

# 包容式节点桁架多目标分层优化设计

张 氢, 霍佳雨, 孙文斌, 秦仙蓉, 孙远韬

(同济大学 机械与能源工程学院, 上海 201804)

**摘要:** 针对包容式节点桁架优化设计变量多、优化问题规模大, 采用单层混合优化策略计算量大且不易收敛的问题, 提出基于子空间和耦合约束的分层协同优化策略, 将设计空间分为三个子空间, 分别是整体层、截面层和曲面形状优化层, 上一层优化结果为下一层提供输入量, 下一层为上一层提供耦合约束; 对设计变量进行灵敏度分析, 确定各个优化层的目标函数和约束条件。结果表明, 该优化方法能够较好地处理具有层次关系的工程优化问题。

**关键词:** 包容式节点; 桁架; 分层协同优化; 多目标优化  
**中图分类号:** TH122 **文献标志码:** A

## Multi-objective Hierarchical Optimization of Truss Girder Structure with Bulge Formed Joint

ZHANG Qing, HUO Jiayu, SUN Wenbin, QIN Xianrong, SUN Yuantao

(School of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** There are too many variables in the optimization design of the truss girder structure with bulge formed joint. Besides, the scale of the optimization is large. In addition, the calculation is complex and the convergence is not suitable if the integral monolayer optimization strategy is adopted. In order to solve these problems, a hierarchical cooperative optimization strategy based on subspace and coupling constraints has been proposed. The design space is divided into three subspaces, which are the whole layer, the section layer, and the surface optimization layer. The upper layer provides the optimization results for the lower layer while the lower layer provides the coupling constraint for the upper layer. The result shows that the optimization method can get good results and has some engineering significance.

**Key words:** bulge formed joint; truss girder; hierarchical collaborative optimization; multi-objective optimization

桁架结构因其自重轻、抗风性能强、制造成本低等优点广泛应用于起重运输机械、海洋工程等领域<sup>[1]</sup>。Yao 等<sup>[2]</sup>针对桁架结构布局、形状和尺寸多级分层优化问题提出了并行子空间协同优化策略, 在每次迭代优化中, 子空间的优化求解相互独立, 每次迭代结束时, 基于每个子空间的优化结果, 综合协同调整设计变量。针对桁架结构优化中形状参数和尺寸参数混合优化问题, Flager 等<sup>[3]</sup>提出了一种新的两级嵌套分层优化策略。内层是尺寸优化, 采用全约束优化算法, 外层是形状优化, 采用 SEQOPT 算法, 两层嵌套迭代优化。刘涛等<sup>[4]</sup>将桁架结构优化问题分解成拓扑优化和尺寸、形状优化两个子问题分层求解, 尺寸、形状优化和拓扑优化交替进行迭代。王毅等<sup>[5]</sup>将结构布局设计问题按设计变量类型分为布局、形状和尺寸三个并行的子空间, 设计变量在各自的子空间内单独优化。上述方法中只是按照形状、尺寸的方法对优化过程进行分类, 对于设计变量较多的大规模优化问题, 计算时间长, 求解效率低。张氢等<sup>[6]</sup>由结构设计一般过程出发, 将机械结构优化问题分为整体层和局部层, 提出了一种整体层-局部层的优化模型, 在整体层对机械系统的整体方案进行优化设计, 局部层是在整体层设计变量作为已知条件基础上进行结构的详细设计。

包容式节点桁架<sup>[7-8]</sup>优化问题, 同时涉及到尺寸优化和形状优化, 优化设计变量多, 优化设计变量间耦合约束条件复杂, 传统的设计方法所有变量都处理为独立、平等层次, 这样随着优化问题规模增大, 计算量越来越大, 效率越来越低。探索如何在同时满足强度和重量等要求的条件下, 设计出合理的桁架结构具有重大的工程意义。

本文提出一种基于子空间和耦合约束的分层协同优化策略, 应用整体-局部的优化思想对优化问题进行分层, 局部层进一步分为截面层和曲面拓扑形

收稿日期: 2017-10-08

基金项目: 工程结构性能演化与控制教育部重点实验室开放基金(2018KF-3)

第一作者: 张 氢(1967—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为机械结构设计方法及理论。E-mail: zhqing@tongji.edu.cn

通信作者: 孙远韬(1979—), 男, 副教授, 工学博士, 主要研究方向为机械现代设计方法与可靠性。E-mail: sun1979@tongji.edu.cn

状优化层,将复杂的优化问题转化成三个比较简单的子优化问题,其中多个优化设计变量分散在整体层、截面层和曲面拓扑形状优化层三个优化子空间,在整体层对整个桁架结构整体尺寸进行优化,截面层和曲面拓扑优化层进一步细化,优化桁架结构的细节,层与层之间相互约束和传递数据,循环往复,计算效率高,收敛速度快。

