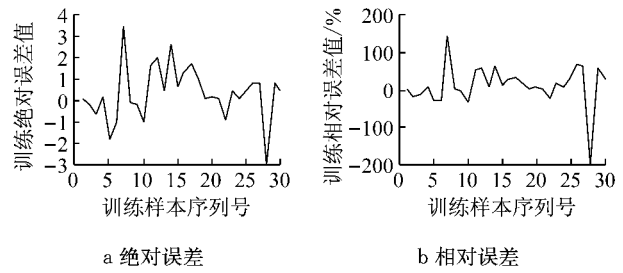


图 5 BP 算法网络训练集预测的绝对误差和相对误差

Fig.5 Predicted absolute and relative error of BP training set

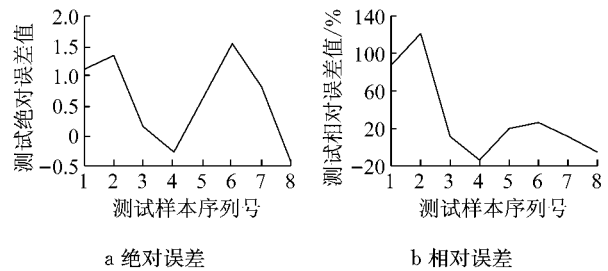


图 6 BP 算法网络测试集预测的绝对误差和相对误差

Fig.6 Predicted absolute and relative error of BP test set

提出多变量插值径向基函数, Broomhead 和 Lowe<sup>[21]</sup>根据计算元具有局部响应特点,将多变量插值径向基函数引入优化算法产生 RBF 计算方法, Jackson 等<sup>[22]</sup>证明 RBF 算法对非线性连续函数一致逼近性能的可行性并拓展算法. RBF 算法采用径向基函数作为隐单元基构成隐含层空间,隐含层对样本输入矢量由低维模式变换到高维空间,实现低维线性不可分在高维空间线性可分,可任意精度逼近任意非线性函数,分析非线性系统难以归纳解析映射关系,具有良好泛化能力与较快学习收敛速度.

RBF 算法结构组成. 算法结构由①第一层输入层(信号源节点组成);②第二层隐含层(对中心点径向对称且衰减非负非线性函数的变换函数即径向基)和③第三层输出层(输入模式响应)组成. 节点激活函数采用 RBF,定义为空间任一点到中心之间的欧式距离单调函数,激活函数取以输入向量和权值向量距离  $\|d\|$  作为自变量,算法激活函数表达式为  $R(\|d\|)=e^{-\|d\|^2}$ . 隐含层对激活函数(高斯函数<sup>[23]</sup>)参数调整<sup>[24]</sup>(采用非线性优化法),网络学习速度较慢,输出层采用线性优化法调整线性权值,网络学习速度较快.

RBF 算法求解参数. 求解参数有基函数中心、方差及隐含层输出层权值,采用随机选取中心法<sup>[25]</sup>学习法,由自组织式算法(求解隐含层的基函数中心与

方差)和控制式算法(求解隐含层到输出层之间的权值)组成,采用径向基高斯函数<sup>[23]</sup>,激活函数为  $R(x_p - c_i) = \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|x_p - c_i\|^2\right)$ , 其中  $\|x_p - c_i\|$  为欧式范数,  $c_i$  为高斯函数中心,  $\sigma$  为方差. 样本节点输出函数  $y_i = \sum_{i=1}^n w_{ij} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|x_p - c_i\|^2\right)$ , 其中  $x_p = (x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{pm})^T$  为第  $p$  输入样本,  $p$  为样本总数,  $c_i$  为网络隐含层结点中心,  $w_{ij}$  为隐含层到输出层的连接权值,  $n$  为隐含层节点数, 基函数方差为  $\sigma = \frac{1}{p} \sum_j \|d_j - y_j c_i\|^2$ ,  $d$  为样本期望输出值.

### 2.2 RBF 算法构建与参数优化设计

RBF 程序构建如图 7 所示. ①  $K$  均值聚类法求基函数中心  $c$ , 选择 38 组实际试验数据作为训练和预测样本, 以 8 组数据作为检验样本, 作为聚类中心

