

融合倾斜仪数据的盾构姿态严密解算模型

潘国荣, 范 伟

(同济大学 测绘与地理信息学院, 上海 200092)

摘要: 推导了倾斜仪与盾构的严密标定模型, 将倾斜仪采集的双轴角度数据视为平面点云, 推导了倾斜仪角度数据的稳健估计方法; 在前述模型方法的基础上, 利用最小二乘配置方法建立了倾斜仪与棱镜数据融合的严密联合解算模型. 最后, 通过试验对上述模型方法进行了分析验证. 结果证明, 提出的盾构姿态解算模型正确可行.

关键词: 盾构姿态; 倾斜仪; 数据融合; 稳健估计; 最小二乘配置

中图分类号: P258

文献标志码: A

A Rigorous Calculating Model of Inclinometer-Data Fusion in Tunnel-Boring-Machine Attitude

PAN Guorong, FAN Wei

(College of Surveying and Geo-Informatics, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: A rigorous calibration model of inclinometer in TBM (Tunnel Boring Machine) was derived. The two-axis angle data collected by the inclinometer was considered as point clouds of a plane, and a method of robust estimation was derived. On the basis of the above model and method, a rigorous combined model was proposed to solve the Fusion-data of prism and inclinometer by using the method of least square collocation. Finally, the above model and method were analyzed and verified by experiment, and the results showed that the proposed model of shield configuration is feasible.

Key words: TBM (tunnel-boring-machine) attitude; inclinometer; data fusion; robust estimation; least square collocation

盾构姿态的自动测量方法主要有激光标靶法、陀螺仪系统导向法、三棱镜法、棱镜和倾斜仪法. 激光标靶法^[1-3]主要根据 CCD(charge coupled device)

相机的相对位置确定盾构机的实时位置, 但由于该系统相对比较复杂且 CCD 相机的大小有限, 在实际应用中仍存在很多限制. 陀螺仪系统导向法^[4-6]长时间测量存在累积测量误差, 在施工中主要作为辅助参考测量. 三棱镜法^[7-10]通过测量与盾构焊接在一起的 3 个棱镜的坐标计算出盾首、尾在工程坐标系下的坐标, 但由于隧道内空间狭窄且观测条件恶劣, 会出现棱镜测量错位或 3 个棱镜无法全部观测的情况, 为了克服三棱镜法的缺陷, 在三棱镜模型的基础上引入了倾斜仪, 即棱镜和倾斜仪法^[11].

棱镜和倾斜仪法的系统构建简单便捷, 近年来得到了广泛的研究, 但仍存在 3 个方面的不足: 第一, 忽略了倾斜仪的标定误差, 将倾斜仪所测的俯仰角和滚动角直接作为盾构的俯仰角和滚动角^[12], 或认为初始状态下倾斜仪的俯仰轴和滚动轴与盾构的俯仰轴和滚动轴是平行的^[13], 并通过理想化的几何关系模型推求倾斜仪双轴和盾构双轴的关系, 当标定误差较大时, 将严重影响盾构姿态测量的精度. 第二, 未对倾斜仪的采样数据进行有效的预处理, 无法保证倾斜仪采样数据的精度和可靠性. 第三, 定权不合理, 已有的棱镜和倾斜仪数据的联合平差模型将倾斜仪双轴观测数据视为等权独立观测值^[14], 与实际观测模型不符.

为了解决上述问题, 提出并论证一种严密的棱镜和倾斜仪模型. 推导倾斜仪与盾构的严密标定模型; 将单次观测周期中倾斜仪采集的多对双轴角度数据视为平面点云, 利用选权迭代法^[15]对其进行稳健估计, 以获取单次观测周期中倾斜仪数据的最佳估值及其协方差阵. 在前述模型方法的基础上, 利用最小二乘配置方法^[16]推导三棱镜与倾斜仪数据融合的严密解算模型. 最后, 通过试验, 对上述模型方法进行分析验证.

收稿日期: 2017-11-21

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金

第一作者: 潘国荣(1960—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为精密工程测量与测量数据处理等. E-mail: pgr2@163.com

通信作者: 范 伟(1989—), 男, 博士生, 主要研究方向为精密工程测量与测量数据处理等. E-mail: 715403328@qq.com

1 倾斜仪的严密标定模型

1.1 盾构标定坐标系的定义

如图 1 所示,盾构标定坐标系为 $OXYZ$,以盾尾为该坐标系 O 点,盾尾到盾首的方向作为 X 轴, Y 轴位于水平面并垂直于 X 轴, Z 轴垂直于 XOY 平面,形成左手坐标系.将盾构标定坐标系 $OXYZ$ 绕其 Y 轴顺时针旋转 β 角,形成新的坐标系 $O_vX_vY_vZ_v$.可知 2 个坐标系之间存在如下转换关系:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_v = R_y(-\beta) \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中: $R_y(-\beta) = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}$, β 为 X 轴与 X_v 轴的夹角.