## 1 包容式节点桁架优化的问题描述

### 1.1 包容式节点桁架介绍

包容式节点是一种使用带有凸起形状的鼓包板(下文中称之为包容板)加强的节点.包容板包覆贴合在主弦杆上通过焊接与主弦杆连接.腹杆连接在包容板上,腹杆可以直接贴合在包容板上与包容板焊接连接,也可以插入包容板内部然后与包容板焊接连接.包容板采用板料锻压成型,易批量化生产,成本低,是一种全新的加强型节点.在传统的桁架结构中,腹杆直接焊接在主弦杆表面上,连接部分会产生严重的应力集中现象,容易发生开裂.如图 1 所示,在包容式节点桁架中,则是用一块包容板间接地将腹杆和主弦杆连接在一起.首先包容板贴合并焊接在主弦杆上,然后腹杆插入包容板内或者贴合在包容板上然后与包容板焊接.经过试验测试,包容式节点上的应力集中仅为传统相贯式节点的 30%,很好地降低了应力集中的问题.包容式节点具有力流平顺,抗疲劳能力强,不易开裂,连接强度高优点,这对于工程结构有重要意义。

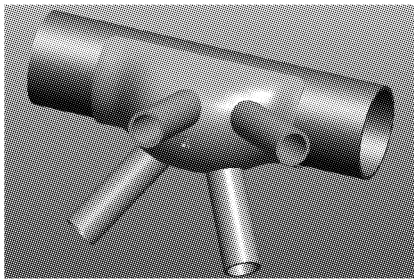


图 1 包容式节点桁架三维模型

Fig.1 Three-dimensional model of truss girder structure with bulge formed joint

### 1.2 包容式节点桁架尺寸优化模型

包容式节点桁架结构是一种空间桁架结构,其

$$\begin{cases} C_3 : \{ (z_{32}, z_{33}, z_{34}, z_{35}, z_{36}, z_{37}), (w_{33}, w_{34}, w_{35}, w_{36}, w_{37}) \} \\ C_4 : \{ (z_{42}, z_{43}, z_{44}, z_{45}, z_{46}, z_{47}), (w_{43}, w_{44}, w_{45}, w_{46}, w_{47}) \} \\ C_5 : \{ (z_{52}, z_{53}, z_{54}, z_{55}, z_{56}, z_{57}), (w_{53}, w_{54}, w_{55}, w_{56}, w_{57}) \} \\ C_6 : \{ (z_{62}, z_{63}, z_{64}, z_{65}, z_{66}, z_{67}), (w_{63}, w_{64}, w_{65}, w_{66}, w_{67}) \} \\ C_7 : \{ (z_{72}, z_{73}, z_{74}, z_{75}, z_{76}, z_{77}), (w_{73}, w_{74}, w_{75}, w_{76}, w_{77}) \} \end{cases} \quad (2)$$

截面为等腰三角形.由主弦杆、腹杆和包容式节点组成,其中主弦杆和腹杆都焊接在包容式节点上。

包容式节点桁架的主体结构模型有两类变量:整体层尺寸变量和截面层尺寸变量.整体层尺寸优化变量包括桁架总长度  $L$ 、桁架截面高度  $H$ 、桁架截面宽度  $B$  和节点间距  $D_L$ .截面层尺寸变量包括主弦杆外径  $D_1$ 、主弦杆壁厚  $t_1$ 、腹杆外径  $D_2$  和腹杆壁厚  $t_2$ 。

定义整体层尺寸变量  $x_g$  和截面层尺寸变量  $x_{se}$  如下:

$$\begin{cases} x_g = [L \ H \ B \ D_L]^T \\ x_{se} = [D_1 \ t_1 \ D_2 \ t_2]^T \end{cases} \quad (1)$$

如图 2 所示,桁架式主梁因其自重轻、抗风能力强、造价低等优点,满足了龙门式起重机轻量化的要求.桁架式主梁整体结构的应力强度和主梁自重对集装箱龙门起重机的性能有着重要的影响.故以桁架整体结构的应力强度和主梁自重作为整体层和截面层的优化目标函数。



图 2 应用包容式节点桁架的轨道式龙门起重机

Fig.2 Truss girder with bulge formed joint of gantry crane

### 1.3 包容式节点的自由曲面模型

包容式节点曲面的数学模型可以看作由 13 条曲线沿其公法线方向扫略形成.中间鼓包段是由 9 条非均匀有理样条曲线(non-uniform rational B-splines, NURBS)  $\{C_3, C_4, \dots, C_{11}\}$  扫略形成,两端分别由圆弧线  $\{C_1, C_2, C_{12}, C_{13}\}$  扫略形成,如图 3 所示.每条曲线有 13 个控制点,控制点的权重和坐标决定曲线的形状.由于包容式节点的曲面有两个对称轴,为了减少优化过程的计算量和优化设计变量的数目,选择 1/4 曲面模型上的控制点  $z$  坐标和控制点权重  $w$  作为形状优化变量。

