

# 考虑饱和的开关磁阻电机径向电磁力解析建模

左曙光, 郑玉平, 胡胜龙, 毛 钰

(同济大学 汽车学院, 上海 201804)

**摘要:** 为了对开关磁阻电机径向电磁力进行快速计算和分析, 提出了一种开关磁阻电机电磁力的解析计算模型. 该模型考虑了饱和的影响, 且能够反映电磁力的分布特征. 基于磁通管法推导了磁动势和等效磁导, 通过磁势乘磁导建立气隙磁场模型; 分析了饱和对气隙磁场的影响, 并引入修正系数对模型进行修正; 基于麦克斯韦张量法建立了径向分布电磁力解析计算模型, 并通过有限元方法证明了该解析模型的准确性. 模型可以反映电磁力与电机结构的关系, 适合电机设计和改进, 以及振动噪声研究时快速计算电磁力.

**关键词:** 开关磁阻电机; 解析模型; 等效气隙; 饱和; 分布电磁力

**中图分类号:** TM352

**文献标志码:** A

## Analytical Modeling of Radial Electromagnetic Force for Switched Reluctance Motor Considering Saturation Effect

ZUO Shuguang, ZHENG Yuping, HU Shenglong, MAO Yu

(School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** A novel analytical model of electromagnetic force for switched reluctance motor (SRM) was presented to calculate and analyze the radial electromagnetic force quickly. The model takes the influence of saturation into account, and reflects the distributing characteristics of electromagnetic force for the SRM. The magnetomotive force (MMF) and air-gap equivalent permeance was computed based on the flux tube method, and an analytical model of air-gap magnetic field was established based on the magnetomotive force-permeance theory. The influence of saturation on SRM was analyzed, and the previous air-gap magnetic field model was improved by considering the saturation effect. A mathematical model of radial distributive electromagnetic force was built based on the Maxwell's tensor method, and the accuracy of the model was validated by comparing with the simulation results. The proposed model establishes the relationship between the

electromagnetic force and the motor parameters, which is suitable for fast computation of the radial electromagnetic force in the design stage and analysis of the NVH behavior of the SRM.

**Key words:** switched reluctance motor (SRM); analytical model; equivalent air-gap; saturation effect; distributive electromagnetic force

开关磁阻电机因结构简单、无需稀土材料、调速性好, 是电动汽车驱动电机的优选方案之一. 然而其突出的振动噪声问题限制了其广泛应用<sup>[1]</sup>. 目前, 振动噪声抑制研究一直是开关磁阻电机研究的重要问题. 作用于定子齿的径向电磁力波动是引起开关磁阻电机振动的主要因素<sup>[2]</sup>, 而建立电磁力模型是研究电磁力的基础.

目前开关磁阻电机电磁力模型建立主要为有限元方法和解析方法. 有限元方法是一种成熟且可信度高的计算电磁力手段. Anwar 等通过有限元方法计算了开关磁阻电机定子齿上电磁力, 虽然该方法准确性好, 但模型搭建繁琐, 计算效率不高<sup>[3-4]</sup>. 解析计算模型计算速度快, 参数调整简单直接, 且解析模型中参数意义明确, 有利于电机前期开发的快速验证; 模型能够反映电磁力及谐波产生机理, 能够辅助分析电磁力激励来源, 有利于振动噪声抑制研究, 对于低噪声开关磁阻电机的开发及优化有直接的指导价值. 永磁同步电机、爪极电机等的气隙磁场和电磁力解析模型已经比较成熟<sup>[5-6]</sup>. 与上述电机不同, 开关磁阻电机具有双凸极结构特点, 且运行过程中有严重的饱和效应, 使得建立具有高精度的解析模型较为困难. 目前开关磁阻电机径向电磁力模型大多计算电机定子齿上的径向集中力<sup>[7-10]</sup>, 考虑分布电磁力的解析建模鲜有研究. 将电机整个齿上电磁力作为集中力处理, 既不符合电磁力实际分布情况, 也无

收稿日期: 2017-11-09

基金项目: 国家自然科学基金(51875410)

第一作者: 左曙光(1968—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为汽车振动与噪声控制. E-mail: sgzuo@tongji.edu.cn

法获取电磁力具体的时空分布信息. 图 1 为开关磁阻电机运行时的电磁力分布情况,采用作用于定子中心的集中力等效会产生较大误差. 文献[11]将电磁力以集中力和分布力形式分别加载计算噪声,证实考虑力分布特征的方法计算结果更为准确.

开关磁阻电机工作在局部饱和十分严重的条件下,建立较为准确的径向力模型需要考虑饱和的影响. 文献[12-14]建立了开关磁阻电机径向力模型,根据有限元结果,通过饱和修正公式考虑了饱和的影响,但仅能计算作用于整个齿的集中力. 文献[15]使用等效磁路法研究了双凸极电机的气隙磁导,通过饱和产生的磁导率降落量来反映饱和对双凸极电机的影响,但并未进一步计算电磁力,且等效磁路法无法考虑电磁力的分布特征.

综上所述,目前对开关磁阻电机考虑径向电磁力分布特征的解析模型鲜有研究. 本文首先考虑电机运行时磁力线的分布情况,推导定子励磁磁动势和等效气隙磁导,建立不考虑饱和时气隙磁场解析模型;进而根据有限元结果分析了饱和对气隙磁场的影响特点,基于上述模型提出考虑饱和的气隙磁场模型;最后基于麦克斯韦张量法得到径向电磁分布力模型,并通过有限元验证了模型的准确性.

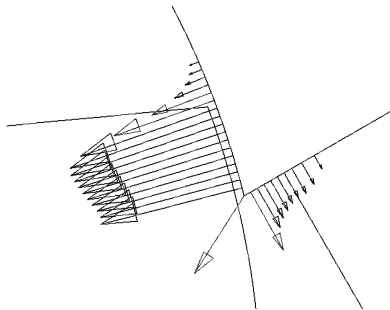


图 1 定子径向电磁力分布

Fig.1 Distribution of radial electromagnetic force

### 1 不考虑饱和的气隙磁场解析模型

开关磁阻电机具有典型的双凸极结构,定转子上均无永磁体,转子上也没有绕组,由定子上的集中绕组励磁. 本文采用磁势乘磁导的方法求取气隙磁场,建模考虑定子齿侧面励磁建立磁动势,且将磁力线近似看作圆弧及直线来模拟磁力线在气隙中的路径,求取气隙的磁导<sup>[16]</sup>.

