

# 刚性道面弯沉盆重心距离法及回归模型

凌建明, 刘诗福, 袁捷

(同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804)

**摘要:** 提出一种刚性道面弯沉盆重心距离法(MAREA)及回归模型,在系统建模和分析传统弯沉盆面积指数法(AREA)的基础上,从综合利用各个测点弯沉值信息的角度,以弯沉盆重心距离指标替代弯沉盆面积指数,推算相对刚度半径;并以实测弯沉盆误差最小为准则,计算板下地基反应模量,从理论上解决结构参数反演的多解性.在典型的刚性道面结构形式下,分析改进方法采用最佳的传感器数量以及可靠性.结果表明,改进后的方法可较大提升反演结果的可靠性,能有效处理测量误差.基于落锤式弯沉仪(FWD)实测数据的模型验证结果也表明,该改进方法相对于其他方法能减少拟合误差.采用五次多项式建立了无偏的回归模型,大大提高了反演的效率.

**关键词:** 道路工程; 刚性道面; 结构参数反演; 弯沉盆; 面积指数; 重心距离

**中图分类号:** V351.11;U416.2

**文献标志码:** A

## Improved AREA Back-Calculation Method for Rigid Pavement and Its Regression Model

LING Jianming, LIU Shifu, YUAN Jie

(Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** This paper presented an improved back-calculation method for rigid pavement and its regression model. Based on the modeling and a thorough analysis of the traditional AREA, the index of barcentric horizontal distance was proposed to replace the AREA index, and then the radius of relative stiffness was calculated by using each sensor deflection information. The modulus of subgrade reaction was calculated to minimize the error of field-test deflection basin. With the above two features, the improved method can theoretically solve the problem of multiple back-calculation solutions of the traditional AREA. Taking the typical structural style of rigid pavement as a study case, the best number of sensors and the

reliability of improved method were comprehensively analyzed. The numerical analysis results demonstrate that the improved method can significantly improve the reliability of back-calculation and effectively handle the measured error. The field-test validation results using the FWD deflection basin has also proved that compared with other methods, the improved method has a stronger ability to decrease the fitting error of measured deflection. For the improved method, five times polynomial was adopted to establish the unbiased regression model, which greatly improve the efficiency of the inversion.

**Key words:** road engineering; rigid pavement; structural parameter back calculation; deflection basin; area parameter; barcentric horizontal distance

基于落锤式弯沉仪(FWD)的机场刚性道面结构强度反演是机场道面检测最重要的内容.目前国际上反演方法主要包括 5 类:① 数据库法——借助插值等方法搜索数据库中与实测弯沉盆最接近的路面结构参数组合,该类方法需要事先计算大量的路面结构,联动性较差.② 逐点拟合法<sup>[1]</sup>——假定路面结构参数计算理论弯沉盆并与实测弯沉盆逐点对比,以误差最小化为目标函数进行结构参数的迭代,直至满足一定的精度要求.该类方法的反演效率较低.③ 优化算法——采用一些智能优化算法,如人工神经网络<sup>[2]</sup>、遗传算法<sup>[3]</sup>、同伦法等<sup>[4]</sup>.虽然各种优化算法都能逼近最优路面结构参数组合,但该类方法更多依赖于算法本身,且需要标定一些模型参数,较为复杂.④ 惰性弯沉点法<sup>[5-6]</sup>——同济大学孙立军等首创了该方法<sup>[5]</sup>,并将其利用到多层结构<sup>[6]</sup>,其原理是根据弯沉盆中存在的唯一惰性点,利用该点具有不随板的回弹模量变化而变化的特性,简化

收稿日期: 2017-11-12

基金项目: 国家自然科学基金(51678444, 51778480)

第一作者: 凌建明(1966—),男,教授,博士生导师,工学博士,主要研究方向为机场工程及路基工程.

E-mail: jmling@tongji.edu.cn

通信作者: 刘诗福(1993—),博士生,主要研究方向为机场工程及路基工程. E-mail: sfliu\_tongji@163.com



扫码  
查看  
作者  
独家  
介绍

参数反演的计算过程. ⑤ 弯沉盆衍生指标法——如 Ioannides 等人于 1989 年提出的弯沉盆面积指数法 (AREA), 是目前国际上最为经典和常用的反演方法之一<sup>[7]</sup>, 其思路是通过构建弯沉盆面积指数分离计算地基模型中的相对刚度半径和地基支撑强度, 进而分步求解地基反应模量和板的弹性模量两个结构参数. 由于该方法是基于弹性地板板挠度响应模型的精确解, 物理意义清楚, 其图解法、回归公式法以及相应的反演软件 (ILLI-BACK) 业已成为国际上应用最为普遍的方法及工具<sup>[8-10]</sup>. 美国联邦航空总局 FAA<sup>[8]</sup> 和我国《民用机场道面评价管理技术规范》(MH/T 5024—2009)<sup>[11]</sup> 在刚性道面结构参数反演中均推荐使用该方法.