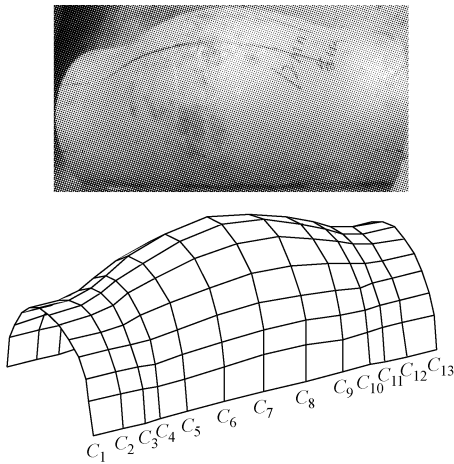


图 3 包容式节点实物和自由曲面模型

Fig.3 Bulge formed joint and free surface model

### 1.4 包容式节点曲面的光滑度

由于包容式节点采用板料锻压成型, 曲面光滑度影响着加工模具和零件的制造难度和制造成本, 光滑度较差的曲面会导致加工模具成本增高, 同时锻造出的零件良品率降低, 零件生产成本增高, 因此曲面光滑度是衡量包容式节点曲面的重要性能指标. 控制点的位置用齐次坐标  $(x, y, z, w)$  表示, 在  $x$  和  $y$  两个方向分别根据相应的控制点位置拟合曲线, 利用插值即可求解曲面上任一点的坐标. 利用相

邻控制点之间位置信息计算曲面的光滑度, 评价曲面形状的优劣, 如图 4 所示.

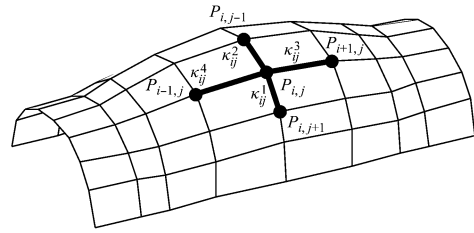


图 4 包容式节点光滑度模型

Fig.4 Smoothness model of bulge formed joint

定义线段曲率分布的标准差为计算曲面的光滑度, 有

$$\begin{cases} \delta = \sigma_\kappa = \sqrt{\frac{1}{N_\kappa} \sum_{i=1}^{N_\kappa} (\kappa_i - \bar{\kappa})^2} \\ \kappa \sim \Omega(\bar{\kappa}, \sigma_\kappa) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $\delta$  为曲面光滑度;  $\sigma_\kappa$  为曲率标准差;  $N_\kappa$  为曲面上线段数量;  $\kappa_i$  为线段  $i$  对应的曲率;  $\bar{\kappa}$  为曲率平均值;  $\kappa \sim \Omega(\bar{\kappa}, \sigma_\kappa)$  为曲面上线段曲率的分布.

### 1.5 包容式节点曲面的凹凸情况

实际应用的包容式节点桁架主梁结构如图 5 所示, 包容式节点曲面有多种不同的形式. 根据包容式节点表面的凹凸情况, 可将包容式节点分为 4 种.

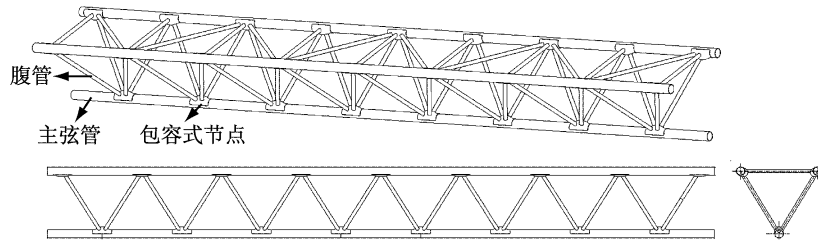


图 5 包容式节点桁架结构模型

Fig.5 The model of truss girder structure with bulge formed joint

第 1 种包容式节点曲面只有一个鼓包, 所有的腹杆都焊接在同一个鼓包上, 如图 6 所示. 这种形式的包容式节点比较容易成型, 模具的形状简单.

点曲面每个鼓包上焊接 1 根腹杆, 能焊接 4 根腹杆.