对于  $N_s/N_r$  极电机,  $N_s$  为定子齿数,  $N_r$  为转子齿数,  $P=N_s/2$  为相数,  $\theta_s, \beta_s$  分别为定子极距角度与极弧角度,  $\theta_r, \beta_r$  分别为转子极距角度与极弧角度,

$R_s$  为定子内径,  $R_r$  为转子外径. 为了方便分析,做如下简化:①铁芯的导磁率为无穷大;②磁场沿轴向均匀分布,忽略电机端部的影响,忽略漏磁通;③第一部分暂不考虑定转子饱和的影响.

#### 1.1 定子励磁磁动势

根据开关磁阻电机定子的结构,将其沿周向展开,单相励磁的磁动势在圆周空间中的分布情况如图 2 所示,则单相励磁磁动势在一个周期内可表达为(以 A 相为例, B 相、C 相以此类推)

$$F_A(\theta) = \begin{cases} f_1(\theta), & \theta \in [0, \theta_s] \\ 0, & \theta \in [\theta_s, \pi] \\ f_2(\theta), & \theta \in [\pi, \pi + \theta_s] \\ 0, & \theta \in [\pi + \theta_s, 2\pi] \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $F_A$  为 A 相磁动势;  $N$  为绕组匝数;  $I_A$  为 A 相电流;  $\theta$  为电机圆周空间机械角度.

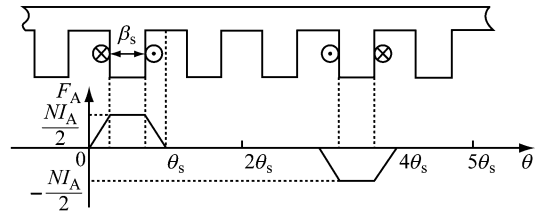


图 2 定子绕组磁动势在圆周空间中的分布

Fig.2 Magnetomotive force of stator coil

对定子励磁磁动势圆周空间分布进行傅里叶级数分解,得 A 相定子励磁磁动势如式(2)所示,其中,  $f_a, f_b$  均为与电机结构有关的系数,如式(3)所示.

$$F_A(\theta) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} [f_a \cos(k\theta) + f_b \sin(k\theta)] = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} f \cos(k\theta + \varphi_i) \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} f_a &= \frac{2NI_A}{k^2 \pi(\theta_s - \beta_s)} \left[ \cos\left(k \frac{\theta_s - \beta_s}{2}\right) - \cos(k\theta_s) + \cos\left(k \frac{\theta_s + \beta_s}{2}\right) - 1 \right] \\ f_b &= \frac{2NI_A}{k^2 \pi(\theta_s - \beta_s)} \left[ \sin\left(k \frac{\theta_s - \beta_s}{2}\right) - \sin(k\theta_s) + \sin\left(k \frac{\theta_s + \beta_s}{2}\right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

则 B、C 相磁动势分别为

$$\left. \begin{aligned} F_B(\theta, t) &= \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} f \cos\left(k\left(\theta - \frac{2\pi}{N_s}\right) + \varphi_i\right) \\ F_C(\theta, t) &= \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} f \cos\left(k\left(\theta - \frac{4\pi}{N_s}\right) + \varphi_i\right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

开关磁阻电机驱动电流一般为与转子位置角有

关的非正弦电流,各相电流表示为

$$\left. \begin{aligned} I_A &= I_0 + \sum_{i=1,2,\dots} I \cos(iN_r\omega t + \varphi_i) \\ I_B &= I_0 + \sum_{i=1,2,\dots} I \cos\left(i\left(N_r\omega t - \frac{2\pi}{P}\right) + \varphi_i\right) = \\ &I_0 + \sum_{i=1,2,\dots} I \cos\left(i\left(N_r\omega t - \frac{4\pi}{N_s}\right) + \varphi_i\right) \\ I_C &= I_0 + \sum_{i=1,2,\dots} I \cos\left(i\left(N_r\omega t - \frac{8\pi}{N_s}\right) + \varphi_i\right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中:  $I_0$  为电流常量部分;  $I$  为系数;  $\omega$  为电机转频;  $t$  为时间。

电机定子绕组各相合成磁动势为

$$F(\theta, t) = F_A(\theta, t) + F_B(\theta, t) + F_C(\theta, t) \quad (6)$$

### 1.2 气隙磁导

应用磁通管法的思想,把定子到转子磁力线的长度作为等效气隙长度,以此推导出气隙磁导的公式.如图 3 所示,气隙区域可以分为 3 个部分:定子区域、第一气隙和转子区域.则气隙磁导为

$$\Delta(\theta, t) = \frac{\mu_0}{g_0 + g_s(\theta) + g_r(\theta, t)} \quad (7)$$

式中:  $\mu_0$  为真空磁导率;  $g_0$  为第一气隙长度;  $g_s$ 、 $g_r$  分别为定子及转子部分的等效气隙长度。

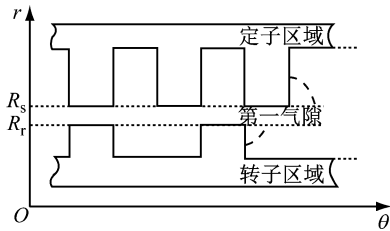


图 3 气隙区域示意图

Fig. 3 Sketch map of air-gap area

#### 1.2.1 定子部分的等效气隙长度

如图 4 所示,定子部分定子齿顶的等效气隙长度为 0,齿侧部分等效气隙长度为与圆周空间角度有关的同心圆弧长.由于分析时将定转子沿周向展开,且使用直线及圆弧代替实际的磁力线,从而引入了误差修正系数  $\beta_1$ 、 $\beta_2$  进行修正<sup>[17]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{\pi}{2} + \frac{3}{4}\beta_s + \frac{1}{4}\beta_r - \alpha_{rs} \\ \beta_2 &= \frac{\pi}{2} + \frac{1}{4}\beta_s - \frac{1}{4}\beta_r - \alpha_{rs} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中:  $\alpha_{rs}$  为定转子齿轴线之间的夹角。