但在实际使用中, 弯沉盆面积指数法仍存在一些局限性需要改进, 比如该方法没有充分利用各个测点的弯沉数据信息, 反演结果完全取决于弯沉值的精确测量, 不能有效处理测量误差<sup>[12]</sup>. Li 等通过循环利用各个弯沉测点的信息, 提出了反演方法 NUS-BACK, 研究表明该方法比弯沉盆面积指数法的处理误差能力更强<sup>[13]</sup>. 程国勇等指出了国内民航机场刚性道面弯沉盆面积指数法在反演基顶模量时存在不确定性<sup>[14]</sup>. 林小平等分析了传统弯沉盆面积指数法没有充分利用实测弯沉盆中各个测点信息的局限性<sup>[15]</sup>, 并通过实证分析了反演结果存在的不确定性, 提出了刚性道面弯沉盆重心距离法 (MAREA). 该方法将弯沉盆面积指数用于确定相对刚度半径的取值范围, 而非传统方法直接求解相对刚度半径, 并采用了计算与实测弯沉盆之间的挠度拟合误差作为反演结果的判定标准, 在一定程度上避免了反演结果的多解性. 但该方法存在反演效率低, 且反演结果对测量误差的敏感性较大, 实测与理论弯沉盆的拟合精度有待进一步提高等问题.

本文从弯沉盆面积指数法遵循变量分离的反演思想出发, 对该方法存在的不足进行针对性的改进, 首先综合考虑刚性路面实测弯沉盆中各个测点弯沉值的信息, 构建刚性道面弯沉盆重心距离指标代替弯沉盆面积指数; 以理论与实际弯沉盆误差最小为准则, 计算得到地基反应模量. 利用 MATLAB 编写 Winkler 地基模型上刚性路面结构参数反演的程序, 定量分析改进后的刚性道面弯沉盆重心距离法相对于传统弯沉盆面积指数法的可靠性, 并以 FWD 实测弯沉盆数据验证该改进方法的有效性. 同时, 本文给出改进方法的无偏回归模型, 在提高道面结构参数反演合理性的同时, 也有利于工程实践.

## 1 地基模型及边界

在刚性道面结构模型中, 常用的地基模型包括 Winkler 地基或者弹性半空间地基. 陈荣生等采用薄板有限元法系统分析了两种地基的结构响应, 认为 Winkler 地基模型与实际情况吻合程度相对更高<sup>[16]</sup>; 丹佛机场测试报告指出对于刚性道面板, 弹性半空间地基模型计算得到的地基支撑强度偏高, 且容易产生奇点. 因此 Winkler 地基多用于分析水泥混凝土板的力学模型<sup>[17]</sup>. Winkler 地基模型假定地基表面上的压力与地基的竖向位移成正比, 通过积分变换法求解圆形均布荷载下该地基上无限大板的弹性曲面微分方程, 在轴对称垂直荷载作用下, 挠度的解析解采用式(1)和式(2)计算.

$$\omega(r) = \frac{pa}{K} \int_0^\infty \frac{J_0(\xi r) J_1(\xi a)}{1 + l^4 \xi^4} d\xi \quad (1)$$

$$l = \left( \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)K} \right)^{1/4} \quad (2)$$

式中:  $\omega(r)$  为距荷载中心  $r$  处板的挠度, m;  $p$  为荷载集度,  $N \cdot m^{-2}$ ;  $a$  为圆形均布荷载的半径, m;  $\xi$  为积分变量;  $K$  为板下地基的反应模量,  $N \cdot m^{-3}$ ;  $J_0$ 、 $J_1$  分别为 0 阶、1 阶贝塞尔函数;  $l$  为板与地基的相对刚度半径, m;  $E$  为板的弹性模量, Pa;  $\mu$  为板的泊松比.

袁捷等分析了有限尺寸刚性板板中受荷时, 距其边缘大于 0.7 m 的范围可以忽略板的尺寸效应对挠度的影响<sup>[12]</sup>. 考虑到机场道面一般的水泥混凝土板边长为 5 m, 进行参数反演一般采用水泥混凝土板中弯沉盆, 因此采集的弯沉盆距离应小于 1.8 m.