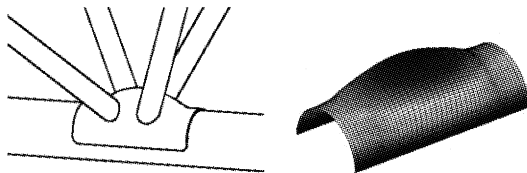


图 6 第 1 种包容式节点实物和自由曲面模型

Fig.6 The first bulge formed joint and free surface model

第 2 种包容式节点曲面上有 4 个鼓包, 整个包容式节点曲面分为两侧大鼓包, 曲面上每侧大鼓包上呈现“凸凸凸”的形状, 如图 7 所示. 此种包容式节

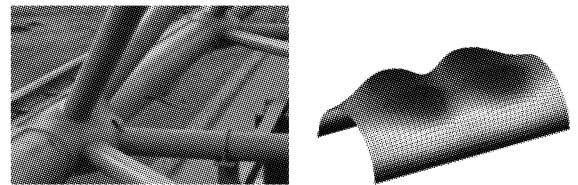


图 7 第 2 种包容式节点实物和自由曲面模型

Fig.7 The second bulge formed joint and free surface model

第 3 种包容式节点曲面上有两个比较大的鼓包, 每个大的鼓包上焊接 2 根腹杆, 能够焊接 4 根腹杆, 如图 8 所示.

第 4 种包容式节点曲面上有 2 个大的鼓包, 每个鼓包上能够焊接两根腹杆, 不同于上一种形式的

包容式节点曲面,如图 9 所示.这种包容式节点曲面单侧鼓包变化比较平缓,鼓包表面曲率变化小.

这 4 种不同形式的包容式节点制造难易程度不同,但都有其不同的应用场合.

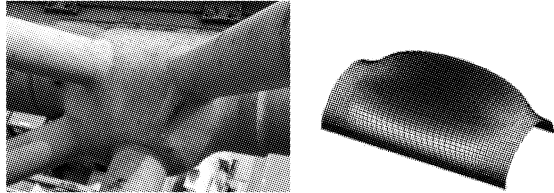


图 8 第 3 种包容式节点实物和自由曲面模型

Fig.8 The third bulge formed joint and free surface model

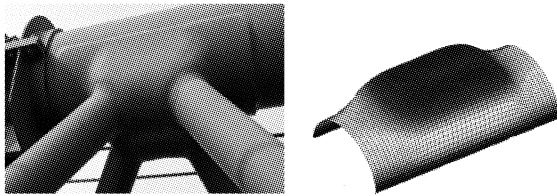


图 9 第 4 种包容式节点实物和自由曲面模型

Fig.9 The fourth bulge formed joint and free surface model

## 2 单层混合优化策略

### 2.1 优化数学模型

包容式节点桁架优化的设计变量可分为 4 类:整体层尺寸变量  $x_g$ 、截面层尺寸变量  $x_{se}$ 、包容式节点长度变量  $x_{sh1}$  和形状变量  $x_{sh2}$ . 选择包容式节点桁架主梁的质量  $W_G(x_g, x_{se}, x_{sh1}, x_{sh2})$  和应力强度  $\sigma(x_g, x_{se}, x_{sh1}, x_{sh2})$  作为优化的目标函数,并考虑频率约束条件、刚度约束条件、疲劳寿命约束条件、几何约束条件和光滑度约束条件,利用快速非支配排序遗传算法 NSGA-II 进行优化. 优化数学模型如下:

$$\begin{aligned} & \min_{x_g, x_{sh1}, x_{sh2}, x_{se}} \left[ W_G(x_g, x_{se}, x_{sh1}, x_{sh2}) \right] \\ & \quad \left[ \sigma(x_g, x_{se}, x_{sh1}, x_{sh2}) \right] \\ & \text{s. t.} \\ & x_{g,l} \leq x_g \leq x_{g,u}; x_{se,l} \leq x_{se} \leq x_{se,u}; \\ & \quad x_{sh1,l} \leq x_{sh1} \leq x_{sh1,u} \\ & x_{sh2,l} \leq x_{sh2} \leq x_{sh2,u}; \lambda_1 \leq \lambda(x_g, x_{sh1}, x_{sh2}, x_{se}) \leq \\ & \quad \lambda_u \\ & \min \sum_{i=1}^4 f_i \geq f_i^*; Y_{Lmax} \leq L/750; \chi_{max} \leq [\chi] \\ & 0 < \delta \leq \delta^* \end{aligned} \quad (4)$$

式中:下标 l、u 分别为相应设计变量的上界和下界; $\lambda_1 \leq \lambda(x_g, x_{sh1}, x_{sh2}, x_{se}) \leq \lambda_u$  为各优化变量之间因几

何关系上相互耦合而形成的几何约束条件; $f_i$  为起重机桁架结构的第  $i$  阶固有频率; $f_i^*$  为起重机桁架结构实测得到的第  $i$  阶固有频率; $Y_{Lmax}$  为起重机桁架结构在跨中位置的静态挠度; $L$  为集装箱龙门起重机跨度; $\chi_{max}$  为疲劳累计损伤系数最大值; $[\chi]$  为疲劳累计损伤系数许用值; $\delta^*$  为包容式节点曲面光滑度的上界,包容式节点曲面的光滑度过高会导致优化得到的曲面鼓包过高.