$c_i (i=1, 2, \dots, h)$ . ② 输入训练样本集合采用最近邻规则分组, 按照  $x_p$  与中心  $c_i$  间的欧式距离将  $x_p$  分配到输入样本的聚类集合  $\vartheta_p (p=1, 2, \dots, p)$  中. ③ 重新调整聚类中心, 计算各聚类集合  $\vartheta_p$  训练样本平均值(新聚类中心  $c_i$ ), 不再发生变化, 所得  $c_i$  即 RBF 最终基函数中心, 否则返回②, 进行下一轮中心求解. ④ 优化选择中心点节点数与宽度. 本文设计优化程序可自动遴选匹配最佳的中心节点数和中心宽度, 中心节点数和宽度分析结果如图 8 所示, 中心节点数  $N_M=25$ , 中心点宽度  $S_M=0.8$ . ⑤ 求解方差  $\sigma_i$ . 基函数为高斯函数, 方差  $\sigma_i = c_m / \sqrt{2h}$ ,  $i=1, 2, \dots, h$ , 其中  $c_m$  为所选取中心间最大距离, 计算隐含层和输出层间的权值. ⑥ 隐含层至输出层之间的连接权值选用最小二乘法<sup>[23]</sup>, 按  $w = \exp(h \|x_p - c_i\|^2 / c_{\max}^2)$  求解.

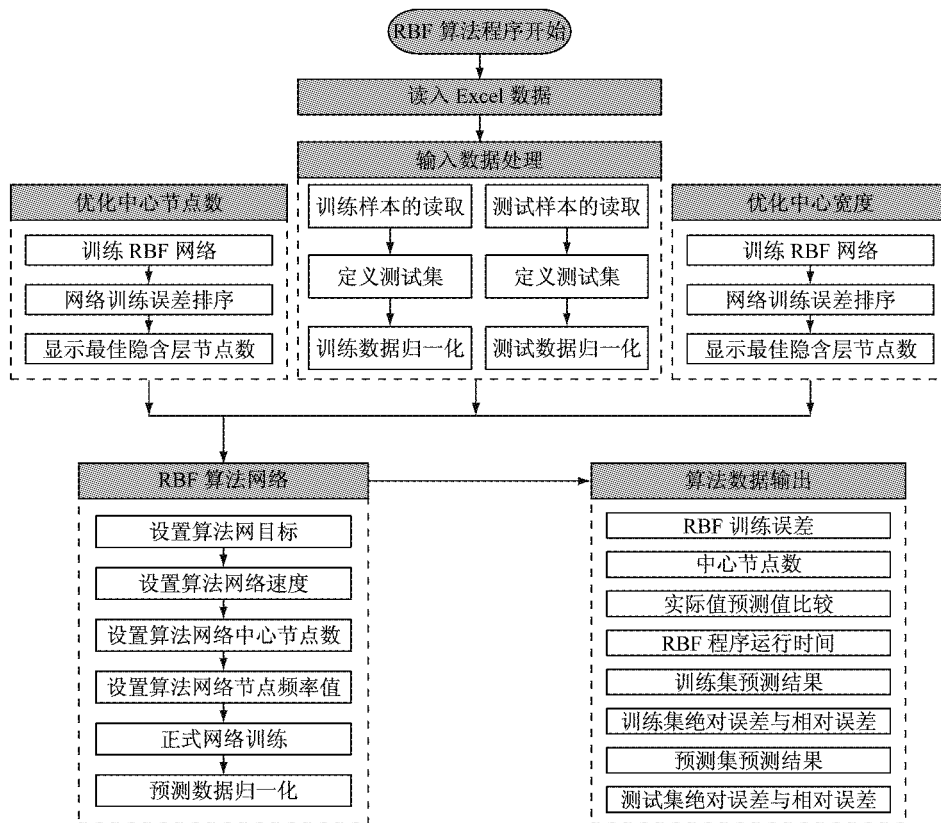


图 7 RBF 算法程序流程构建图

Fig. 7 Flow chart of constructing RBF algorithm's program

### 2.3 RBF 算法预测延性结果分析

RBF 算法网络训练集的预测极限承载延性系数结果和误差收敛曲线如图 9 所示, 训练集预测绝对误差和相对误差见图 10 所示, RBF 算法测试集的预测结果和相对误差如图 11 所示.

## 3 GA-BP 算法模型建模与延性评价

### 3.1 GA-BP 算法模型研究与流程设计

BP 采用梯度下降法较易陷入局部最优, 导致预测效果不佳, 所以很有必要采用优化算法改进 BP 权值  $w_{ij}$  和阈值  $\theta_j$ , 尽可能避免陷入局部最优现象, 得

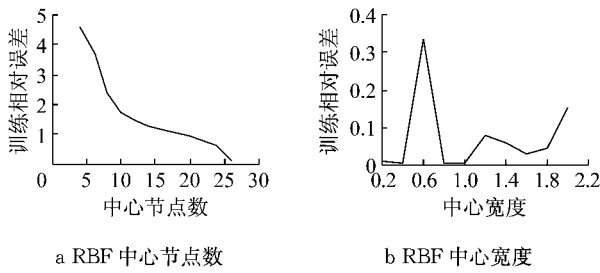


图 8 优化 RBF 网络中心节点数和宽度对训练误差影响  
Fig.8 Influence of optimizing RBF's network central node number and width on training errors