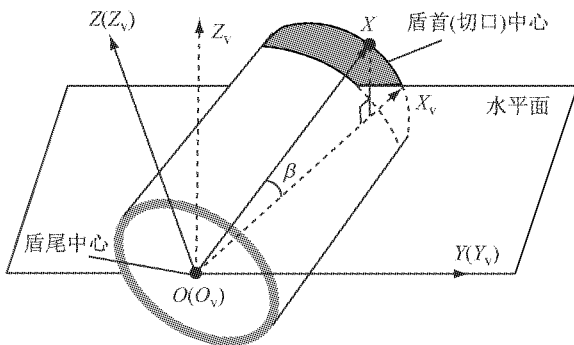


图 1 盾构标定坐标系(标定状态)

Fig.1 Coordinate system of shield (calibration status)

1.2 倾斜仪坐标系的定义

如图 2 所示,倾斜仪坐标系为 $O_cX_cY_cZ_c$,以倾斜仪俯仰轴方向为 X_c 轴,倾斜仪滚动轴方向为 Y_c 轴,以 X_c 轴和 Y_c 轴的交点作为倾斜仪坐标系的原点 O_c ,按左手坐标系规则确定 Z_c 轴,其中 ω_p 、 ω_s 为初始状态下倾斜仪所测俯仰角和滚动角.将倾斜仪坐标系 $O_cX_cY_cZ_c$ 绕 X_c 轴旋转 α_t 角,再绕 Y_c 轴旋转 β_t 角,形成新的坐标系 $O_{cv}X_{cv}Y_{cv}Z_{cv}$,可知 2 个坐标系之间存在如下转换关系:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{cv} = R_y(-\beta_t)R_x(\alpha_t) \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_c \quad (2)$$

式中: $R_y(-\beta_t) = \begin{pmatrix} \cos \beta_t & 0 & -\sin \beta_t \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta_t & 0 & \cos \beta_t \end{pmatrix}$; $R_x(\alpha_t) =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_t & -\sin \alpha_t \\ 0 & \sin \alpha_t & \cos \alpha_t \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \beta_t \\ \sin \alpha_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_p \\ \frac{\sin \omega_s}{\cos \omega_p} \end{pmatrix}, \omega_p \text{ 向上}$$

为正、向下为负, ω_s 向上为正、向下为负^[13].

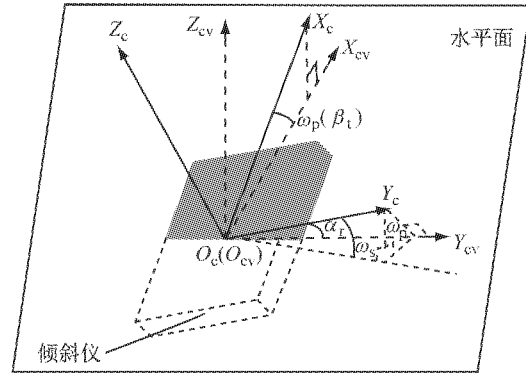


图 2 倾斜仪坐标系

Fig.2 Coordinate system of inclinometer

1.3 倾斜仪坐标系与盾构标定坐标系的关系

倾斜仪标定模型使用向量作为坐标转换的对象,因此,坐标系 $O_vX_vY_vZ_v$ 与坐标系 $O_{cv}X_{cv}Y_{cv}Z_{cv}$ 的转换关系在此仅考虑旋转关系,如图 3 所示,2 个坐标系的转换关系如下:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_v = R_z(\theta) \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{cv} \quad (3)$$

其中: $R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, θ 为初始状态下

盾构的俯仰轴与倾斜仪的俯仰轴在水平面投影的夹角,初始状态下需要测出其大小,并令其左偏为负、右偏为正.

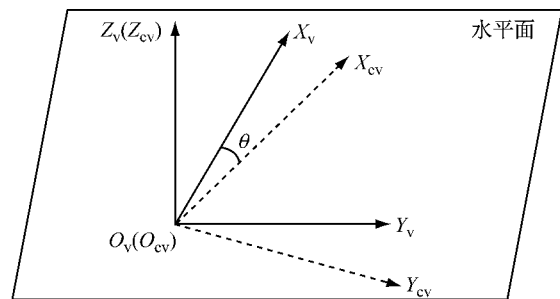


图 3 盾构标定坐标系与倾斜仪坐标系的关系

Fig.3 Relationship between calibration coordinate systems of shield and inclinometer

将式(1)和式(2)代入式(3),可知倾斜仪坐标系 $O_cX_cY_cZ_c$ 与盾构标定坐标系 $OXYZ$ 存在如下关系:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_c = \mathbf{R}_x(-\alpha_t)\mathbf{R}_y(\beta_t)\mathbf{R}_z(-\theta)\mathbf{R}_y(-\beta)\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (4)$$