### 2.2 快速非支配排序遗传算法 NSGA-II

快速非支配排序遗传算法 NSGA-II 的基本过程描述如下:

(1) 初始化种群,在约束范围内随机产生  $2N$  个种群个体.

(2) 确定支配等级并计算拥挤距离,对整个种群进行快速非支配排序.

(3) 通过锦标赛选择法从当前种群中选择父代种群,对父代种群进行杂交变异来衍生子代种群.

(4) 将父代种群和衍生的子代种群重新组合为一个新种群,对新种群进行快速非支配排序,根据每个个体的等级和拥挤距离选择新种群中一半的个体作为下一次迭代的父代种群,不断循环迭代优化.

### 2.3 优化结果分析

多数情况下,多目标优化在可行域内是不存在绝对最优解,只能得到多目标优化问题的一组均衡的非劣解的解集,即帕累托最优集,最后根据实际情况从一组帕累托最优集中选出一个或几个解作为最终解,单层混合优化帕累托边界见图 10.

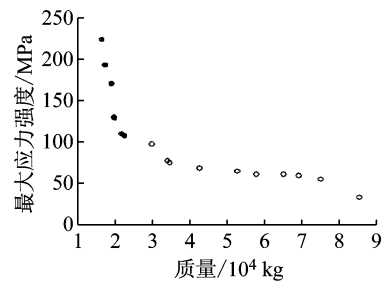


图 10 单层混合优化帕累托边界

Fig.10 Pareto border of integral monolayer optimization

优化总用时 16 428 s,优化结果见表 1,优化后的桁架总质量相比优化前减少 12%,小车跨中位置时的最大应力强度相比优化前减少 20.9%,说明优化模型有一定的参考意义.

单层混合优化存在优化变量过多、优化问题规模太大、计算量大、计算过程不收敛等问题. 变量间耦合约束条件太复杂,容易出现过约束和欠约束等

表 1 单层混合策略优化结果

Tab.1 Result of integral monolayer optimization

方法	$D_1/\text{mm}$	$H/\text{mm}$	$B/\text{mm}$	$D_1/\text{mm}$	$t_1/\text{mm}$	$D_2/\text{mm}$	$t_2/\text{mm}$	$W_G/\text{t}$	$\sigma/\text{MPa}$
优化前	3 700	3 000	3 574	402	12	159	10	22.5	163
优化后	3 500	2 657	2 675	475	11	176	9	19.8	129

极端情况.

### 3 基于子空间和耦合约束的分层协同优化策略

#### 3.1 三级分层协同优化策略

采用基于子空间和耦合约束的分层协同优化策略对包容式节点桁架进行三级分层协同优化,如图 11 所示,将设计空间分为三个子空间,分别是整体层、截面层和曲面形状优化层.三级分层协同优化的流程如下:

(1) 在约束区间内初始化种群.

(2) 以整体层尺寸变量  $x_g$  为设计变量,以桁架结构的应力强度为目标函数,利用 NSGA-II 算法进行优化,并将优化后的整体层尺寸变量  $x_g$  和桁架结构总质量传递给截面层优化.

(3) 以截面层尺寸变量  $x_{se}$  为设计变量,以桁架结构的质量为目标函数,利用 NSGA-II 算法进行优化,判断优化后的结果是否满足条件,如果满足,储存结果,并将优化后的整体层尺寸变量  $x_g$  和截面层尺寸变量  $x_{se}$  传递给形状优化层,转入(4);如果不满足,将优化后的截面层尺寸变量  $x_{se}$  和桁架结构总质量传递给整体层,转入(2).

(4) 以形状优化变量为设计变量,以应力强度和曲面光滑度为目标函数,利用 NSGA-II 算法循环迭代进行优化.

上一层的优化结果作为输入量传递给下一层,下一层对上一层提供耦合约束.整体层和截面层的主要优化目标函数是质量和应力强度,第三层曲面形状对质量的影响忽略不计,故前两层建立简单的桁架有限元模型,很大程度上减小了优化计算的计算量.

#### 3.2 灵敏度分析

将多目标优化问题转化为三个子优化问题,依据灵敏度分析确定各个子优化问题的目标函数,通过有限差分法计算目标函数的灵敏度.