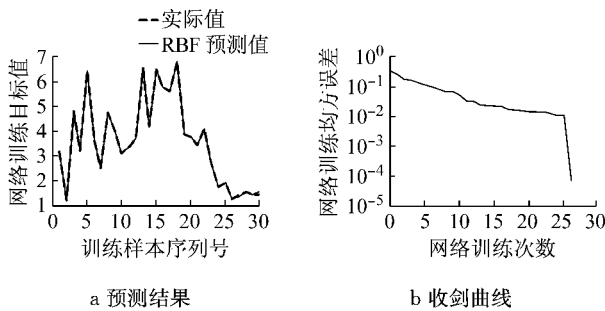


图 9 RBF 算法网络训练集的预测结果和收敛曲线  
Fig.9 Predicted result and convergence curve of RBF algorithm's network training set

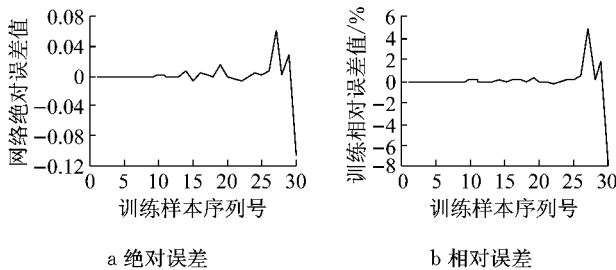


图 10 RBF 算法网络训练集预测的绝对误差和相对误差  
Fig.10 Predicted absolute and relative error of RBF training set

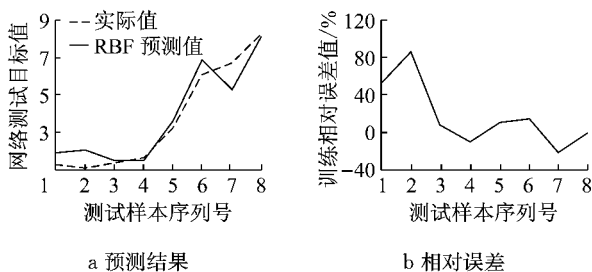


图 11 RBF 算法网络测试集的预测结果和相对误差  
Fig.11 Predicted result and relative error of RBF test set

到逼近数据真实映射规律 BP 网络. GA (genetic algorithms) 算法<sup>[26-27]</sup> 具有良好通用性、并行计算和全局搜索能力等特点, 可有效避免算法陷入局部最优, 在可控时间内得到待优化问题的近似最优解.

GA 包括染色体编码法、适应度函数、GA 操作和运行参数. ①BP 确定. 根据拟合函数输入输出参数确定 BP 结构, 进而确定 GA 个体长度. ②GA 优化. 采用 GA 优化 BP 权重  $w_{ij}$  和阈值  $\theta_j$ , 种群个体包含网络权值与阈值, 个体通过适应度函数求解适应度值, GA 通过 Select(选择)、Cross(交叉)和 Mutation(变异)不断寻找最优适应度值对应个体. ③BP 预测. 采用 GA 得到最优个体对网络初始权值  $w_{ij}$  和阈值  $\theta_j$  赋值, 算法网络经训练后预测函数输出.

### 3.2 GA-BP 算法构建与参数优化设计

GA-BP 算法程序流程具体构建图, 见图 12.

(1)种群初始化. 采用实数编码, 每个个体均为实数串, 由输入层与隐含层连接权值  $w_i$ 、隐含层阈值  $\theta_i$ 、隐含层与输出层连接权值  $w_j$  和输出层阈值  $\theta_j$  四部分组成. 个体包含算法的全部权值  $w_{ij}$  和阈值  $\theta_{ij}$ , 构成结构与权值  $w_{ij}$  阈值  $\theta_{ij}$  确定的网络. 从 PEER 中优选 38 组输入输出数据(同 BP 算法). GA-BP 经优化选择 5-10-1 型, 共 60 个权值和 11 个阈值, 采用 GA 算法个体编码长度为 71.

(2)适应度函数. 根据个体得到 BP 算法的初始权值  $w$  和阈值  $\theta$ , 数据训练 BP 算法的预测系统输出, 把预测和期望输出间的误差绝对值之和  $E$  作为个体适应度值  $F$ ,  $F = k(\sum_{i=1}^n |y_i - o_i|)$ , 其中  $n$  为输出节点数,  $y_i$  为 BP 算法  $i$  节点期望输出,  $o_i$  为第  $i$  节点预测输出,  $k$  为系数. 把训练数据预测的误差绝对值之和作为个体适应度值, 当个体适应度值越小时, 该个体越优选, 算法迭代次数  $g_{a,max} = 200$ .