定子等效气隙长度是与电机周向空间位置有关的函数,由几何关系可得,在一个定子齿距范围内等效气隙长度为

$$g_s(\theta) = \begin{cases} 0, & \theta \in [0, \beta_s] \\ \beta_1 x(\theta), & \theta \in [\beta_s, \theta_s] \end{cases} \quad (9)$$

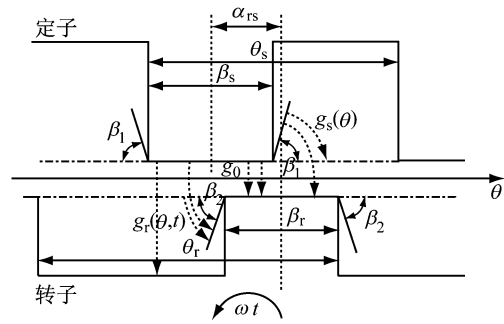


图 4 定转子等效气隙

Fig. 4 Equivalent air-gap of stator and rotor

对等效气隙空间分布进行傅里叶级数分解

$$g_s(\theta) = s_0 + \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} [s_a \cos(mN_s\theta) + s_b \sin(mN_s\theta)] \quad (10)$$

其中  $s_0$ 、 $s_a$ 、 $s_b$  均为与定子结构有关的常数

$$\left. \begin{aligned} s_0 &= \frac{N_s R_s \beta_1}{8\pi} (\theta_s^2 + \beta_s^2 - 2\theta_s \beta_s) \\ s_a &= \frac{R_s \beta_1}{m^2 \pi N_s} \left[ 2 \cos\left(mN_s \frac{\theta_s}{2}\right) - \cos\left(mN_s \frac{\beta_s}{2}\right) - \cos\left(mN_s \frac{2\theta_s - \beta_s}{2}\right) \right] \\ s_b &= \frac{R_s \beta_1}{m^2 \pi N_s} \left[ 2 \sin\left(mN_s \frac{\theta_s}{2}\right) - \sin\left(mN_s \frac{\beta_s}{2}\right) - \sin\left(mN_s \frac{2\theta_s - \beta_s}{2}\right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

#### 1.2.2 转子部分的等效气隙长度

转子等效气隙是关于时间和空间的函数.如图 5 所示,在一个转子齿距范围内,等效气隙长度为

$$g_r(\theta, t) = \begin{cases} 0, & \theta \in [0, \beta_r] \\ \beta_2 x(\theta, t), & \theta \in [\beta_r, \theta_r] \end{cases} \quad (12)$$

对等效气隙圆周空间分布进行傅里叶级数分解

$$g_r(\theta, t) = r_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [r_a \cos(nN_r(\theta - \omega t)) + r_b \sin(nN_r(\theta - \omega t))] \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= \frac{N_r R_r \gamma_r \beta_2}{2\pi} (\theta_r - \beta_r - \gamma_r) \\ r_a &= \frac{R_r \beta_2}{n^2 \pi N_r} [\cos(nN_r(\beta_r + \gamma_r)) + \cos(nN_r(\theta_r - \gamma_r)) - \cos(nN_r\beta_r) - \cos(nN_r\theta_r)] \\ r_b &= \frac{R_r \beta_2}{n^2 \pi N_r} [\sin(nN_r(\beta_r + \gamma_r)) + \sin(nN_r(\theta_r - \gamma_r)) - \sin(nN_r\beta_r) - \sin(nN_r\theta_r)] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\gamma_r = \frac{h_r}{R_r \beta_2} \quad (15)$$

式中:  $h_r$  为转子齿高。

### 1.3 气隙磁场和电磁力

在定转子铁芯磁导无穷大的假设下,磁动势降落全发生在气隙空间处,气隙磁场可由磁动势与气隙磁导相乘得到,如式(16)所示. 开关磁阻电机气隙磁场是关于电机周向空间位置和时间(决定转子位置)两个变量的函数. 切向磁密幅值不到径向磁密的 1/10,则根据麦克斯韦张量法,定子表面径向电磁力波为:

$$P_r = \frac{B_n^2 - B_t^2}{2\mu_0} \approx \frac{B_n^2}{2\mu_0} \quad (17)$$

为验证该模型的准确性,本文通过有限元方法进行验证,有限元模型定转子材料定义为理想材料,即该材料磁化曲线为线性,如图 5 曲线 B 所示. 样机为 6/4 极电机,主要参数如表 1 所示,结构如图 6 所示. 在电流 20 A、转子位置角 23°情况下,电机空间磁场分布解析结果和有限元仿真结果对比如图 7 所示. 从对比结果看,气隙磁密吻合较好.

图 8a 为转子位置角为 25°时电磁力空间分布及  $B_r(\theta, t) = F(\theta, t) \cdot \Lambda(\theta, t) =$

$$\sum_{k=1,3,\dots} \sum_{i=0,1,\dots} F_i \cos(k\theta \pm iN_r\omega t + \varphi_i) \cdot \frac{\mu_0}{g_0 + \sum_{m=0,1,\dots} S_m \cos(mN_s\theta + \varphi_s) + \sum_{n=0,1,\dots} R_n \cos(nN_r(\theta - \omega t) + \varphi_r)} \quad (16)$$

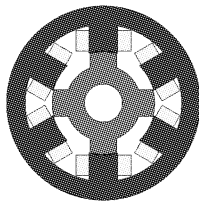


图 6 6/4 极开关磁阻电机结构  
Fig.6 Structure of 6/4 SRM

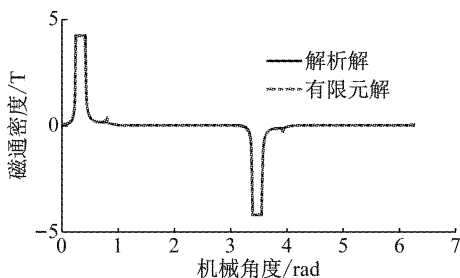


图 7 不考虑饱和的气隙磁密电机空间磁场分布  
Fig.7 Air-gap flux density without considering saturation

谐波阶次对比,前 20 阶空间谐波误差最大为 3.62%,其中空间 2 阶误差仅为 2.65%;图 8b 为定子中间位置处电磁力时间变化及谐波阶次对比,前 5 000 Hz 最大误差为 3.87%. 结果表明,该解析模型具有良好的精度. 有限元和解析解在不对齐区域齿尖部位存在误差,这是因解析模型未考虑齿尖部位的磁导突变所致.