## 2 弯沉盆面积指数法及其改进

### 2.1 弯沉盆面积指数法

FWD 测试获取的弯沉盆直接反映了道面结构强度, 在工程实践中一般直接利用弯沉盆数据进行参数反演. 该表象类经验反演方法是基于式(1)和(2)的数学模型, 即式(1)和(2)中除  $l$ 、 $E$  和  $K$  外, 其他均为已知变量. 由式(1)可知,  $\omega(r)$  是关于  $K$  的初等函数  $\frac{pa}{K}$  和关于  $l$  的复杂函数  $\int_0^\infty \frac{J_0(\xi r) J_1(\xi a)}{1 + l^4 \xi^4} d\xi$  的乘积, 直接求解二元复杂函数的反函数比较困难, 因此构造一个衍生指标分离  $K$  和  $l$ , 是该类表象类经验方法的典型手段. 弯沉盆面积指数法构造的衍生指标弯沉盆面积指数  $A_w$ <sup>[7]</sup>, 通过相除以分离变量

$l$  和  $K$ , 计算如式(3)所示,用弯沉盆在一定范围内的断面面积除以指定距离处的挠度值。

$$A_w = \left( \sum_{i=0}^{n-1} A_i \right) / \omega = \sum_{i=0}^{n-1} (\omega_i + \omega_{i+1}) s_i / 2\omega \quad (3)$$

式中: $A_w$  为指定断面的面积; $s_i$  为测点  $i$  与  $i+1$  之间的距离; $\omega_i$  为测点  $i$  的挠度; $\omega$  为指定距离处的挠度; $n$  为测点的数量. 各参数的示意如图 1 所示。

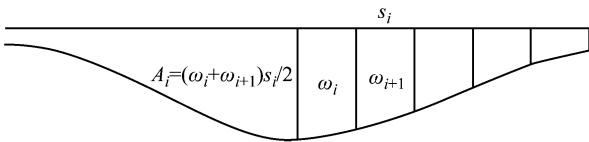


图 1 弯沉盆面积计算示意图

Fig.1 Definition of deflection basin area

在参数反演时先通过匹配相同断面面积下实测弯沉盆面积指数  $A_{w,m}$  和理论弯沉盆面积指数  $A_{w,t}$  以推算相对刚度半径  $l$ , 进而根据式(1)和式(2)的  $K$  及  $E$  分别采用式(4)和式(5)进行反演。

$$K = \frac{\rho a}{\omega} \int_0^\infty \frac{J_0(\xi r) J_1(\xi a)}{1 + l^4 \xi^4} d\xi \quad (4)$$

$$E = \frac{12(1 - \mu^2) K l^4}{h^3} \quad (5)$$

## 2.2 问题剖析与改进

### 2.2.1 推算相对刚度半径 $l$

为消除变量  $K$  以推算变量  $l$ , 传统的弯沉盆面积指数法在公式(3)中仅使用了弯沉盆指定测点  $\omega$  的弯沉值, 而没有有效利用其他测点的弯沉信息, 这在一定程度上增加了反演的多解性<sup>[15]</sup>。

林小平等改进思路(Lin 方法)是<sup>[15]</sup>: 通过遍历所有的实测弯沉值  $\omega_i$  后, 分别确定相应的相对刚度半径  $l_i$ , 进而根据其最大、最小值确定相对刚度半径的待选集合  $S$ , 并在待选集合中根据弯沉盆误差最小原则推算出相对刚度半径的取值。

Li 等的思路(Li 方法)是<sup>[13]</sup>: 挑选两个不同测点的弯沉值, 代入式(1)得到两个方程, 并将两者相除后作为相对刚度半径的匹配目标. 对于  $n$  个测点的弯沉盆, 遍历所有测点可得到  $n(n-1)$  个相对刚度半径, 将其平均值作为最终的反演结果。

Lin 方法和 Li 方法都充分利用了弯沉盆各个测点的信息, 但计算空间大, 反演效率低. 本文将弯沉盆(如图 1 的右半部分所示)看作是一个封闭的几何图形, 其几何重心距离荷载中心的距离可按式计算:

$$d_{CG} = \frac{\int_0^d r\omega(r) dr}{\int_0^d \omega(r) dr} \quad (6)$$

式中: $d_{CG}$  为弯沉盆的重心距离, m;  $d$  为弯沉盆长度, m.