(3)GA 操作. ①选择操作(Select). GA 算法选择基于适应度比例的选择方法, 每个体  $i$  的选择概率为  $f_i = k/f_i$ ,  $p_i = f_i / \sum_{i=1}^{n'} f_i$ , 其中  $p_i$  为个体  $i$  适应度值,  $k$  为系数,  $n'$  为种群个体数目. 采用适应度比例的选择法, 在种群中选择适应度最优的个体组成新种群, 算法种群数  $n_p = 50$ . ②交叉操作(Cross). 交叉操作由种群中选择双个体, 按指定概率交叉得到新个体. 交叉操作法采用实数交叉法, 第  $k$  个染色体  $a_k$  和第  $i$  个染色体  $a_i$  在  $j$  位交叉操作法  $a_{kj} = a_{kj}(1-b) + a_{ij}b$ ,  $a_{ij} = a_{ij}(1-b) + a_{kj}b$ , 其中  $b$  是  $[0,1]$  间随机数, 交叉概率  $P_c = 0.7$ . ③变异操作(Mutation). 由种群中随机选择单体, 按概率变异得到新个体. 选取第  $i$  个体的第  $j$  个  $a_{ij}$  上界,  $a_{min}$  为  $a_{ij}$  下界,  $f(g) = r_2(1-g/G_{max})^2$  ( $r_2$  为随机数,  $g$  为当前迭代次数,  $G_{max}$  为最大进化次数, 变异概率  $P_m = 0.05$ ).