然而,实际铁心材料磁化曲线如图 5 曲线 A,随着磁化强度  $H$  的增大,磁通密度并不随磁场强度线性增大,即产生磁饱和. 开关磁阻电机运行过程中存在严重的局部磁饱和,为了提高解析模型的准确性,需要考虑饱和的影响.

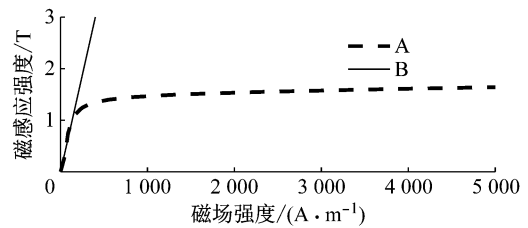


图 5 磁化曲线  
Fig.5 B-H curve

表 1 6/4 极开关磁阻电机主要参数

Tab.1 Main parameters of 6/4 switched reluctance motor			
参数	取值	参数	取值
额定功率 $P/\text{kW}$	4.0	第一气隙 $g_0/\text{mm}$	0.4
额定电流 $I/\text{A}$	30.0	定子极弧 $\beta_s/(\text{°})$	32.0
额定转速 $n/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	4 000.0	转子极弧 $\beta_r/(\text{°})$	30.0
定子内径 $R_s/\text{mm}$	82.8	铁芯长度 $l_{Fe}/\text{mm}$	91.5
转子外径 $R_r/\text{mm}$	82.0	铁芯材料牌号	DW360-50
定子齿高 $h_s/\text{mm}$	21.6	相绕组匝数	134
转子齿高 $h_r/\text{mm}$	11.5		

## 2 考虑饱和的电机气隙磁场建模

### 2.1 影响磁场饱和因素分析

本文以 6/4 极开关磁阻电机为对象,分析饱和对气隙磁场的影响. 电机磁力线分布如图 9 所示,根据磁阻最小原理,磁力线主要从定转子重合区域通过. 如图 10 所示,转子不同位置角及不同电流时,考虑铁芯饱和与否电机气隙磁场沿空间分布情况. 图 10a 为转子极与定子槽非对齐位置时考虑材料饱和与否的气隙磁密对比,此时定转子未重合,几乎没有

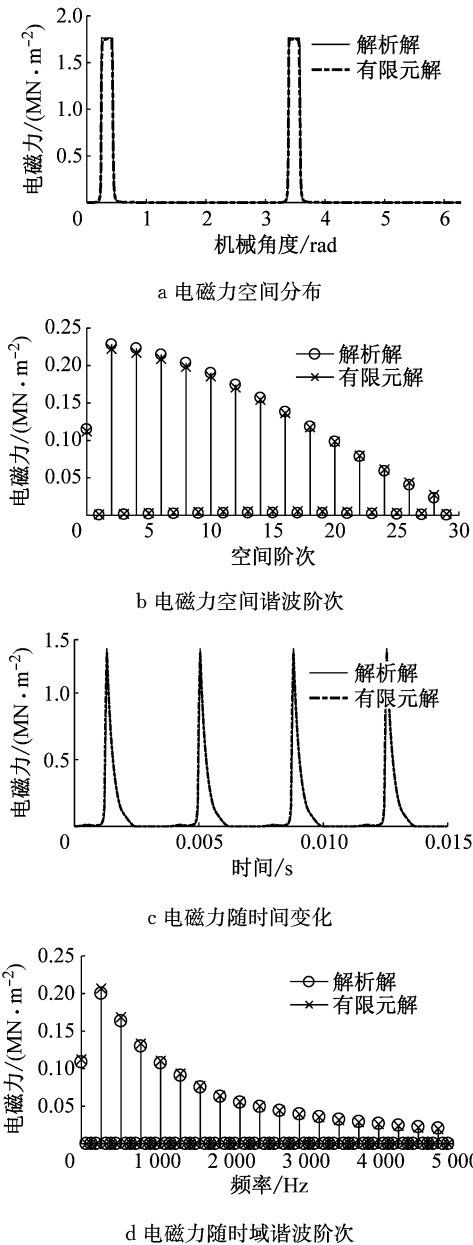


图 8 不考虑饱和的电磁力时间和空间分布

Fig.8 Time and spatial distribution of electromagnetic force without considering saturation effect

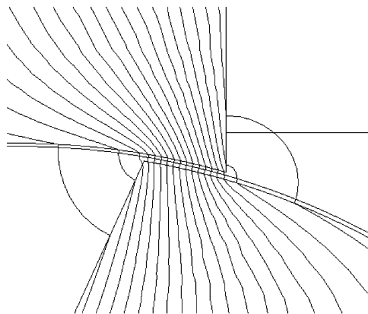


图 9 电机磁力线分布

Fig.9 Distribution of flux line on the motor

饱和;图 10c、d 为定转子部分重合饱和和对气隙磁密

影响对比,在定转子重合的区域,饱和引起磁密下降十分严重,而不重合区域磁密基本一致.定转子重合部分饱和程度比较大,气隙磁密变化非常大,而不重合部分由于气隙磁阻较大,饱和并不明显.