1.4 倾斜仪的严密标定模型

根据式(2)、式(3)和式(4),可得盾构标定坐标系 $OXYZ$ 与自定义坐标系 $O_vX_vY_vZ_v$ 关系为

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_v = \mathbf{R}_z(\theta)\mathbf{R}_y(-\beta_{ts})\mathbf{R}_x(\alpha_{ts})\mathbf{R}_x(-\alpha_t) \cdot \mathbf{R}_y(\beta_t)\mathbf{R}_z(-\theta)\mathbf{R}_y(-\beta)\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (5)$$

其中 $\begin{pmatrix} \beta_{ts} \\ \sin \alpha_{ts} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{ps} \\ \sin \omega_{ss} \\ \cos \omega_{ps} \end{pmatrix}$, ω_{ps} 、 ω_{ss} 是施工过程中倾斜仪的观测值。

如图 4, 向量 $\mathbf{n}_x = (1 \ 0 \ 0)^T$ 和 $\mathbf{n}_y = (0 \ 1 \ 0)^T$ 分别为盾构自定义坐标系 $OXYZ$ 中 X 轴方向的单位向量和 Y 轴方向的单位向量。根据式(5), 将其转换到自定义坐标系 $O_vX_vY_vZ_v$ 下, 可得

$$\begin{cases} \mathbf{n}_{xv} = \mathbf{R}_z(\theta)\mathbf{R}_y(-\beta_{ts})\mathbf{R}_x(\alpha_{ts})\mathbf{R}_x(-\alpha_t)\mathbf{R}_y(\beta_t) \cdot \mathbf{R}_z(-\theta)\mathbf{R}_y(-\beta)\mathbf{n}_x \\ \mathbf{n}_{yv} = \mathbf{R}_z(\theta)\mathbf{R}_y(-\beta_{ts})\mathbf{R}_x(\alpha_{ts})\mathbf{R}_x(-\alpha_t)\mathbf{R}_y(\beta_t) \cdot \mathbf{R}_z(-\theta)\mathbf{R}_y(-\beta)\mathbf{n}_y \end{cases} \quad (6)$$

根据式(6)并结合图 4 所示几何关系, 可得

$$\begin{cases} \beta_s = \arcsin(\mathbf{n}_{xv} \cdot (0 \ 0 \ 1)^T) \\ \alpha_s = k \cdot \arccos(\mathbf{n}_{yv} \cdot (0 \ 1 \ 0)^T) \end{cases} \quad (7)$$

式中: $k = \begin{cases} 1, & \mathbf{n}_{yv} \text{ 向上} \\ -1, & \mathbf{n}_{yv} \text{ 向下} \end{cases}$, β_s, α_s 为施工状态下盾构的俯仰角和滚动角。

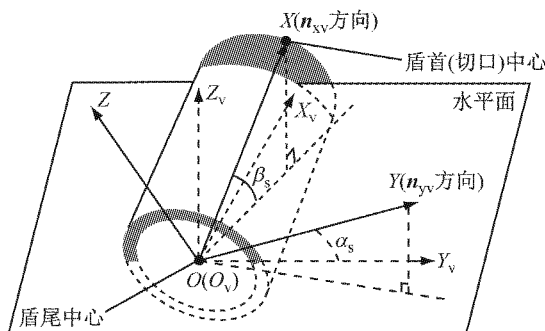


图 4 盾构标定坐标系(施工状态)

Fig. 4 Coordinate system of shield (construction status)

2 倾斜仪数据的稳健估计方法

在棱镜和倾斜仪法中, 若以全站仪完整获取所有棱镜坐标的时间作为一个观测周期, 那么在一个观测周期中倾斜仪可获取几十至上百对双轴角度数据。因此, 联合平差前必须对倾斜仪获取的双轴角度数据进行有效预处理。由于一个观测周期中倾斜仪采集的双轴角度数据整体服从正态分布, 但个别数据中含有粗差, 所以在此基础上推导倾斜仪双轴角度数据的稳健估计方法。

2.1 建立倾斜仪数据的处理模型

将一个观测周期中倾斜仪采集的双轴角度数据视为平面点云, 则倾斜仪数据的拟合即转化为平面点云的拟合^[17-18]。根据加权最小二乘准则, 得

$$\sum_{i=1}^n p_i d_i^2 = \min \quad (8)$$

式中: p_i 为等效观测值 d_i 的权因子, $d_i^2 = (\omega_{ps} - \omega_{psi})^2 + (\omega_{ss} - \omega_{ssi})^2$, ω_{ps}, ω_{ss} 分别为单个观测周期中倾斜仪俯仰角和滚动角的估值, $(\omega_{psi}, \omega_{ssi})$ 为第 i 对采样值; n 为一个观测周期中倾斜仪采样的次数。在式(8)的准则下可得 ω_{ps} 和 ω_{ss} 的最佳估值为

$$\begin{cases} \omega_{ps} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i \omega_{psi}}{\sum_{i=1}^n p_i} \\ \omega_{ss} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i \omega_{ssi}}{\sum_{i=1}^n p_i} \end{cases} \quad (9)$$