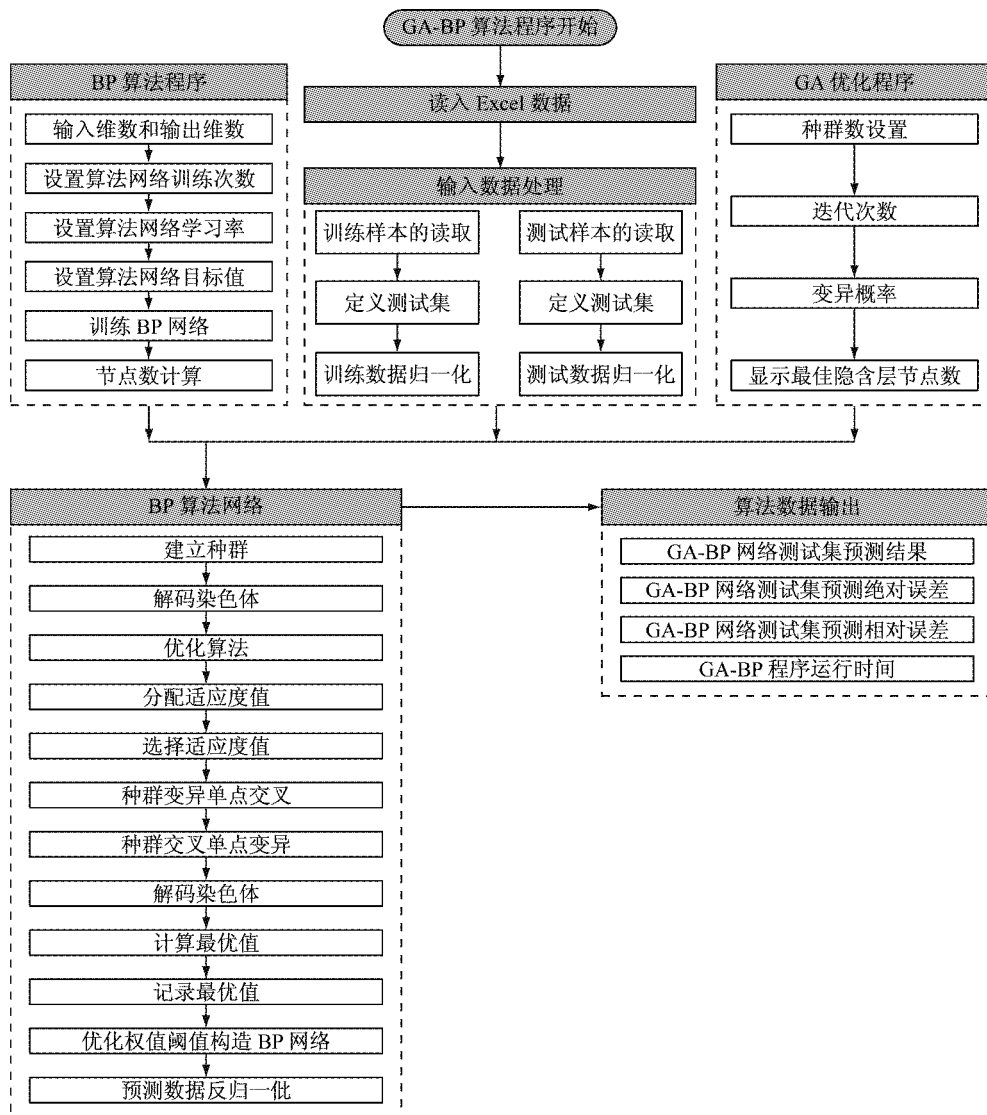


图 12 GA 优化 BP 算法程序构建流程图

Fig. 12 GA to construct and optimize BP algorithm

(4) 预测输出. 取得最优权值阈值, 计算误差, 权值阈值更新, 当满足收敛结束条件时, 进行算法预测, 输出计算结果.

GA-BP 算法的均方误差 (mean squared error, MSE) 收敛曲线与测试集预测如图 13 所示, 测试集预测绝对误差与相对误差见图 14.

### 3.3 GA-BP 算法预测延性结果分析

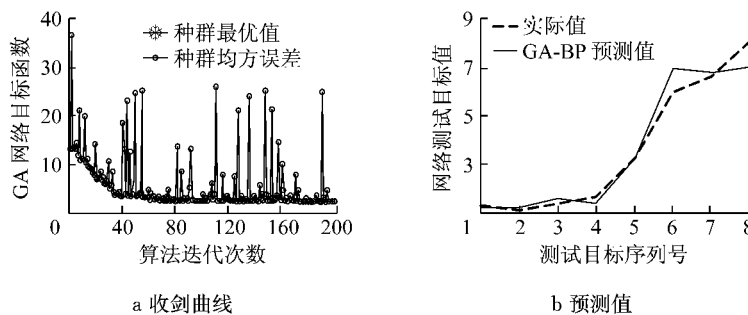


图 13 GA-BP 算法 MSE 收敛曲线与测试集预测值

Fig. 13 MSE curve and predicted result for GABP network

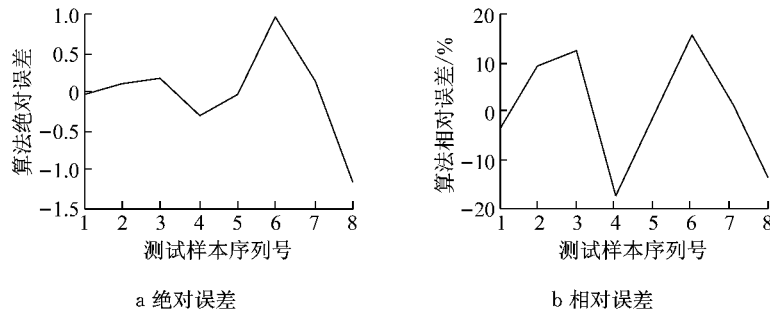


图 14 GA-BP 算法测试集预测的绝对误差与相对误差

Fig.14 Predicted absolute and relative error of GA-BP test set

## 4 三种算法结果分析比较与应用

### 4.1 三种算法结果分析与比较

本文采用优化 BP 算法预测研究拟静力试验柱的双能量等值极限承载延性指标  $\mu_{\Delta e}$ 。经 BP、RBF 和 GA-BP 算法训练与预测得到以下分析结论:

(1)网络训练测试集分析。RBF 网络对测试样本的预测模拟与实际值输出曲线几乎重合,预测误差曲线在迭代次数  $N_{epoch}=0.05$  时,绝对误差曲线(个别样本达到 0.12)和相对误差曲线(个别样本到达 0.6%)基本是直线,RBF 算法预测值与实际值基本一致。BP 训练样本的仿真并不完全重合,其绝对误差曲线和相对误差曲线出现波动,虽然 RBF 训练集模拟效果优于 BP,但从测试集分析,BP 和 RBF 差距不明显,即 RBF 存在过拟合现象。最终采用 GA 算法对 BP 算法网络的权值和阈值优化。三种算法的测试预测值与实际值分析如表 2 所示。

表 2 BP、RBF 和 GA-BP 算法测试预测值与实际值比较表  
Tab.2 Comparison between the predicted value and actual value of testing BP, RBF and GA-BP algorithms