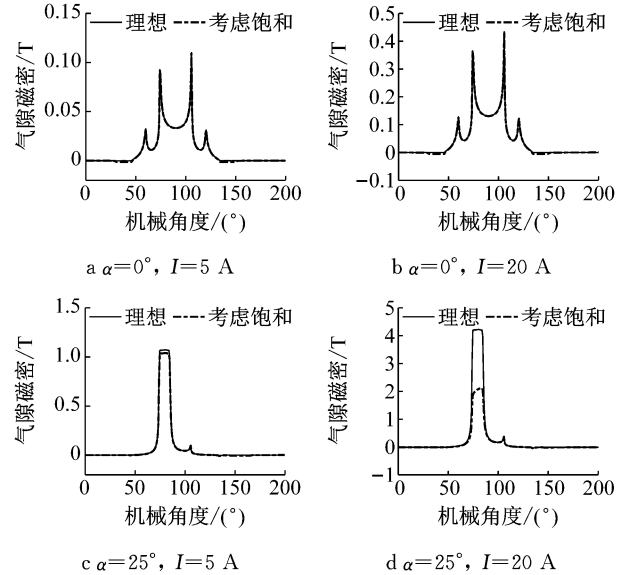


图 10 不同电流和转子位置考虑饱和与否气隙磁密对比

Fig.10 Comparison of flux density considering or without considering saturation

经研究总结出影响饱和的两个主要因素:电流和转子位置角.本文引入磁密降落量  $\Delta B$ ,即不饱和与饱和气隙磁密之间的差值,使用有限元方法来研究各因素对饱和的影响.

### 2.1.1 电流对饱和的影响

电流是影响电机磁饱和的最主要的因素.当电流较小时,电机饱和程度较小,随着电流增大,电机饱和程度越来越大.首先,不考虑转子位置角的影响,分析对齐位置时,饱和引起的磁密降落量.图 11a 表示定转子重合区域电机不同圆周空间角度位置取样点的磁密降落量随绕组电流变化情况,可知重合区域不同圆周位置磁密降落量具有一致性.图 11b 为其中 1 个取样点磁密降落量随电流变化情况,其曲线具有分段线性的特征.本文采用关于电流  $i$  的函数来拟合

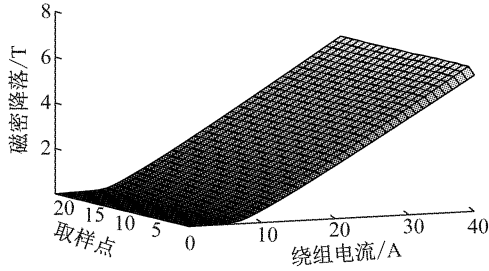
$$\Delta B_1 = \begin{cases} a_{11}i + a_{12}; & i \in [0, 5] \\ a_{21}i^2 + a_{22}i + a_{23}; & i \in [5, 10] \\ a_{31}i + a_{32}; & i \in [10, 40] \end{cases} \quad (18)$$

式中: $\Delta B_1$  为电流引起的磁密降落量; $i$  为某相电流; $a_{ij} (i, j=1, 2, 3)$  为拟合常数.

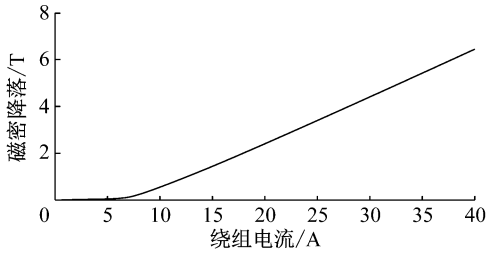
### 2.1.2 转子位置角对饱和的影响

当绕组电流相同、转子位置角(定转子重合角)

不同时,饱和程度不同,产生的磁密降落量也不同.图 12a 表示电流不变时,不同周向空间取样点随转子位置角变化时磁密降落量变化情况.可以看出,当取样点未处于定转子重合区域时,磁密降落量基本为 0,当进入到重合区域时,磁密降落量迅速增大到一定值;之后随着重合角度继续增大,磁密降落量继续线性缓慢增大.如图 12b 所示,同一空间位置点相对磁密降落量随电流增大具有近似抛物线特征.考



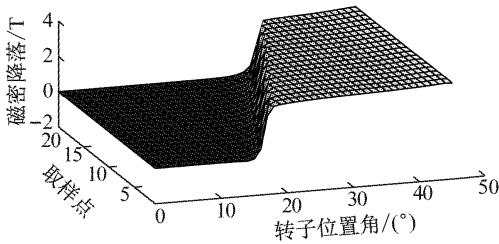
a 定子区域不同采样点



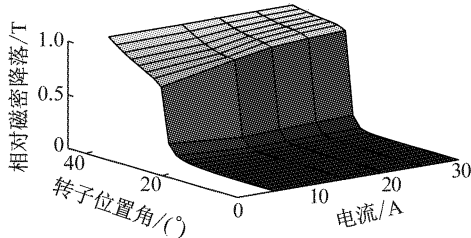
b 其中 1 个采样点

图 11 磁密降落量随电流变化

Fig. 11 Flux density drop with current changes



a 相同电流齿区不同空间位置



b 电流和转子位置角的综合影响

图 12 磁密降落随转子位置角变化

Fig. 12 Flux density drop with rotor position angle changes

虑转子位置角对饱和的影响后,磁密降落量可以表示为

$$\Delta B = b(\alpha, i) \Delta B_1 = (b_1 \alpha + b_2 i^2 + b_3 i + b_4) \Delta B_1 \quad (19)$$

式中: $b(\alpha, i)$  是随转子位置角和电流线性变化的系数,其值小于 1; $b_1, b_2, b_3$  均为拟合常数.

## 2.2 考虑饱和的磁密解析模型

本文在线性解析模型的基础上,引入磁导降落系数来反映饱和的影响. A 相磁导降落量  $\lambda_{dA}$  与磁密降落量  $\Delta B$  的关系如下(B、C 相类似):

$$\lambda_{dA} = \frac{2g_0}{NI_A \mu_0} \Delta B = \frac{2g_0}{NI_A \mu_0} [(b_1 \alpha + b_2 I_A^2 + b_3 I_A + b_4) \Delta B_1] \quad (20)$$

磁导降落量只作用于定转子重合区域,对其沿周向进行傅里叶级数分解,则 A 相的磁导降落量沿圆周空间分布为磁导降落系数公式如下:

$$\lambda_{FeA}(\theta, t) = f_{e0} + \sum_{u=1,2,\dots}^{\infty} (f_{ea} \cos(2u\theta) + f_{eb} \cos(2u\theta)) \quad (21)$$

式中: $\lambda_{FeA}$  为磁导降落系数; $f_{e0}, f_{ea}, f_{eb}$  为傅里叶分解产生的常数,如公式(22)所示;其中  $\Delta\alpha$  为定转子重合角,如式(23)所示.