由式(6)可见,  $d_{CG}$  大小由各个弯沉测点的信息决定,  $d_{CG}$  值可充分利用测点的距离和弯沉值. 因此, 利用弯沉盆重心距离替代弯沉盆面积指数这个指标, 除了同样可采用变量相除的方式分离变量  $K$  和  $l$  之外, 还可充分利用弯沉盆各个测点的弯沉信息, 可避免反演的多解性而不用增加计算空间。

### 2.2.2 计算 $K$ 和 $E$

由公式(4)可知, 弯沉盆面积指数法反演的变量  $K$ , 只能保证理论弯沉盆和实测弯沉盆在指定测点的弯沉值相等, 而在其他测点的弯沉值可能误差较大。

Lin 方法的改进思路是将待选集合  $S$  均匀划分  $n$  份, 取  $l_j \in S$ , 再次遍历所有的实测弯沉值  $\omega_i$  后按照公式(4)、(5)计算  $K_{ji}$  和  $E_{ji}$ , 通过寻找一组  $(K_{ji}, E_{ji})$  使得理论与实测弯沉盆间的拟合误差最小化后作为最后的反演结果<sup>[15]</sup>。

Li 方法是根据计算的  $n(n-1)$  个相对刚度半径和地基反应模量, 将其平均值作为最终的反演结果, 并根据公式(5)计算得到  $E$  值。

上述 3 种方法都没有最小化理论弯沉盆与实测弯沉盆的误差. 本文为了克服这个缺点, 以理论与实测弯沉盆误差最小为原则推算  $K$ . 理论与实测弯沉盆误差最小化的目标函数如下式:

$$E_{\text{ror}} = \min \sum_{i=0}^{n-1} (\omega_{m,i} - \omega_{t,i})^2 = \min \left( \sum_{i=0}^{n-1} \left( \frac{\rho a}{K} \int_0^\infty \frac{J_0(\xi r_i) J_1(\xi a)}{1 + l^4 \xi^4} d\xi - \omega_i \right)^2 \right) \quad (7)$$

式中: $r_i$  为测点  $i$  距离荷载中心的距离; $\omega_{m,i}$  为测点  $i$  实测弯沉值; $\omega_{t,i}$  为测点  $i$  理论弯沉值. 令  $\frac{dE_{\text{ror}}}{dK} = 0$ , 则有

$$K = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} \left( \left( \rho a \int_0^\infty \frac{J_0(\xi r_i) J_1(\xi a)}{1 + l^4 \xi^4} d\xi \right)^2 \right)}{\sum_{i=0}^{n-1} \left( \rho a \int_0^\infty \frac{J_0(\xi r_i) J_1(\xi a)}{1 + l^4 \xi^4} d\xi \cdot d_i \right)} \quad (8)$$

与式(4)相比, 式(8)反演的唯一地基反应模量  $K$  综合利用了各个测点的弯沉值信息, 在降低与实测弯沉盆误差的同时, 也避免了反演结果的多解性。

### 2.3 改进方法的计算流程

综上所述, 改进的刚性道面弯沉盆重心距离法参数反演的计算流程如图 2 所示: 步骤 1, 将弯沉盆重心距离指标作为桥渡, 首先根据刚性道面相关刚

度的取值范围和步长,根据公式(6)计算各相对刚度半径对应下的理论弯沉盆重心距离,并根据实测弯沉盆数据直接计算实测的弯沉盆重心距离;步骤 2,根据理论和实测弯沉盆重心距离误差最小的原则,推算相对刚度半径的最终取值;步骤 3,以理论和实测弯沉盆的误差最小为原则,根据公式(8)推算唯一的地基反应模量;步骤 4,根据步骤 2 和步骤 3 所确定的相对刚度半径和地基反应模量,再应用式(5)计算板的弹性模量。

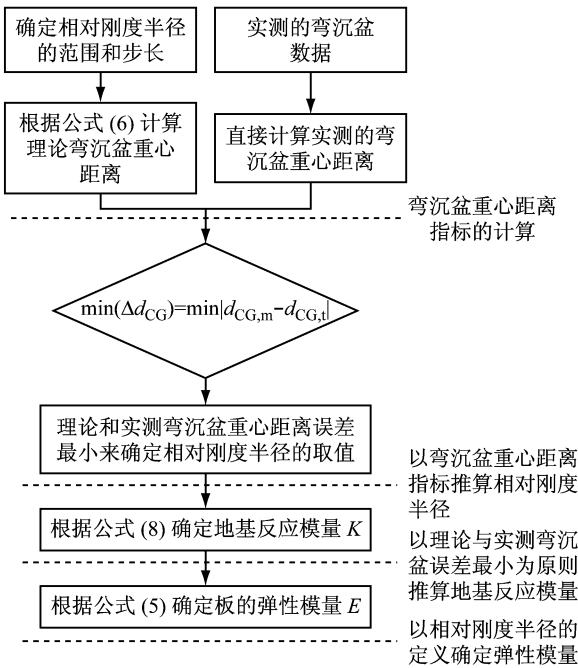


图 2 刚性道面弯沉盆重心距离法流程图

Fig. 2 Flowchart of improved AREA back-calculation method

### 3 方法分析

#### 3.1 算例描述

规范中建议传感器的间距宜为 0.3 m<sup>[11]</sup>,考虑到板中弯沉盆的边界应小于 1.8 m,选用的各测点信息如表 1 所示.参照规范中的算例<sup>[11]</sup>,假定典型的道面结构各参数取值如下:水泥混凝土板的厚度为 0.4 m,弹性模量为 36 GPa,泊松比为 0.15,地基反应模量为 115 MN·m<sup>-3</sup>,0.3 m 直径的圆形均布荷载为 140 kN.根据式(1)计算不同测点的理论弯沉值如表 1 所示。