序号	随机样本编号	试验实际值 $\mu_{\Delta e} / \text{mm}$	BP 预测值 $\mu_{\Delta BP} / \text{mm}$	RBF 预测值 $\mu_{\Delta RBF} / \text{mm}$	GA-BP 预测值 $\mu_{\Delta GA-BP} / \text{mm}$
1	32	1.27	2.377	1.929	1.221
2	31	1.11	2.452	2.051	1.214
3	36	1.39	1.539	1.494	1.565
4	34	1.67	1.419	1.510	1.374
5	7	3.28	3.912	3.604	3.229
6	17	6.04	7.597	6.867	7.014
7	9	6.70	7.515	5.257	6.864
8	18	8.21	7.784	8.131	7.071

注:预测样本由算法随机遴选,试验值  $\mu_{\Delta e}$  见数据库表 1,BP 算法预测值  $\mu_{\Delta BP}$  见图 4,RBF 预测值  $\mu_{\Delta RBF}$  见图 11,GA-BP 预测值  $\mu_{\Delta GA-BP}$  见图 13。

(2)预测样本集 MSE。三种算法的 MSE 值分析

比较如表 3 所示,采用 GA-BP 预测本算例可达到最佳。同样达到程序设定  $10^{-9}$  精度要求时,BP 算法训练时间为 0.629 s,RBF 训练时间为 0.312 s,而 GA-BP 运行时间 330.385 s,如表 4 所示,RBF 比 BP 和 GA-BP 算法效率更高,但 GA-BP 算法的 MSE 值比 RBF 算法小,预测效果明显较好,预测值最接近实际值。BP 和 RBF 都能较好对训练检验样本进行仿真,预测效果较接近,由误差曲线分析,BP 和 RBF 网络泛化能力并不强大,而 GA-BP 具有最佳的实用性和优越性,对于双能量等值极限承载延性指标  $\mu_{\Delta e}$  预测是最优选择方案。

表 3 BP、RBF 和 GA-BP 算法测试 MSE 比较表  
Tab.3 Comparison of BP, RBF and GA-BP test sample MSE

选用算法类型	BP 算法	RBF 算法	GA-BP 算法
均方误差(MSE)	6.784	4.235	2.409

表 4 BP、RBF 和 GA-BP 算法程序运算时间表  
Tab.4 Timetable of BP, RBF and GA-BP operation

选用算法类型	BP 算法	RBF 算法	GA-BP 算法
算法程序运行时间	0.629	0.312	330.385

(3)实际预测值分析。BP 算法虽然具有较好非线性逼近模拟,但训练中采用是梯度下降法算法,易陷入局部最优,导致预测效果不佳,GA-BP 算法具有良好全局搜索能力和通用性与并行搜索能力,在可控时间内得到近似最优解。采用 GA 优化 BP 网络的权重  $w$  和阈值  $\theta$ ,可以有效抑制局部最优出现,更好逼近试验数据的真实映射规律。BP 算法权值  $w$  和阈值  $\theta$  不断得到修正,使网络输出与目标输出不断逼近,RBF 具有良好泛化能力,并有最快学习收敛速度。五参数输入( $\lambda f_c - n_0 - \rho_1 - \rho_w$ )算法的预测精度可达到工程使用需求,但通过增加  $\mu_{\Delta e}$  的控制因素数量,增大训练样本数量的覆盖范围,增加输入参数的数值覆盖范围,都有利于增强训练算法网络,并提高预测  $\mu_{\Delta e}$  精度值。

4.2 训练算法网络与延性预测



基于已初步训练完善的 GA-BP 网络算法,实际工程评价使用中,在拟静力试验柱数据中获取五输入参数( $\lambda$ - $f_c$ - $n_0$ - $\rho_l$ - $\rho_w$ )的指标,输入训练算法网络,可实现调用训练较完善的算法网络(BP、RBF 和 GA-BP 算法),进行极限承载能量延性指数  $\mu_{\Delta e}$  预测。其中调用 GA-BP 主要算法如下:

```
[adata,bdata,cdata]=xlsread(filename);
P3=cell2mat(cdata(4:end,2:end-1));
input_test2=mapminmax(apply,P3,inputps);
ybptest2=sim(netgabp,input_test2);
ybptest2 = mapminmax('reverse', ybptest2,
outputps);
outcell={'gabp Predicted Value'};
outcell=[outcell; num2cell(ybptest2)];
```