$$\left. \begin{aligned} f_{e0} &= \frac{\lambda_{dA}}{2\pi} (\theta_s - \beta_s + 2\Delta\alpha) \\ f_{ea} &= \frac{\lambda_{dA}}{u^2 \pi (\theta_s - \beta_s)} \left[ \cos\left(2u \frac{\theta_s - \beta_s}{2}\right) + \cos\left(2u \left(\frac{\theta_s - \beta_s}{2} + \Delta\alpha\right)\right) - \cos(2u(\theta_s - \beta_s + \Delta\alpha)) - 1 \right] \\ f_{eb} &= \frac{\lambda_{dA}}{u^2 \pi (\theta_s - \beta_s)} \left[ \sin\left(2u \frac{\theta_s - \beta_s}{2}\right) + \sin\left(2u \left(\frac{\theta_s - \beta_s}{2} + \Delta\alpha\right)\right) - \sin(2u(\theta_s - \beta_s + \Delta\alpha)) \right] \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\Delta\alpha = \alpha - \left(\frac{\pi}{N_r} - \frac{\beta_s}{2} - \frac{\beta_r}{2}\right), \Delta\alpha \in [0, \beta_s] \quad (23)$$

故三相电机磁导降落系数可表示为

$$\lambda_{Fe} = \lambda_{FeA} + \lambda_{FeB} + \lambda_{FeC} = \sum_{u=0,1,\dots} D_u \cos(u2\theta + \varphi_d) \quad (24)$$

式中: $\lambda_{Fe}$  为电机磁导降落系数; $D_u$  为傅里叶分解产生的与饱和有关的常数.结合不考虑饱和的模型(16)与饱和磁导修正式(24),考虑饱和的气隙磁场模型可以表示为

$$B_r(\theta, t) = F(\theta, t) \cdot \Lambda(\theta, t) \cdot (1 - \lambda_{Fe}) = \frac{\mu_0 \sum_{k=1,3,\dots} \sum_{i=0,1,\dots} F_i \cos(k\theta \pm iN_r\omega t + \varphi_f)}{g_0 + \sum_{m=0,1,\dots} S_m \cos(mN_s\theta + \varphi_s) + \sum_{n=0,1,\dots} R_n \cos(nN_r(\theta - \omega t) + \varphi_r)} (1 - \sum_{u=0,1,\dots} D_u \cos(2u\theta + \varphi_d)) \quad (25)$$

### 3 径向电磁力建模及有限元验证

根据麦克斯韦应力张量法,法向电磁力的公式如式(17)所示. 则开关磁阻电机径向电磁分布力波可表示为

#### 3.1 径向电磁力解析模型

$$P_r(\theta, t) = \frac{B_r^2(\theta, t)}{2\mu_0} = \frac{\mu_0}{2} \left[ \frac{(1 - \sum_{u=0,1,\dots} D_u \cos(2u\theta + \varphi_d)) \sum_{k=1,3,\dots} \sum_{i=0,1,\dots} F_i \cos(k\theta \pm iN_r\omega t + \varphi_f)}{g_0 + \sum_{m=0,1,\dots} S_m \cos(mN_s\theta + \varphi_s) + \sum_{n=0,1,\dots} R_n \cos(nN_r(\theta - \omega t) + \varphi_r)} \right]^2 \quad (26)$$

#### 3.2 有限元验证

为验证解析模型准确性,本文将解析计算与有限元仿真结果对比分析. 电机的基本结构参数如表 1 所示,样机材料定义为牌号 DW360-50 硅钢. 图 13 为电流 25 A、转子位置角 19°时电机径向磁密的解析和有限元结果对比,考虑饱和的解析模型计算结果与有限元结果吻合良好. 图 14 为样机在额定转速 4 000 r · min<sup>-1</sup>运行时的对比结果,图 14a 表示 A 相转子位置角 30°时电磁力空间分布情况及其谐波空间阶次对比,而图 14b 表示 A 相定子齿中间位置的电磁力随时间变化情况及其谐波时间阶次对比. 结果显示,解析计算结果和有限元结果吻合程度较好,电机电磁力谐波时空阶次解析与有限元解具有良好的一致性. 其中,空间阶次前 18 阶幅值误差均在 5% 以下;时间阶次前 2 000 Hz 最大误差为 7.2%,前 5 000 Hz 最大误差为 16.8%,高次谐波精度稍差,但总体趋势一致. 结果说明,此模型能够较为准确地反映电机电磁力谐波的时空特性,有助于电机振动噪声研究. 同时由图 13 及图 14 可以看出,在定转子齿槽边缘,解析结果和有限元结果存在一定误差,这是由于建模时对磁力线的等效以及研究饱和时的参数修正做了简化处理引起的. 此外,对于本文样机,采用该解析方法仅需有限元 20% 的计算时间便可得到相当精度的结果.

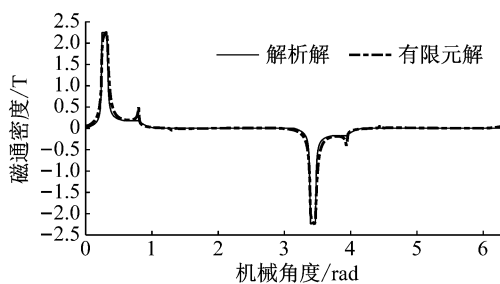
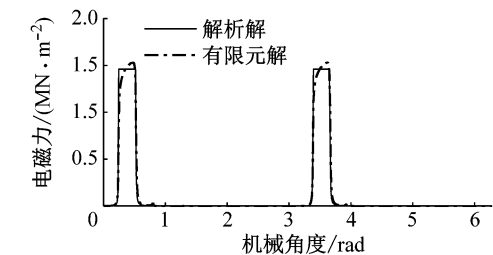
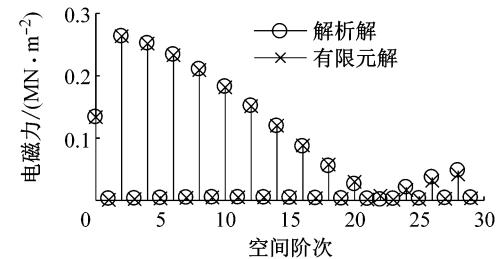