2.2 等效观测值权函数的选择

在一个观测周期中, 倾斜仪的个别采样数据含有粗差, 若认为等效观测值 d_i 为等权观测值, 则平差结果无法反映观测数据的真实分布情况, 又无法抵抗粗差的影响。因此, 使用等价权函数 $p_i(v_i)$ 来确定等效观测值 d_i 的权。将文献^[19]建议的等价权函数进行简化并选取合适的迭代常数^[20], 得

$$p_i(v_i) = \begin{cases} p_i, & |v_i| < k_0 \\ p_i \frac{k_0}{|v_i|}, & k_0 \leq |v_i| < k_1 \\ 0, & |v_i| \geq k_1 \end{cases} \quad (10)$$

式中: $k_0 = 1.5$; $k_1 = 3$; $v_i = \frac{d_i}{\hat{\sigma}_d}$, $\hat{\sigma}_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n p_i d_i^2}{n-1}}$ 。

2.3 倾斜仪数据处理的选权迭代方法

在 2.1 节和 2.2 节的理论基础上, 通过选权迭代法处理倾斜仪的点云数据, 迭代过程参见文献

[15],迭代结束后,将 d_i 视为等效观测值, ω_p, ω_s 视为待求参数,可根据间接平差原理列出误差方程,并利用协方差传播律求参数 ω_p, ω_s 的协方差阵,得

$$D_0 = \hat{\sigma}_d^2 (A^T P A)^{-1} \quad (11)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\omega_{ps} - \omega_{psl}}{d_1} & \frac{\omega_{ss} - \omega_{ssl}}{d_1} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\omega_{ps} - \omega_{psl}}{d_n} & \frac{\omega_{ss} - \omega_{ssl}}{d_n} \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} p_1 & & \\ & \ddots & \\ & & p_n \end{bmatrix}$$

3 三棱镜数据与倾斜仪数据融合的严密解算模型

在隧道工程中,使用的工程坐标系均是 Z 轴竖直向上的,那么工程坐标系 $O_p X_p Y_p Z_p$ 与坐标系 $O_v X_v Y_v Z_v$ 存在如下关系:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_p = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} + (1 + \mu) R_z(\gamma) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_v \quad (12)$$

式中: $\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}$ 为平移参数; $R_z(\gamma) =$

$$\begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \mu \text{ 为缩放参数,令 } \mu=0.$$

将式(5)代入式(12)可得,坐标系 $O_p X_p Y_p Z_p$ 与坐标系 $OXYZ$ 关系为

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_p = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} + R_z(\gamma) R_x(\theta) R_y(-\beta_{ts}) R_x(\alpha_{ts}) \cdot R_c \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: $R_c = R_x(-\alpha_t) R_y(\beta_t) R_z(-\theta) R_y(-\beta)$, R_c 初始标定时已知.

式(13)中,即含有非随机参数(3个平移参数和1个旋转参数),又含有随机参数(β_{ts}, α_{ts}),所以,利用最小二乘配置法对式(13)进行平差处理.为了计算方便,用 $\sin \alpha_{ts}$ 代替 α_{ts} 进行平差解算,由式(5)并根据协方差传播律,可得 $\beta_{ts}, \sin \alpha_{ts}$ 的协方差阵为

$$D_1 = A_0 D_0 A_0^T \quad (14)$$

$$\text{式中: } A_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\sin \omega_{ss} \sin \omega_{ps}}{\cos^2 \omega_{ps}} & \frac{\cos \omega_{ss}}{\cos \omega_{ps}} \end{bmatrix}$$

将 $\beta_{ts}, \sin \alpha_{ts}$ 的先验期望看作与棱镜坐标观测值

相互独立且方差阵为 D_1 的虚拟观测值,得

$$\begin{bmatrix} L_{\beta_{ts}} \\ L_{\sin \alpha_{ts}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{ts} \\ \sin \alpha_{ts} \end{bmatrix} \quad (15)$$

对式(15)进行线性化,可得误差方程为

$$V_1 = A_{11} X_1 - L_1 \quad (16)$$

$$\text{式中: } A_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, X_1 = \begin{bmatrix} d\beta_{ts} \\ d\sin \alpha_{ts} \end{bmatrix}, L_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

对式(13)进行线性化,可得每个棱镜对应的3个坐标观测值的误差方程为

$$V_2 = A_{21} X_1 + A_{22} X_2 - L_2 \quad (17)$$

$$\text{式中: } A_{21} = \begin{bmatrix} \frac{\partial R}{\partial \beta_{ts}} \\ \frac{\partial R}{\partial \sin \alpha_{ts}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}; A_{22} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{\partial R}{\partial \gamma} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}; X_1 = \begin{bmatrix} d\beta_{ts} \\ d\sin \alpha_{ts} \end{bmatrix}; X_2 = \begin{bmatrix} dx_0 \\ dy_0 \\ dz_0 \\ dy \end{bmatrix};$$

$R = R_z(\gamma) R_x(\theta) R_y(-\beta_{ts}) R_x(\alpha_{ts}) R_c$; L_2 为常数项.