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{f(\mathbf{x} + \Delta x_i) - f(\mathbf{x})}{\Delta x_i} \quad (5)$$

式中:  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$  为目标函数对第  $i$  个设计变量的灵敏度;

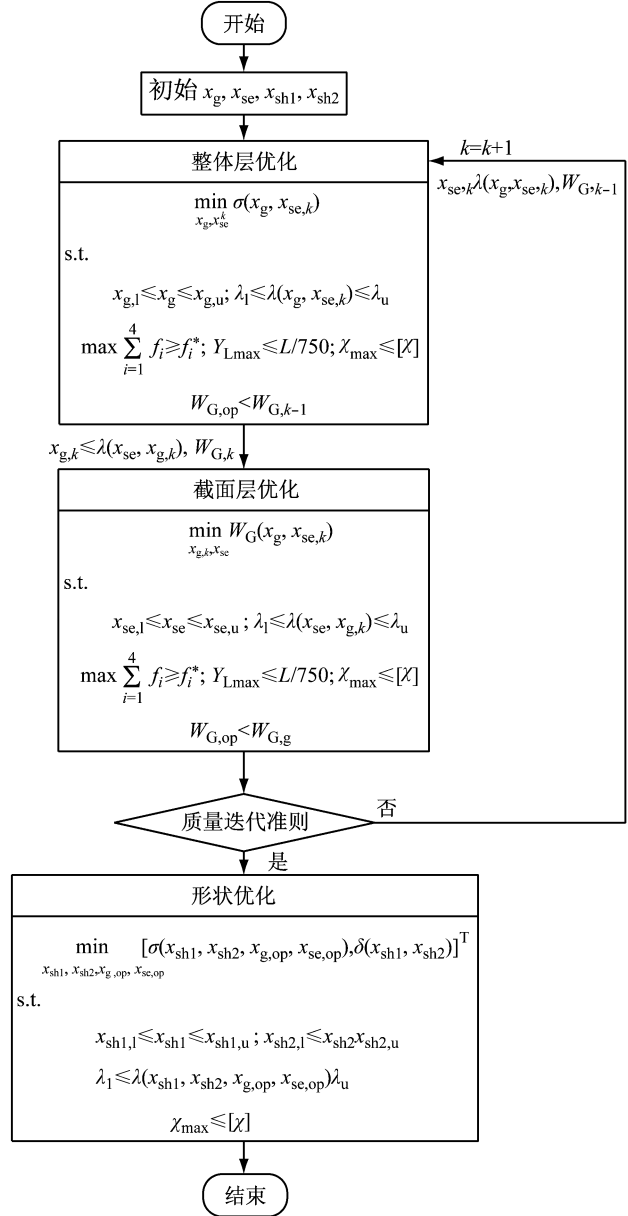


图 11 三级分层协同优化策略

Fig. 11 Three level hierarchical cooperative optimization strategy

$\mathbf{x} + \Delta x_i = (x_1, x_2, \dots, x_i + \Delta x_i, \dots, x_n)^T$  为变动后的设计变量;  $f(\mathbf{x})$  为目标函数;  $\Delta x_i$  为第  $i$  个设计变量的变化量.

#### 3.3 优化数学模型

##### 3.3.1 整体层优化

将多目标优化问题分解成 3 个简单的子优化问题,第 1 层为整体层优化,采用包容式节点桁架的应

力强度作为目标函数, 并考虑频率约束条件、刚度约束条件和疲劳寿命约束条件. 优化数学模型如下:

$$\begin{aligned} & \min_{x_g, x_{se, k}} \sigma(x_g, x_{se, k}) \\ & \text{s. t.} \\ & x_{g, l} \leq x_g \leq x_{g, u}; \lambda_l \leq \lambda(x_g, x_{se, k}) \leq \lambda_u \\ & \max_{i=1}^4 f_i \geq f_i^*; Y_{Lmax} \leq L/750; \chi_{max} \leq [\chi] \\ & W_{G, op} < W_{G, k-1} \end{aligned} \quad (6)$$

式中: 下标 l、u 分别为相应设计变量的上界和下界;  $x_{se, k}$  为当前截面层尺寸变量;  $W_{G, op}$  为当前整体层优化桁架结构的质量;  $W_{G, k-1}$  为上一次整体层优化桁架结构的质量;  $W_{G, op} < W_{G, k-1}$  表示当前整体层优化桁架结构的质量应小于上一次整体层优化桁架结构的质量.

### 3.3.2 截面层优化

采用包容式节点桁架的质量作为目标函数, 并考虑频率约束条件、刚度约束条件、疲劳寿命约束条件和当前整体尺寸对截面尺寸的耦合约束. 优化数学模型如下:

$$\begin{aligned} & \min_{x_{g, k}, x_{se}} W_G(x_{se}, x_{g, k}) \\ & \text{s. t.} \\ & x_{se, l} \leq x_{se} \leq x_{se, u}; \lambda_l \leq \lambda(x_{se}, x_{g, k}) \leq \lambda_u \\ & \max_{i=1}^4 f_i \geq f_i^*; Y_{Lmax} \leq L/750; \chi_{max} \leq [\chi] \\ & W_{G, op} < W_{G, g} \end{aligned} \quad (7)$$

式中: 下标 l、u 分别为相应设计变量的上界和下界;  $x_{g, k}$  为当前整体层尺寸变量;  $W_{G, op}$  为当前截面层优化桁架结构的质量;  $W_{G, g}$  为整体层优化后桁架结构的质量;  $W_{G, op} < W_{G, g}$  表示当前截面层优化桁架结构的质量应小于整体层优化桁架结构的质量.