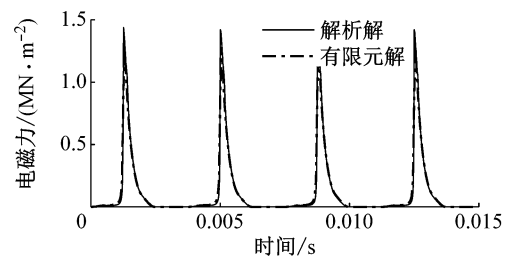
图 13 I = 25 A, α = 19°时径向气隙磁密  
Fig. 13 Radial magnetic flux density



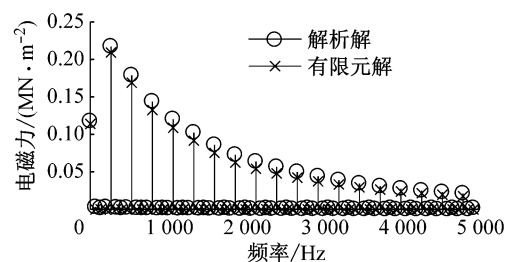
a 电磁力空间分布



b 电磁力空间谐波阶次



c 电磁力随时间变化



d 电磁力随时域谐波阶次

图 14 4 000 r · min<sup>-1</sup>时电磁力时间和空间分布

Fig. 14 Time and spatial distribution of electromagnetic force at 4 000 r · min<sup>-1</sup>

为了说明本文提出方法的有效性和普适性,本文建立了另一款常用的 12/8 极开关磁阻电机考虑饱和的径向电磁力解析模型. 12/8 极电机的基本参数如表 2 所示. 其中不考虑饱和、考虑饱和以及有限元仿真的电机径向电磁力空间分布如图 15 所示. 可以看出,对于该电机本文方法仍有较高的准确性,说明本文提出的方法对于其他开关磁阻电机也具有较强的适用性.

表 2 12/8 极开关磁阻电机主要参数

Tab.2 Main parameters of 12/8 switched reluctance motor

参数	取值	参数	取值
额定功率 $P/\text{kW}$	4.0	转子齿高 $h_r/\text{mm}$	12.7
额定电流 $I/\text{A}$	35.0	第一气隙 $g_0/\text{mm}$	0.3
额定转速 $n/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	3 000.0	定子极弧 $\beta_s/(\text{°})$	15.0
定子内径 $R_s/\text{mm}$	88	转子极弧 $\beta_r/(\text{°})$	16.0
转子外径 $R_r/\text{mm}$	87.4	铁芯长度 $l_{\text{Fe}}/\text{mm}$	160.0
定子齿高 $h_s/\text{mm}$	21.5		

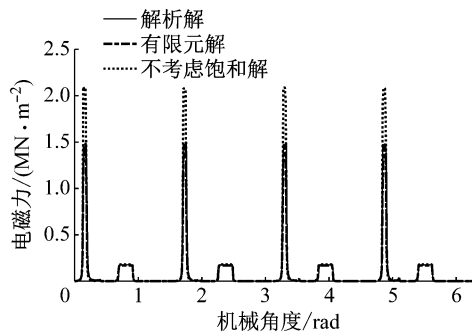


图 15 12/8 极 SRM 3 000  $\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$  时电磁力空间分布  
Fig.15 Spatial distribution of electromagnetic force of 12/8 SRM at 3 000  $\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$

## 4 结论

本文通过建立磁动势和等效气隙磁导模型,建立了开关磁阻电机气隙磁场的解析计算模型;引入磁导降落系数,建立了考虑饱和的气隙磁场解析计算模型;并基于麦克斯韦张量法建立了考虑磁饱和的径向分布电磁力计算模型,通过有限元方法验证了模型的准确性,并且得到如下结论:

(1) 本文分析了电流、转子位置角对磁饱和的影响,并对通过参数拟合对解析模型进行修正,建立的电磁力解析计算模型能够较为准确地计算电机气隙磁场和径向电磁力.

(2) 相比有限元方法,本文提出的径向电磁力解析计算方法更适合气隙磁场和电磁力的快速计算;模型给出了电机结构参数和电磁力的关系,模型

中参数物理意义明确,有利于电机设计时快速验证.

(3) 本文提出的模型能够计算电机分布电磁力,相比集中力,分布电磁力包含更为详细的电磁力波随时间的波动特征以及沿电机一周的空间分布特征信息,更有利于开关磁阻电机旋转电磁力特性研究和电机减振降噪研究.

## 参考文献:

- [1] LECOINTE J P, ROMARY R, BRUDNY J F, *et al.* Analysis and active reduction of vibration and acoustic noise in the switched reluctance motor [J]. IEEE Proceedings-Electric Power Applications, 2004, 151(6): 725.
- [2] CAMERON D E, LANG J H, UMANS S D. The origin and reduction of acoustic noise in doubly salient variable-reluctance motors[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 1992, 28(6): 1250.
- [3] ANWAR M N, HUSAIN O. Radial force calculation and acoustic noise prediction in switched reluctance machines [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2000, 36(6): 1589.
- [4] DOS SANTOS F L M, ANTHONIS J, NACLERIO F, *et al.* Multiphysics NVH modeling: simulation of a switched reluctance motor for an electric vehicle[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(1): 469.
- [5] 左曙光,林福,吴旭东. 车用永磁同步电机转矩解析模型和波动特性分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2015 (9): 1731. ZUO Shuguang, LIN Fu, WU Xudong. Analytical calculation model and ripple characteristics analysis of torque in permanent magnet synchronous motor for electric vehicles[J]. Journal of Zhejiang University(Engineering Science), 2015 (9): 1731.
- [6] 钟鸿敏,左曙光,吴旭东,等. 电励磁爪极发电机气隙磁场与径向电磁力的解析计算模型[J]. 电工技术学报, 2017, 32(7): 49. ZHONG Hongmin, ZUO Shuguang, WU Xudong, *et al.* Analytical calculation model of air gap magnetic field and radial electromagnetic force of electric excitation claw pole generator [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(7): 49.
- [7] HUSAIN I, RADUN A, NAIRUS J. Unbalanced force calculation in switched-reluctance machines [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2000, 36(1):330.
- [8] 裴丽娜,葛宝明. 高速开关磁阻电机电磁解析分析方法[J]. 电机与控制学报, 2010, 14(9):48. PEI Lina, GE Baoming. Electromagnetic analytical method for high speed switched reluctance motor[J]. Electric Machines and Control, 2010, 14(9): 48.
- [9] ZHANG H J. Analysis of radial force for switched reluctance motor[C]// 2013 IEEE International Conference on Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices (ASEMD). Beijing: IEEE, 2013: 418-419.
- [10] 龙荣. 开关磁阻电机径向力解析建模及三维有限元分析[D]. 石家庄:河北工程大学, 2012. LONG Rong. Analytical and 3D FEM modeling of electromagnetic radial force for switched reluctance motor[D].