为叙述方便,所有棱镜坐标观测值的误差方程仍用式(17)表示,在计算中只需对式(17)中的相应矩阵做扩充即可.根据自动全站仪标称的测距和测角精度可计算三棱镜对应的坐标观测值的方差阵 D_2 ,并结合式(14)将式(16)和(17)联立,根据广义测量平差原理^[21],可得待求参数的最佳估值为

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^T D_1^{-1} A_{11} + A_{21}^T D_2^{-1} A_{21} & A_{21}^T D_2^{-1} A_{22} \\ A_{22}^T D_2^{-1} A_{21} & A_{22}^T D_2^{-1} A_{22} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} A_{11}^T D_1^{-1} L_1 + A_{21}^T D_2^{-1} L_2 \\ A_{22}^T D_2^{-1} L_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

待求参数的协方差阵为

$$D_x = \begin{bmatrix} A_{11}^T D_1^{-1} A_{11} + A_{21}^T D_2^{-1} A_{21} & A_{21}^T D_2^{-1} A_{22} \\ A_{22}^T D_2^{-1} A_{21} & A_{22}^T D_2^{-1} A_{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad (19)$$

4 案例分析

4.1 倾斜仪标定误差对盾构俯仰角和滚动角计算的影响

在初始状态下,倾斜仪俯仰轴和滚动轴与盾构的俯仰轴和滚动轴,由于安装误差的限制,不可能保证严格平行.若忽略安装误差,认为倾斜仪双轴与对应盾构双轴是平行的,那么根据倾斜仪的俯仰角和滚动角计算出的盾构的俯仰角和滚动角必然与本文所述的正确模型计算出的结果存在偏差,如下式:

$$\begin{cases} \Delta\beta = \beta_s - \beta_w \\ \Delta\alpha = \alpha_s - \alpha_w \end{cases} \quad (20)$$

式中: β_s 、 α_s 表示使用本文所述的正确模型计算出的盾构的俯仰角和滚动角; β_w 、 α_w 表示忽略安装误差所计算出的盾构的俯仰角和滚动角。

若初始状态不存在安装误差,即倾斜仪双轴与对应的盾构双轴平行,则相应的角度应满足下式:

$$\delta = \begin{pmatrix} \beta_t - \beta \\ \theta \\ \omega_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0^\circ \\ 0^\circ \\ 0^\circ \end{pmatrix} \quad (21)$$

式中: δ 的单位为角度; 为了方便计算且不失一般性, 令 β 为 1° 。

在式(21)的基础上, 设计 2 组安装误差值, 分别为 $\delta = (0.3^\circ \ 0.3^\circ \ 0.3^\circ)^\top$, $\delta = (0.9^\circ \ 0.9^\circ \ 0.9^\circ)^\top$ 。当倾斜仪随盾构一起发生扭转且倾斜仪观测的俯仰角 ω_{ps} 和滚动角 ω_{ss} 在 $[-2^\circ, 2^\circ]$ 之间并以 0.05° 的步长变化时, $\Delta\beta$ 、 $\Delta\alpha$ 的变化趋势如图 5。

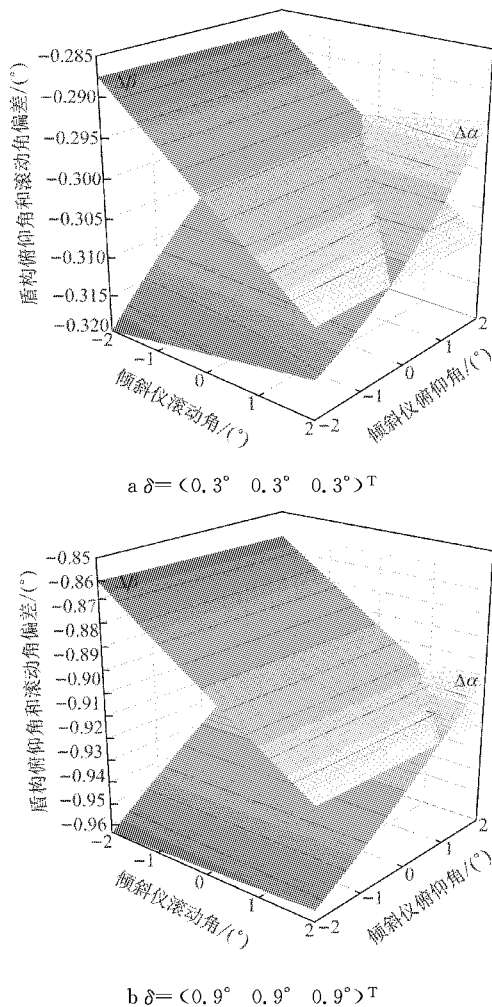


图 5 倾斜仪标定误差对盾构俯仰角和滚动角计算的影响
Fig. 5 Influence of the calibration error of the inclinometer on the calculation of shield's pitching angle and rolling angle