#### 3.2 可靠性分析设计

在弯沉盆面积指数法中,假设公式(3)、(4)中侧重使用的指定距离处弯沉值  $\omega$  为第一个测点的弯沉值  $\omega_0$ ,采用 MATLAB 编写 Winkler 地基模型及刚

表 1 计算得到不同测点的理论弯沉值

测点编号	距荷载中心距离/m	理论弯沉值/ $\mu\text{m}$
$\omega_0$	0	115
$\omega_1$	0.3	109
$\omega_2$	0.6	98
$\omega_3$	0.9	85
$\omega_4$	1.2	71
$\omega_5$	1.5	58

性路面结构参数的反演方法.以算例中假定的道面结构参数“真值”为基准,对弯沉盆面积指数法和改进的刚性道面弯沉盆重心距离法处理 FWD 测试误差的能力进行分析.其中,FWD 弯沉测试的误差包括系统误差和随机误差,当前国际主流 FWD 设备的测量精度为  $(2 \pm 2\%) \mu\text{m}$ ,实测弯沉值与理论弯沉值的关系式如下<sup>[18]</sup>:

$$w_m = w_t + 0.02w_t \frac{(r_1 - 0.5)}{|r_1 - 0.5|} r_2 + 2 \frac{(r_3 - 0.5)}{|r_3 - 0.5|} r_4 \quad (9)$$

式中: $w_m$  表示 FWD 误差作用下的实测弯沉值; $w_t$  表示弯沉测试的理论值; $r_1, r_2, r_3, r_4$  是 0~1 的随机数.根据式(9),对表 2 中每一测点的弯沉值加入随机误差,模拟生成 100 组的实测弯沉盆,分析在测量误差作用下两种方法的可靠性。

### 3.3 结果分析

#### 3.3.1 传感器数量

由表 1 可知,传感器的数量最多为 6 个,而不同传感器数量影响反演方法处理误差的能力.在传感器为 3~6 个时,100 次试验下改进的刚性道面弯沉盆重心距离法得到的结构参数统计值如表 2 所示.可见,无论是板的弹性模量还是地基反应模量,随着传感器数量的增加,得到结构参数均值更贴近于真实值,且标准差和变异系数更小.这是因为随着传感器数量的增加,弯沉盆的重心受各个测点共同作用,重心距离值更为稳定,故各点弯沉值的误差对重心的影响将更小.因此,采用 6 个传感器的弯沉盆可提高反演对误差的处理能力。

#### 3.3.2 方法的可靠性

在都使用 6 个传感器的情况下,弯沉盆面积指数法和刚性道面弯沉盆重心距离法在 100 次试验后得到的结构参数对比如图 3 所示.虚线是纵坐标和横坐标值相等的线,实线是回归拟合线.可见,在结构参数的大小上,两种反演方法得到的结果无明显区别;通过拟合线发现,两者的相关系数为 0.2 左右,无明显的相关关系.而从横纵坐标的跨度来看,

无论是  $K$  还是  $E$ ,刚性道面弯沉盆重心距离法的跨度范围更窄,这表明改进后更接近于真实值( $E=36$  GPa, $K=115$  MN·m<sup>-3</sup>).

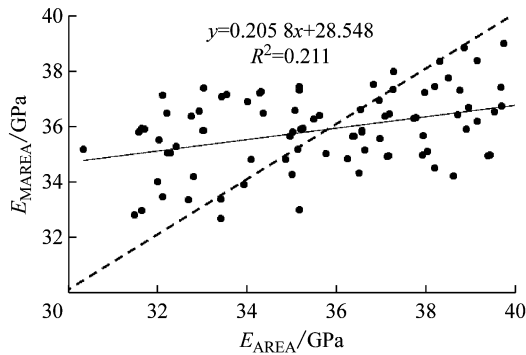
重心距离法的均值更接近于真实值,标准差和变异系数更小.由此可见,本文提出刚性道面弯沉盆重心距离法的可靠性更强,更能有效处理 FWD 测量的误差.