本文采用 GA-BP 算法预测实际高轴压比高强结构足尺框架柱抗震试验,试验设计与试验结果分析见文献<sup>[28]</sup>。算法预测值与试验值对比见表 5。表中,试验实际值  $\mu_{\Delta e}$  是基于损伤耗能计算程序(DECPC)算法计算的高轴压比高强足尺结构柱抗震试验的双能量等值延性系数。其中,DECPC 是本文作者编制的用于处理恢复力试验曲线及计算双能量等值延性系数的程序。详细试验参数见文献<sup>[28]</sup>,其中试验编号 HC-1、HC-2 和 HC-3 的构件试验轴压比采用超限轴压比值设计。从最终采用的 GA-BP 预测结果分析,HC-4~HC-9 的  $\mu_{\Delta e}$  预测结果可以达到工程精度要求,试件编号 HC-1~HC-3 的预测结果要比程序计算能量指标延性值偏大。训练完善的 GA-BP 网络可适用于高强度 RC 柱的预测,但适用于构件的轴压比非超限范围  $0.15 \leq n_0 \leq 0.75$ ,对于超限的高轴压比结构柱( $n_0 > 0.75$ )的预测值会比试验值偏大。

表 5 GA-BP 预测框架柱延性值与实际值比较表

Tab. 5 Comparison between prediction values of full-scale columns ductility index by GA-BP and actual values

试件 编号	actual values		mm		
	试验值 $\mu_{\Delta e}$	试验 轴压比 $n_0$	BP 预测值 $\mu_{\Delta BP}$	RBF 预测值 $\mu_{\Delta RBF}$	GA-BP 预测值 $\mu_{\Delta GA-BP}$
HC-1	4.21	0.80	3.74	3.12	5.14
HC-2	3.91	0.90	2.21	1.15	5.64
HC-3	3.95	1.00	4.68	4.89	5.91
HC-4	3.52	0.80	3.01	3.17	4.41
HC-5	4.10	0.60	2.72	3.12	4.46
HC-6	3.97	0.70	2.47	3.54	4.63
HC-7	4.01	0.50	2.97	2.46	4.04
HC-8	4.25	0.60	4.61	4.73	4.39
HC-9	3.42	0.70	3.29	3.95	4.41

## 5 结论

分析结果表明 GA-BP 算法具有最佳适用性和计算优越性,同时设计可调用 GA-BP 预测新型构件延性指标的算法,得到以下主要结论:

(1)BP、RBF 和 GA-BP 算法分析比较。①通过编制的 BP 算法及其隐含层节点数和学习率的优化算法,可实现 BP 算法达到最优化状态,隐含层数  $n_H = 10$ ,学习率  $L_R = 0.07$ ,建立 5-10-1 的最优 BP 算法网络,分析表明该算法收敛速度较快且收敛精度较高,但未达到全局最优。②通过编制的 RBF 算法及其节点数和中心宽度的优化算法,中心节点数  $N_M = 25$ ,中心点宽度  $S_M = 0.8$ ,分析表明该算法具有拟合速度最快且测试集 MSE 误差最小优点,但训练过程中存在数据过拟合现象,RBF 可作为 BP 和 GA-BP 的比较参照算法。③通过编制的 GA-BP 算法,采用 BP 算法确定网络结构及 GA 个体长度,GA 优化 BP 算法的权值  $w_{ij}$  和阈值  $\theta_j$ ,求解个体适应度值,寻找适应度值对应个体,导入 BP 算法网络预测,分析结果表明 GA-BP 可以最优地逼近极限承载延性指标  $\mu_{\Delta e}$  的试验实际值。

(2)预测结果分析比较。通过 BP、RBF 和 GA-BP 算法对双能量等值法延性系数  $\mu_{\Delta e}$  预测,三种算法都可预测  $\mu_{\Delta e}$ ,但综合分析 GA-BP 为本算例中最优且最有效的算法。BP 采用梯度下降法且陷入局部最优,RBF 在达到相同精度时具有最快收敛速度而过拟合,GA-BP 优化权值  $w_{ij}$  和阈值  $\theta_j$  可有效抑制算法局部最优,进而更好逼近试验数据的真实映射规律,GA-BP 具有全局搜索能力与通用性,在可控的计算时间内得到近似最优解。

(3)本文设计了可直接调用训练完善 GA-BP 进行预测  $\mu_{\Delta e}$  的方法,并采用 GA-BP 预测高轴压比高强足尺框架柱抗震试验构件,算法可适用于高强度结构柱预测,对于超限高轴压比的结构柱预测值会比试验值偏大。本文方法可用于新型高强拟静力试验柱的双能量等值法延性系数的预测分析,为高强柱的抗震损伤评价提供新方法。

## 参考文献:

- [1] FEMA. Next-generation performance-based seismic design guidelines(FEMA445)[R]. Washington D C: Department of Homeland Security(DHS), 2016.
- [2] XE K, TZIG W B, PETRYNA Y S. Quasistatic seismic damage