对图 5 分析可知, 若使用忽略倾斜仪安装误差的模型计算, 倾斜仪的安装误差越大, 盾构俯仰角与滚动角计算的偏差越大, 且盾构俯仰角与滚动角计算的偏差与倾斜仪的安装误差处于一个量级; 当倾斜仪随盾构一起发生扭转时, 倾斜仪的安装误差越大, 盾构俯仰角与滚动角计算的偏差的波动越大。

4.2 倾斜仪数据稳健估计方法的验证

以期望为 0° 、标准差为 0.005° 分别生成 2 组各 100 个服从正态分布的随机数, 并将其分别加入倾斜仪所测俯仰角和滚动角的真值上, 形成 100 对含有随机误差的倾斜仪观测数据, 并在第 26 对、49 对、73 对观测数据的俯仰角和滚动角中均加入粗差, 在第 17 对观测数据的俯仰角、第 88 对观测数据的滚动角中加入粗差, 粗差的大小为 3 倍标准差, 最终形成一组倾斜仪模拟观测数据, 如图 6 所示。

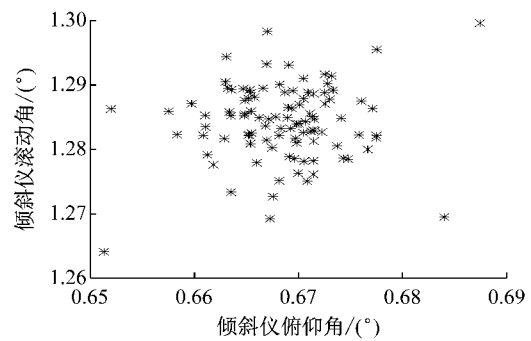


图 6 倾斜仪的模拟观测数据
Fig. 6 Simulated observation data of inclinometer

利用本文所述的稳健估计方法, 对上述数据进行处理, 所得结果见表 1。

表 1 倾斜仪模拟观测值的平差结果

Tab.1 Adjustment results of the simulated observation data of inclinometer

俯仰角平差值/(°)	滚动角平差值/(°)	俯仰角平差值与真值的差值/(°)	滚动角平差值与真值的差值/(°)
0.668 49	1.284 42	-0.000 01	0.000 12

根据表 1, 本文模拟的数据的平差结果与其真值的差值远远小于模拟观测值的标准差 0.005° , 由此可认为平差结果不受粗差的影响而只受偶然误差的影响, 从而证明了本文提出的针对倾斜仪观测数据的稳健估计方法是有效可行的。

4.3 棱镜数据与倾斜仪数据联合平差模型的验证

试验数据由实测数据和模拟数据共同组成。表 2 所示为某工程的实测数据。

设计了 2 组倾斜仪标定数据和观测数据。在标定状态下, 倾斜仪的俯仰角为 ω_p , 滚动角为 ω_s , 倾斜仪俯仰轴与盾构俯仰轴在水平面的夹角为 θ ; 在施工

表 2 棱镜和盾首、尾的初始测量数据

点名	X/m	Y/m	Z/m
P_1	28 175.998	23 358.760	-6.178
P_2	28 176.991	23 354.863	-6.095
P_3	28 177.642	23 358.762	-6.187
盾尾	28 176.833	23 355.424	-8.670
盾首	28 176.806	23 362.304	-8.663

状态下,相应倾斜仪观测的俯仰角为 ω_{ps} ,滚动角为 ω_{ss} ,如表 3 所示。

使用 2 种联合平差模型对上述数据进行处理。第 1 种模型认为,在初始状态下,倾斜仪的双轴与对应盾构的双轴是平行的,即倾斜仪存在标定误差,但模型中予以忽略。第 2 种模型为本文提出严密联合

表 3 倾斜仪标定状态及其对应施工状态下的观测数据

所属分组	标定状态/(°)			施工状态/(°)	
	ω_p	ω_s	θ	ω_{ps}	ω_{ss}
第 1 组	0.1	0.1	0.1	0.602 8	0.597 2
第 2 组	0.6	0.6	0.6	1.1071	1.092 7