- Shijiazhuang: Hebei University of Engineering, 2012.
- [11] LIN F, ZUO S, DENG W, *et al.* Modeling and analysis of electromagnetic force, vibration, and noise in permanent-magnet synchronous motor considering current harmonics[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(12): 7455.
- [12] 曹鑫, 邓智泉, 杨钢, 等. 无轴承开关磁阻电机麦克斯韦应力法数学模型[J]. 中国电机工程学报, 2009(3): 78.  
CAO Xin, DENG Zhiquan, YANG Gang. Maxwell stress mathematical model for bearingless switched reluctance motor [J]. Proceedings of the CSEE, 2009(3): 78.
- [13] 张京军, 龙荣, 张海军, 等. 开关磁阻电机径向电磁力解析建模及有限元分析[J]. 煤炭学报, 2012, 37(4): 700.  
ZHANG Jingjun, LONG Rong, ZHANG Haijun. Analytical and FEM modeling of electromagnetic radial force for switched reluctance motor[J]. Journal of China Coal Society, 2012, 37(4): 700.
- [14] FURQANI J, KAWA M, KIYOTA K, *et al.* Approximation of radial force in highly saturated region of switched reluctance motor[C]//2016 19th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS). [S.l.]:IEEE, 2016: 1-6.
- [15] YU Q, WANG X, CHENG Y. Magnetic modeling of saliency effect for saturated electrical machines with a new calculation method [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2016, 52(6): 1.
- [16] 邓智泉, 杨钢, 张媛, 等. 一种新型的无轴承开关磁阻电机数学模型[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(9): 139.  
DENG Zhiquan, YANG Gang, ZHANG Yuan, *et al.* An innovative mathematical model for a bearingless switched reluctance motor [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(9): 139.
- [17] 孙剑波. 开关磁阻电机的减振降噪和低转矩脉动研究[D]. 武汉:华中科技大学, 2005.  
SUN Jianbo. Study of reduction of vibration noise and low torque ripple for switched reluctance motor [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2005.

~~~~~

(上接第 1645 页)

- JIN Weiliang, JIN Libing, YAN Yongdong, *et al.* Field inspection on chloride ion-intrusion effect of seawater in dry-wet cycling zone of concrete structures [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2009, 40(3):364.
- [13] ABUALGASEM J M, CRIPPS J C, LYNSDALE C J. Effects of wetting and drying cycles on thaumasite formation in cement mortars[J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2014, 27(7):378.
- [14] JIANG L, NIU D. Study of deterioration of concrete exposed to different types of sulfate solutions under drying-wetting cycles [J]. Construction and Building Materials, 2016, 117(6):88.
- [15] YUAN J, LIU Y, TAN Z, *et al.* Investigating the failure process of concrete under the coupled actions between sulfate attack and drying-wetting cycles by using X-ray CT [J]. Construction and Building Materials, 2016, 108(6):129.
- [16] NIU D T, WANG Y D, MA R, *et al.* Experiment study on the failure mechanism of dry-mix shotcrete under the combined actions of sulfate attack and drying-wetting cycles [J]. Construction and Building Materials, 2015, 81(9):74.
- [17] 韩晓丽. 低浓度氯盐及水灰比对混凝土抗硫酸盐腐蚀性影响规律的研究[D]. 徐州:中国矿业大学, 2014.  
HAN Xiaoli. Research on the influence law of low concentration chlorine and water cement ratio to concrete sulfate corrosion performance[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2014.
- [18] 金祖权, 孙伟, 张云升, 等. 混凝土在硫酸盐、氯盐溶液中的损伤过程[J]. 硅酸盐学报, 2006(5):630.  
JIN Zuquan, SUN Wei, ZHANG Yunsheng, *et al.* Damage of concrete in sulfate and chloride solution [J]. Journal of the Chinese Ceramic Society, 2006(5):630.
- [19] 陈晓斌, 唐孟雄, 马昆林. 地下混凝土结构硫酸盐及氯盐侵蚀的耐久性实验[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(7):2803.  
CHEN Xiaobin, TANG Mengxiang, MA Kunlin. Underground concrete structure exposure to sulfate and chloride invading environment [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2012, 43(7):2803.
- [20] 刘浩, 石亮, 穆松, 等. 干湿循环作用下混凝土硫酸盐、硫酸盐-氯盐腐蚀试验研究[J]. 新型建筑材料, 2016, 43(9):30.  
LIU Hao, SHI Liang, MU Song, *et al.* Experimental study of concrete deteriorated by sulfate or sulfate-chloride attack in wet-dry cycles [J]. New Building Materials, 2016, 43(9):30.
- [21] 杜健民, 焦瑞敏, 姬永生. 氯离子含量对混凝土硫酸盐腐蚀程度的影响研究[J]. 中国矿业大学学报, 2012, 41(6):906.  
DU Jianmin, JIAO Ruimin, JI Yongsheng. The reduction in sulfate corrosion of concrete by chloride ion [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2012, 41(6):906.
- [22] 刘加平, 刘玉静, 石亮, 等. 氯盐-硫酸盐对水泥基材料的复合侵蚀破坏[J]. 建筑材料学报, 2016, 19(6):993.  
LIU Jiaping, LIU Yujing, SHI Liang, *et al.* Combined attack of chloride-sulfate on cement-based materials [J]. Journal of Building Materials, 2016, 19(6):993.