- indicators for RC structures from dissipating energies in tangential subspaces [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 20(1): 3.
- [3] FEMA. *Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings*[S]. Washington D C:[s.n], 2000.
- [4] TAYLOR A W, KUO C, WELLENUS K, *et al.* A summary of cyclic lateral load tests on rectangular reinforced concrete columns [R]. Gaithersburg: Building and Fire Research Laboratory, National Institute of Standards and Technology, 1997.
- [5] TAYLOR A W, STONE W C. A summary of cyclic lateral load tests on spiral reinforced concrete columns[R]. Gaithersburg: Building and Fire Research Laboratory, National Institute of Standards and Technology, 1993.
- [6] LIN H, TANG S, LAN C. Damage analysis and evaluation of high strength concrete frame based on deformation-energy damage model[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 2015(1): 1.
- [7] LIN H, TANG S, LAN C. Control parametric analysis on improving Park restoring force model and damage evaluation of high-strength structure[J]. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2016, 2016(1): 1.
- [8] HOPFIELD J J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS)*, 1988, 79(4): 2554.
- [9] HAYKIN S O. *Neural networks and learning machines*[M]. 3rd ed Hamilton(Canada): Prentice Hall, 2015.
- [10] FREDRIC M H, IVICA K. *Principles of neurocomputer for science and engineering* [M]. New York: McGraw-Hill Computer Inc, 2007.
- [11] RUMELHART D E, HINTON G E, WILLIAMS R J. Learning representations by back-propagating errors[J]. *Nature*, 1986, 323(10): 533.
- [12] LECUN Y. Une procedure d'apprentissage pour reseau a seuil assymetrique[J]. *A la Frontiere de l'Intelligence Artificielle des Sciences de la Connaissance des Neurosciences*, 1985, 85(1): 599.
- [13] RUMELHART D, MCCLELLAND J. Learning internal representations by error propagation[M]. Massachusetts: MIT Press, 2016.
- [14] HAGAN M T, DEMUTH H B, BEALS M. *Neural network design*[M]. Boston: PWS Publishing Company, 1996.
- [15] HUNTER A. Feature selection using probabilistic neural networks[J]. *Neural Computing and Applications*, 2000, 2(9): 124.
- [16] SAATCIOGLU M, GRIRA M. Confinement of reinforced concrete columns with welded reinforcement grids[J]. *ACI Structural Journal*, 1999, 96(1): 29.
- [17] MATAMOROS A B. Study of drift limits for high-strength concrete columns[D]. Illinois: University of Illinois at Urbana-Champaign, 2000.
- [18] LÉGERON F, PAULTRE P. Behavior of high-strength concrete columns under cyclic flexure and constant axial load [J]. *ACI Structural Journal*, 2000, 97(4): 591.
- [19] PAULTRE P, LEGERON F, MONGEAU D. Influence of concrete strength and transverse reinforcement yield strength on behavior of high strength concrete columns [J]. *ACI Structural Journal*, 2001, 98(4): 490.
- [20] POWELL M J D. Radial basis function for multivariable interpolation;a review[C]//IMA Conference on Algorithms for the Approximation of Functions and Date. Shrivenham: [s. n.],1982;142-167.
- [21] BROOMHEAD D S, LOWE D. Multivariable functional interpolation and adaptive networks [J]. *Complex Systems*, 1988, 3(2): 321.
- [22] JACKSON S J, STEVENS D, GIDDINGS D, *et al.* An adaptive RBF finite collocation approach to track transport processes across moving fronts[J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2016, 71(1): 278.
- [23] CHEN S, BILLINGS S A, COWAN C F N, *et al.* Practical identification of NARMAX models using radial basis functions [J]. *International Journal of Control*, 1990, 52(6): 1327.
- [24] WEBB A R, SHANNON S. Shape-adaptive radial basis functions [J]. *IEEE Trans. Neural Networks*, 1998, 9(6): 1155.
- [25] BROOMHEAD D S, LOWE D. Multivariable functional interpolation and adaptive networks [J]. *Complex Systems*, 1988, 2(3): 321.
- [26] HOLLAND J H. Building blocks, cohort genetic algorithms and hyperplane-defined functions [J]. *Evolutionary Computation*, 2000, 4(8): 373.
- [27] HOLLAND J H. *Adaptation in natural and artificial systems* [M]. Cambridge(USA): MIT Press Cambridge, 1992.
- [28] 吕西林,张国军,陈绍林. 高轴压比高强混凝土足尺框架柱抗震性能研究[J]. *建筑结构学报*, 2009, 30(3): 20.  
LV Xilin, ZHANG Guojun, CHEN Shaolin. Research on seismic behavior of full-scale high-strength concrete frame columns with high axial compression ratios [J]. *Journal of Building Structures*, 2009, 30(3): 20.