解算模型,即认为,在初始状态下,倾斜仪的双轴与对应盾构的双轴不平行。

使用第 1 种联合平差模型,根据表 3 中 2 组倾斜仪的模拟数据,并分别结合 2 个棱镜和 3 个棱镜的观测数据,解算的盾首、尾坐标与其真值的差值,如表 4 所示。表中, P_1 、 P_2 、 P_3 表示棱镜。

表 4 第 1 种平差模型的解算效果

所属分组	盾尾坐标与真值的偏差/mm			盾首坐标与真值的偏差/mm		
	ΔX	ΔY	ΔZ	ΔX	ΔY	ΔZ
第 1 组倾斜仪数据+ $P_1 P_2$ 组合	4.55	-2.24	1.55	4.31	-2.19	-3.57
第 2 组倾斜仪数据+ $P_1 P_2$ 组合	26.91	-24.16	16.02	25.63	-23.22	-49.64
第 1 组倾斜仪数据+ $P_1 P_2 P_3$ 组合	4.44	-2.43	1.37	4.15	-2.39	-3.75
第 2 组倾斜仪数据+ $P_1 P_2 P_3$ 组合	26.89	-24.10	18.22	25.17	-23.17	-47.45

使用第 2 种平差模型,根据表 3 中 2 组倾斜仪的模拟数据,并分别结合 2 个棱镜和 3 个棱镜的观

测数据,解算的盾首、尾坐标与其真值的差值,如表 5 所示。

表 5 第 2 种平差模型的解算效果

所属分组	盾尾坐标与真值的偏差/mm			盾首坐标与真值的偏差/mm		
	ΔX	ΔY	ΔZ	ΔX	ΔY	ΔZ
第 1 组倾斜仪数据+ $P_1 P_2$	0.10	-0.43	0	0.08	-0.43	0
第 2 组倾斜仪数据+ $P_1 P_2$	0.10	-0.42	0	0.08	-0.42	0.01
第 1 组倾斜仪数据+ $P_1 P_2 P_3$	-0.02	-0.64	0	-0.03	-0.64	0
第 2 组倾斜仪数据+ $P_1 P_2 P_3$	-0.02	-0.63	0	-0.04	-0.63	0

对表 4 和表 5 进行分析可知,① 若以 50 mm 作为隧道贯通的测量限差,使用第 1 种联合平差模型,当倾斜仪的标定误差在 0.1° 时,盾首、尾坐标的联合平差结果的偏差属于毫米级,仍能满足隧道贯通精度的要求。但随着标定误差的增大,当倾斜仪的标定误差达到 0.6° 时,盾首、尾坐标的平差结果的偏差已超出隧道贯通限差的要求。② 使用第 1 种联合平差模型,棱镜个数的增加并不能提高联合平差结果的精度,即三棱镜数据和倾斜仪数据的联合平差结果与两棱镜数据和倾斜仪数据的联合平差结果在精度意义上是一致的。③ 使用第 2 种平差模型对棱镜和倾斜仪数据进行处理,计算结果的偏差均在亚毫米级,甚至优于亚毫米级,证明了本文所建立模型的正确性和稳定性。

5 结论

通过研究初始状态下倾斜仪和盾构的空间位置关系,建立了倾斜仪与盾构的严密标定模型。将倾斜仪的双轴角度观测数据视为平面点云,对倾斜仪数据进行稳健估计。在倾斜仪与盾构的严密标定模型基础上,建立了盾构标定坐标系与工程坐标系的转换关系,并利用最小二乘配置方法将倾斜仪相关数据视为具有先验统计信息的虚拟观测值,在广义最小二乘原理下,建立了倾斜仪数据与棱镜数据的联合解算模型。最后,通过试验分析了倾斜仪标定误差对盾构俯仰角和滚动角计算的影响;分析了倾斜仪数据稳健估计的效果;分析了本文建立的联合平差

模型的解算精度,并与不考虑倾斜仪标定误差的联合平差模型进行了对比,验证了本文联合平差模型的正确性和可行性。提出的倾斜仪数据与棱镜数据的联合平差模型建立在倾斜仪与盾构严密标定模型的基础上,该标定模型也可灵活应用于其他使用倾斜仪进行姿态测量的工程中。

参考文献:

- [1] 邹万军,朱国力,吴学兵.基于面阵的激光角度测量系统的研究[J].光学工程,2006,33(10):91.
ZOU Wanjun, ZHU Guoli, WU Xuebing. Angle measuring system of laser based on array CCD [J]. Opto-Electronic Engineering, 2006, 33(10):91.
- [2] 潘明华,文香稳,朱国力.俯仰角组合测量系统的设计[J].光学精密工程,2011,19(3):598.
PAN Minghua, WEN Xiangwen, ZHU Guoli. Design of combination measurement system for pitching angles[J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(3):598.
- [3] 文香稳.盾构姿态测量中的倾角仪误差补偿研究[D].武汉:华中科技大学,2011.
WEN Xiangwen. The compensation methods of measurement error for the inclinometer in shield attitude measurement[D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2011.
- [4] VMT Ltd. TBM guidance system SLS-T manual[M]. [S. l.]: VMT GmbH, 2002.
- [5] 肖涛.盾构姿态测量中倾角仪和陀螺仪的组合应用研究[D].武汉:华中科技大学,2013.
XIAO Tao. Research on pose measurement system of shield using the combination of inclinometer and gyroscope [D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2013.
- [6] 潘国荣,王穗辉.自动全站仪和陀螺仪组合导向盾构姿态自动测量方法及装置:中国, CN103712616A[P]. 2014-04-09.
PAN Guorong, WANG Suihui. Automatic guidance method and device of TBM combined with automatic total station and gyroscope: China, CN103712616A[P]. 2014-04-09.
- [7] 张厚美,古力.盾构机姿态参数的测量及计算方法研究[J].现代隧道技术,2004,41(2):14.
ZHANG Houmei, GU Li. Theory of errors and survey adjustment[M]. Modern Tunneling Technology, 2004, 41(2): 14.
- [8] 姚吉利,韩保民,杨元喜.罗德里格矩阵在三维坐标转换严密计算中的应用[J].武汉大学学报信息科学版,2006,31(12):1094.
YAO Jili, HAN Baomin, YANG Yuanxi. Applications of lodrigues matrix in 3d coordinate transformation[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2006, 31(12):1094.
- [9] 潘国荣,王穗辉,陈传林,等.盾构姿态自动测量系统的开发与应用[J].同济大学学报(自然科学版),2010,38(3):459.
PAN Guorong, WANG Suihui, CHEN Chuanlin, et al. Development and application of automatic surveying system in shield tunneling [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2010, 38(3):459.
- [10] MAO S, SHEN X, LU M. Virtual laser target board for alignment control and machine guidance in tunnel-boring operations[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2015, 79(1):385.
- [11] SHEN Xuesong, LU Ming, CHEN Wu. Tunnel-boring machine positioning during microtunneling operations through integrating automated data collection with real-time computing [J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2011, 137(1):72.
- [12] 潘国荣,李怀峰,王穗辉.盾构自动导向及多源数据融合处理方法[J].同济大学学报(自然科学版),2013,41(4):619.
PAN Guorong, LI Huaifeng, WANG Suihui. A new method of shield attitude automatic measurement and multi-source data processing[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2013, 41(4):619.
- [13] 潘国荣,唐杭.一种基于联合平差的盾构姿态计算方法[J].山东科技大学学报(自然科学版),2013,32(6):48.
PAN Guorong, TANG Hang. A new method of shield attitude calculation based on combined adjustment [J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2013, 32(6):48.
- [14] 潘国荣,唐杭,周跃寅.引入倾斜等效观测值的盾构姿态解算方法[J].中国矿业大学学报,2014,43(3):502.
PAN Guorong, TANG Hang, ZHOU Yueyin. Shield attitude calculation method based on importing equivalent observations of tilt-angle [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2014, 43(3):502.
- [15] 王新洲,陶本藻.高等测量平差[M].北京:测绘出版社,2006.
WANG Xinzhou, TAO Benzhaohao. Advanced surveying adjustment[M]. Beijing: Surveying and Mapping Publishing House, 2006.
- [16] 武汉大学测绘学院测量平差学科组.误差理论与测量平差基础[M].武汉:武汉大学出版社,2003.
Surveying Adjustment Group in School of Geodesy and Geomatics of Wuhan University. Basis of error theory and surveying adjustment [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2003.
- [17] 官云兰,程效军,施贵刚.一种稳健的点云数据平面拟合方法[J].同济大学学报(自然科学版),2008,36(7):981.
GUAN Yunlan, CHENG Xiaojun, SHI Guigang. A robust method for fitting a plane to point clouds[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2008, 36(7):981.
- [18] 王解先,季凯敏.工业测量拟合[M].北京:测绘出版社,2008.
WANG Jiexian, JI Kaimin. Industrial surveying fitting[M]. Beijing: Surveying And Mapping Press, 2008.
- [19] YANG Y X, SONG L J, XU T H. Robust estimation for correlated observations based on bifactor equivalent weights [J]. Journal of Geodesy, 2002, 76(1):353.
- [20] 李浩军,唐诗华,黄杰出.抗差估计中几种选权迭代法常数选取的探讨[J].测绘科学,2006,31(6):70.
LI Haojun, TANG Shihua, HUANG Jiechu. Discussion for the selection of constant in selecting weight iteration method in robust estimation [J]. Science of Surveying and Mapping, 2006, 31(6):70.
- [21] 崔希璋,於宗俦,陶本藻,等.广义测量平差[M].武汉:武汉大学出版社,2009.
CUI Xizhang, YU Zhongchou, TAO Benzhaohao, et al. The principle of generalized surveying adjustment[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2009.