100 次试验的统计值如表 3 所示,刚性道面弯沉盆

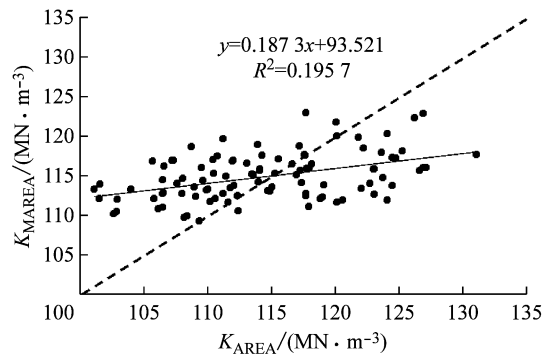
表 2 不同传感器数量下的结构参数统计值

**Tab.2 Statistical structural parameters with different number of sensors**

传感器数量	板的弹性模量			地基反应模量		
	均值/GPa	标准差/GPa	变异系数/%	均值/(MN·m <sup>-3</sup> )	标准差/(MN·m <sup>-3</sup> )	变异系数/%
3	37.29	5.85	15.69	113.61	15.69	13.81
4	36.50	3.04	8.33	114.19	7.68	6.73
5	36.28	2.03	5.60	114.49	4.74	4.14
6	36.08	1.38	3.82	115.00	2.96	2.57



a 板的回弹模量



b 地基反应模量

图 3 两种方法的结构参数反演结果对比

Fig.3 Comparison of structural parameters of two methods

表 3 不同传感器数量下的结构参数统计值

**Tab.3 Statistical structural parameters with different number of sensors**

反演方法	板的弹性模量			地基反应模量		
	均值/GPa	标准差/GPa	变异系数/%	均值/(MN·m <sup>-3</sup> )	标准差/(MN·m <sup>-3</sup> )	变异系数/%
弯沉盆面积指数法	36.39	3.08	8.47	114.54	7.00	6.11
刚性道面弯沉盆重心距离法	36.08	1.38	3.82	115.00	2.96	2.57

### 4 回归模型

通过上述分析可知,刚性道面弯沉盆重心距离法要比传统的弯沉盆面积指数法更能有效处理测试误差,但由前文分析可看出,反演方法涉及到多个高

等复杂函数,在实际应用时不太方便.为提高刚性道面弯沉盆重心距离法在工程实践中的可操作性,本文通过 SPSS 软件,拟合了 Winkler 地基模型上刚性道面弯沉盆重心距离法的回归模型,如式(10)~(14)所示,相应的系数取值如表 4 所示.公式(11)、(13)采用了五次多项式拟合,得到的相关系数为 1,

表 4 回归模型的系数取值表

Tab.4 Coefficient values of regression model

系数	$a_x$	$b_x$	$c_x$	$e_{0x}$	$e_{1x}$	$e_{2x}$	$e_{3x}$	$e_{4x}$	$e_{5x}$
$x=1$	0.549 4	0.1	1	-0.167 8	-0.108 6	-0.017 3	0.032 5	0.046 6	0.035 4
$x=2$	-1.965 4	0.6	2	1.210 2	0.793 6	0.145 9	-0.215 4	-0.326 8	-0.257 8
$x=3$	3.217 9	1.2	2	-3.473 0	-2.316 8	-0.502 2	0.539 3	0.893 7	0.741 2
$x=4$	-2.927 9	1.8	2	5.004 8	3.419 7	0.900 5	-0.601 3	-1.175 2	-1.044 8
$x=5$	2.300 8	2.4	2	3.700 6	-2.619 6	-0.870 9	0.226 6	0.707 8	0.702 9
$x=6$	-0.167 4	1.4	1	1.184 2	0.886 3	0.391 7	0.058 1	-0.114 1	-0.152 0

注:表中回归系数仅为相对刚度半径  $l$  处于 0~2 m 的情况.

故式(10)~(14)得到的回归模型可无偏精准地拟合原模型.

$$s = \frac{b_1\omega_0 + b_2\omega_1 + b_3\omega_2 + b_4\omega_3 + b_5\omega_4 + b_6\omega_5}{c_1\omega_0 + c_2\omega_1 + c_3\omega_2 + c_4\omega_3 + c_5\omega_4 + c_6\omega_5} \quad (10)$$

$$l = a_1s^5 + a_2s^4 + a_3s^3 + a_4s^2 + a_5s + a_6, R^2 = 1 \quad (11)$$

$$K = \frac{pa(d_0^2 + d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 + d_5^2)}{d_0w_0 + d_1w_1 + d_2w_2 + d_3w_3 + d_4w_4 + d_5w_5} \quad (12)$$

$$d_i = e_{i1}l^5 + e_{i2}l^4 + e_{i3}l^3 + e_{i4}l^2 + e_{i5}l + e_{i6}, R^2 = 1, i = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \quad (13)$$

$$E = \frac{12(1 - \mu^2)Kl^4}{h^3} \quad (14)$$

## 5 实例应用

以华东地区某 4C 机场停机坪和某 4D 机场跑道

的刚性道面为例,采用落锤式弯沉仪车实地采集 FWD 弯沉实测数据.分别各选取其中典型的 5 个弯沉盆,弯沉测试结果及道面板厚等基础数据如表 5 所示.其中,FWD 均布荷载半径为 0.15 m,荷载为 140 kN.