### 3.3.3 曲面形状优化

前两层优化迭代一定次数收敛后, 将优化得到的整体层设计变量和截面层优化变量作为常数传递给曲面形状优化. 包容式节点形状的改变对桁架整体质量影响可忽略不计, 但对包容式节点局部应力强度影响较大. 选取包容式节点应力强度和曲面光滑度作为目标函数. 优化数学模型如下:

$$\begin{aligned} & \min_{x_{sh1}, x_{sh2}, x_{g, op}, x_{se, op}} [\sigma(x_{sh1}, x_{sh2}, x_{g, op}, x_{se, op}), \\ & \delta(x_{sh1}, x_{sh2})]^T \\ & \text{s. t.} \\ & x_{sh1, l} \leq x_{sh1} \leq x_{sh1, u}; x_{sh2, l} \leq x_{sh2} \leq x_{sh2, u} \\ & \lambda_l \leq \lambda(x_{sh1}, x_{sh2}, x_{g, op}, x_{se, op}) \leq \lambda_u \\ & \chi_{max} \leq [\chi] \end{aligned} \quad (8)$$

式中: 下标 l、u 分别为相应设计变量的上界和下界;  $x_{g, op}$  为整体层优化后的整体层设计变量;  $x_{se, op}$  为截面层优化后的截面层设计变量.

### 3.4 优化算法

实际优化时, 由于整体层和截面层的优化变量数目少, 相互之间耦合约束比较多, 故将整体尺寸和截面尺寸放在同一个子空间进行优化. 采用 NSGA-II 求解优化问题, 设置初始种群个数  $N_p = 20$ , 遗传代数  $g_{en} = 150$ , 杂交概率  $\eta_c = 0.9$ ; 变异概率  $\eta_m = 0.1$ , 杂交分布指数  $\eta_1 = 20$ , 变异分布指数  $\eta_2 = 20$ .

采用二进制杂交, 算法如下:

$$\begin{aligned} c_{1, k} &= \frac{1}{2} [(1 - \beta_k) p_{1, k} + (1 + \beta_k) p_{2, k}] \\ c_{2, k} &= \frac{1}{2} [(1 + \beta_k) p_{1, k} + (1 - \beta_k) p_{2, k}] \end{aligned}$$

其中,  $c_{i, k}$  为子代的第  $k$  个元素;  $p_{1, k}, p_{2, k}$  为随机选择用来杂交的两个父代;  $\beta_k$  为一个随机数, 计算如下:

$$\beta_k(u) = \begin{cases} (2u)^{\frac{1}{\eta_1+1}} & 0 \leq u < 0.5 \\ \frac{1}{[2(1-u)]^{\frac{1}{\eta_1+1}}} & 0.5 \leq u \leq 1 \end{cases}$$

其中,  $u$  是 0 到 1 的随机数.

变异过程采用多项式变异, 算法如下:

$$c_k = p_k + (p_{k, u} - p_{k, l}) \delta_k$$

其中,  $c_k$  是父代  $p_k$  变异后产生的子代;  $p_{k, u}, p_{k, l}$  分别是父代  $p_k$  第  $k$  个元素的上、下限;  $\delta_k$  是一个随机数, 计算如下:

$$\delta_k = \begin{cases} (2r_k)^{\frac{1}{\eta_2+1}} - 1 & 0 \leq r_k < 0.5 \\ 1 - [2(1-r_k)]^{\frac{1}{\eta_2+1}} & 0.5 \leq r_k < 1 \end{cases}$$

其中,  $r_k$  是 0 到 1 的随机数.