采用不同的反演方法得到各弯沉盆下的结构参数,如表 6 所示,其中误差和为由结构参数正算得到的弯沉盆与实测弯沉盆在各测点的误差累积值.可见,刚性道面弯沉盆重心距离法在拟合精度上比传统的弯沉盆面积指数法有更大的提高,且与文献[15]改进方法和文献[13]改进方法相比,拟合精度也有较大的提升.综上所述,实例分析表明本文提出的刚性道面弯沉盆重心距离法实用性更强,更具合理性.

表 5 某 4C 和 4D 机场水泥混凝土板中实测弯沉 FWD 数据

Tab.5 Test results of deflections by FWD in 4C and 4D airport pavement of China

距荷载中心距离/m	某 4C 机场跑道,板厚 36 cm					某 4D 机场跑道,板厚 40 cm				
	编号 1	编号 2	编号 3	编号 4	编号 5	编号 6	编号 7	编号 8	编号 9	编号 10
0	124	120	118	120	113	144	141	147	123	145
0.3	118	112	111	117	110	135	132	137	112	135
0.6	105	100	100	104	96	118	117	122	98	118
0.9	92	87	86	88	83	98	99	105	83	102
1.2	78	73	72	74	68	80	80	87	67	85
1.5	64	61	60	60	54	62	64	70	51	69

注:测试荷载已等效为 140 kN.

表 6 4 种方法机场道面的参数反演结果

Tab.6 Comparisons of back-calculations of four methods

编号	弹性模量 E/GPa				地基反应模量 K/(MN·m <sup>-3</sup> )				误差和/μm			
	AREA	MAREA	文献[13]	文献[15]	AREA	MAREA	文献[13]	文献[15]	AREA	MAREA	文献[13]	文献[15]
1	35.8	34.4	35.5	35.6	100.7	103.7	101.9	100.2	3.02	1.37	2.40	2.90
2	36.1	31.9	35.6	34.7	108.8	119.1	114.0	112.1	19.23	5.99	28.54	6.94
3	35.8	33.7	36.0	35.3	111.6	116.8	113.4	113.9	6.87	2.26	8.72	4.41
4	32.7	36.8	36.1	32.4	113.2	103.6	107.8	112.2	15.00	5.45	21.11	10.27
5	32.9	36.5	35.5	34.6	127.1	117.8	122.7	124.4	12.90	4.87	14.85	9.94
6	31.7	32.4	31.8	31.6	116.5	114.6	115.8	116.0	2.68	1.26	1.63	2.36
7	34.0	31.8	33.3	31.8	111.4	116.8	115.1	116.8	8.19	3.82	10.42	8.21
8	37.0	36.3	36.7	36.9	97.1	98.5	98.1	96.7	1.48	0.72	1.16	1.65
9	37.9	36.1	36.5	36.3	139.2	143.7	143.4	144.5	3.55	3.30	3.21	4.46
10	37.9	36.4	37.8	37.7	99.3	102.4	100.5	98.7	5.12	3.09	5.64	5.46

## 6 结论

(1) 系统梳理了弯沉盆面积指数法的模型体系及参数反演的计算过程,剖析其弯沉信息利用率低以及处理测量误差能力差等问题.以弯沉盆重心距离指标替代方法中的面积指数,并以理论弯沉盆与实测弯沉盆之间拟合误差最小化为原则,对传统弯沉盆面积指数法进行针对性的改进.

(2) 刚性道面弯沉盆重心距离法,综合利用弯沉盆各个测点的信息,推算得到唯一的相对刚度半径;并根据拟合误差的最小化,反演唯一的地基反应模量和板的弹性模量.这从根本上解决了传统的弯沉盆面积指数法仅匹配指定测点弯沉值而忽略其他测点的片面性,并从理论上解决了结构参数反演时存在多解性等问题.

(3) 刚性道面弯沉盆重心距离法最佳应利用 6 个传感器信息,数值模拟试验结果表明,该方法能有

效处理 FWD 测试误差并提高反演结果的可靠性. 采用五次多项式建立了无偏的回归模型, 大大提高反演的效率, 增强了实践应用的便利性.

(4) 对 FWD 实测数据进行反演实证对比分析, 结果表明提出方法的反演误差更小, 与实测弯沉盆拟合程度更高, 反演方法更具合理性, 具备良好的应用潜力. 未来仍需进一步对比研究该方法与其他类别方法的优缺点.