### 3.5 优化结果分析

优化总用时 12 635 s, 优化结果见表 2, 整体层和截面层优化帕累托边界见图 12, 优化后的桁架总质量相比优化前减少 15.6%, 小车跨中位置时的最

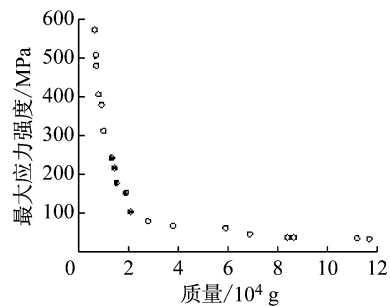


图 12 整体层和截面层优化的帕累托边界  
Fig. 12 Pareto border of whole layer and section layer

大应力强度相比优化前减少 7.4%，优化后的桁架减重效果较好，有一定的工程意义。如图 13 所示，曲面

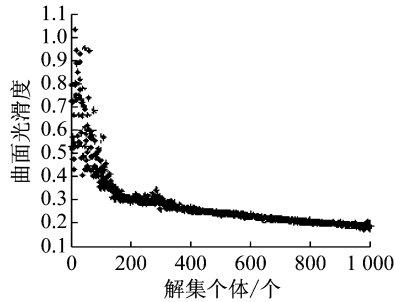


图 13 曲面形状层光滑度优化

Fig.13 Surface smoothness optimization

光滑度最后收敛于  $\delta=0.18$ ，优化后的包容式节点曲面形状如图 14 所示。

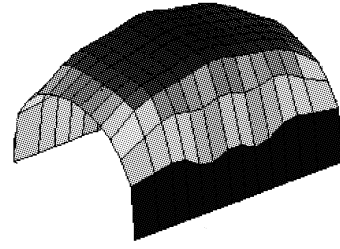


图 14 优化后包容式节点自由曲面模型

Fig.14 Optimization result of bulge formed joint free surface model

表 2 三级分层协同优化策略优化结果

Tab.2 Result of three level hierarchical cooperative optimization

方法	$D_L/\text{mm}$	$H/\text{mm}$	$B/\text{mm}$	$D_1/\text{mm}$	$t_1/\text{mm}$	$D_2/\text{mm}$	$t_2/\text{mm}$	$W_G/t$	$\sigma/\text{MPa}$
优化前	3 700	3 000	3 574	402	12	159	10	22.5	163
优化后	2 780	4 080	3 100	600	10	135	15	19.0	151

## 4 结论

包容式节点桁架结构优化，设计变量多，设计变量间的数量级相差很大且存在耦合约束。本文采用基于子空间和耦合约束的分层协同优化策略对包容式节点桁架主梁进行优化，将设计变量分在 3 个优化子空间内，层与层之间提供耦合约束和数据传递，最终得到可行方案。基于子空间和耦合约束的分层协同优化策略能够将设计变量进行划分，将复杂的结构优化问题转化为相对容易求解的子优化问题，能够有效处理包含不同性态变量的优化问题，求解效率高，解集收敛性好。

### 参考文献：

- [1] 储迅易, 杨海霞, 吴志锋. 桁架结构多目标优化的 NSGA-II 改进算法[J]. 科学技术与工程, 2015, 15(32): 196.  
CHU Xunyi, YANG Haixia, WU Zhifeng. An improved NSGA-II for multi-objective optimization of truss structures [J]. Science Technology and Engineering, 2015, 15(32): 196.
- [2] YAO W, WU Y, CHEN F. A concurrent subspace collaborative optimization architecture to structural synthetical optimization design [J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 2016, 53(6): 1.
- [3] FLAGER F, ADYA A, HAYMAKER J, *et al.* A bi-level

hierarchical method for shape and member sizing optimization of steel truss structures [J]. Computers & Structures, 2014, 131(2): 1.

- [4] 刘涛, 邓子辰. 桁架结构尺寸和形状、拓扑的渐进优化方法 [J]. 西北工业大学学报, 2004, 22(6): 739.  
LIU Tao, DENG Zichen. Combined sizing, shaping and topology optimization of truss structure using evolutionary structure optimization [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2004, 22(6): 739.
- [5] 王毅, 姚卫星. 桁架结构布局优化的并行子空间方法 [J]. 工程设计学报, 2015, 22(3): 256.  
WANG Yi, YAO Weixing. Concurrent subspace optimization for layout design of trusses [J]. Chinese Journal of Engineering Design, 2015, 22(3): 256.
- [6] 张氢, 高倩, 秦仙蓉, 等. 一种由整体到局部的机械结构分层优化模型 [J]. 机械科学与技术, 2010, 29(11): 1433.  
ZHANG Qing, GAO Qian, QIN Xianrong, *et al.* A global to local hierarchical optimization model of mechanical structures [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2010, 29(11): 1433.
- [7] 孙远韬, 张氢, 孙玉福, 等. 一种包容式节点: CN105508355A [P]. 2018-06-19.  
SUN Yuantao, ZHANG Qing, SUN Yufu, *et al.* A bulge formed joint: CN105508355A [P]. 2018-06-19.
- [8] 张氢, 秦仙蓉, 孙远韬, 等. 一种三角形管结构包容式节点单主梁结构: CN205838362U [P]. 2016-12-18.  
ZHANG Qing, QIN Xianrong, SUN Yuantao, *et al.* A single girder structure with bulge formed joint of triangular tube structure: CN205838362U [P]. 2016-12-18.