#### 参考文献:

- [ 1 ] DARTER M I, HALL K T, KUO C M. Support under portland cement concrete pavements [ M ]. Washington D C: Transportation Research Board, 1995.
- [ 2 ] AMIN S R, AMADOR-JIMÉNEZ L E. Backpropagation neural network to estimate pavement performance: dealing with measurement errors [ J ]. Road Materials and Pavement Design, 2017, 18(5):1218.
- [ 3 ] FWA T, TAN C, CHAN W. Backcalculation analysis of pavement-layer moduli using genetic algorithms [ J ]. Transportation Research Record, 1997, 1570(1): 134.
- [ 4 ] 查旭东,王秉纲. 基于同伦方法的路面模量反算研究[J]. 中国公路学报,2003,16(1):1.  
ZHA Xudong, WANG Binggang. Summary of backcalculation methods of pavement layer moduli[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2003,16(1):1.
- [ 5 ] 孙立军,胡圣,张小宁. 路面弯沉盆上的惰性点[J]. 公路交通科技, 2001, 18(3): 1.  
SUN Lijun, HU Sheng, ZHANG Xiaoning. Inertial point on deflection basin of concrete pavement and asphalt pavement [ J ]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2001, 18(3): 1.
- [ 6 ] 朱洁,孙立军. 沥青路面三层结构模量反演最佳反演点的确定 [ J ]. 同济大学学报(自然科学版), 2017, 45(2):203.  
ZHU Jie, SUN Lijun. Determination of optimal backcalculation point for three layer structure modulus backcalculation of asphalt pavement[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2017, 45(2):203.
- [ 7 ] IOANNIDES A M. Dimensional analysis in NDT rigid pavement evaluation [ J ]. Journal of Transportation Engineering, 1989, 116(1): 23.
- [ 8 ] American Association of State Highway Transportation Officials. AASHTO guide for design of pavement structures [ R ]. Washington D C: AASHTO, 1993.
- [ 9 ] HALL K T. Backcalculation solution for concrete pavements: technical memo prepared for SHRP contract P-020, long-term pavement performance data analysis [ R ]. Washington D C: National Research Council, 1992.
- [ 10 ] IOANNIDES A M. Concrete pavement backcalculation using ILLI-BACK 3.0 [ R ]. Washington D C: American Society for Testing and Materials, 1994.
- [ 11 ] 中国民用航空局. 民用机场道面评价技术管理规范: MH/T 5024—2009 [ S ]. 北京:人民交通出版社, 2009.  
CAAC. Technical specifications of aerodrome pavement evaluation and management: MH/T 5024—2009 [ S ]. Beijing: China Communications Press, 2009.
- [ 12 ] 袁捷. 机场刚性道面结构参数反演方法研究 [ D ]. 上海: 同济大学, 2008.  
YUAN Jie. Research on parameters back calculation method for airport rigid pavements [ D ]. Shanghai: Tongji University, 2008.
- [ 13 ] LI S, FWA T F, TAN K H. Closed-form back-calculation of rigid-pavement parameters [ J ]. Journal of Transportation Engineering, 1996, 122(1): 5.
- [ 14 ] 程国勇,雷亚伟,黄旭栋. 基于 HWD 测试的弯沉盆面积指数法及改进[J]. 中国民航大学学报,2016,34(1):32.  
CHENG Guoyong, LEI Yawei, HUANG Xudong. Deflection basin area index method and improvement based on HWD test [ J ]. Journal of Civil Aviation University of China, 2016, 34 (1):32.
- [ 15 ] 林小平,袁捷,凌建明,等. 刚性路面弯沉盆面积指数反演改进方法[J]. 中国公路学报,2009,22(3):14.  
LIN Xiaoping, YUAN Jie, LING Jianming, et al. Improved deflection basin area parameters back calculation method for rigid pavement[J]. China Journal of Highway and Transport, 2009, 22(3):14.
- [ 16 ] 陈荣生,唐伯明,秦家宽. 刚性路面板下两种地基模型的对比研究[J]. 中国公路学报,1990,3(2):1.  
CHEN Rongsheng, TANG Boming, QIN Jiakuan. Comparative study of two kinds of foundation model under rigid pavement slab[J]. China Journal of Highway and Transport, 1990, 3 (2):1.
- [ 17 ] RUFINO D, ROESLER J, BARENBERG E. Mechanistic analysis of pavement responses from denver international airport [ R ]. Washington D C: United States Department of Transportation, 2004.
- [ 18 ] PRONK A C. Interpretation problems and reliability of falling weight deflection (FWD) measurements on three layer systems [ C ] // Association of Asphalt Paving Technologists Proc. St Paul: AAPT, 1988: 502-518.