

# 变截面波形钢腹板箱梁剪应力计算理论

刘 超, 黄钰豪, 高 展

(同济大学 土木工程学院, 上海 200092)

**摘要:** 在平截面假定和无相对滑移等条件下, 基于弹性梁段微元给出了变宽变高波形钢腹板截面剪应力计算理论, 认为剪力、弯矩和轴力均会产生剪应力, 并且后两者仅仅在变截面产生剪应力. 建立了有限元模型, 并将传统计算理论和该计算理论与有限元计算结果进行对比, 验证了该计算理论的可靠性.

**关键词:** 波形钢腹板; 剪应力计算理论; 剪力分配; 变宽变高截面; 有限元分析

**中图分类号:** U442.5

**文献标志码:** A

## Calculation Theory of Shear Stress in Variable Section Box Girder with Corrugated Steel Webs

LIU Chao, HUANG Yuhao, GAO Zhan

(College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** Under the plane-section assumption and the premise that no relative slip exists, a calculation theory of shear stress in the variable depth and width box sections with corrugated steel webs based on elastic beam elements is given. The calculation theory proposes that shear, moment and axial force will all produce shear stress, and the latter two can produce shear stress only in the case of variable cross section. For further analysis, a finite element model is established, and a comparison among the traditional calculation theory, the calculation theory and the results of the finite element model is conducted. The calculation theory is proven to be reliable.

**Key words:** corrugated steel webs; calculation theory of shear stress; shear stress distribution; sections of variable width and depth; finite element analysis

波形钢腹板桥梁是一种新型的组合结构桥梁, 波形钢质量轻、抗剪性能优良, 利用波形钢腹板替代混凝土腹板<sup>[1]</sup>, 可以降低工程造价, 同时波形钢腹板

的褶皱效应也提高了预应力的效率<sup>[2]</sup>. 目前中国很多大桥和特大桥都采用波形钢腹板形式, 如南昌朝阳大桥、山西运宝大桥等. 然而, 由于桥梁结构形式较为复杂, 腹板和顶、底板的受力特性尚未被研究透彻. 国内外学者对波形钢腹板截面抗剪做了许多研究. 在剪力分配方面, Abbas 等<sup>[3]</sup>和 Cafolla<sup>[4]</sup>通过试验发现, 混凝土顶、底板主要承担截面弯矩, 波形钢腹板主要承担截面剪力. 李立峰等<sup>[5]</sup>认为, 波形钢腹板承担剪力在 80% 以上. 侯立超等<sup>[6]</sup>进行了单箱三室波形钢腹板预应力混凝土箱梁静力试验研究, 得出了单箱三室波形钢腹板剪力分配特点. 周绪红等<sup>[7]</sup>和聂建国等<sup>[8]</sup>通过试验对比, 分别给出了考虑局部屈曲强度的半经验半理论式. Driver 等<sup>[9]</sup>通过波形钢腹板 I 形梁的局部屈曲和整体屈曲试验数据分析发现, 基于板壳屈曲的理论高估了波形钢腹板梁桥的抗剪承载力, 并提出了一种低边界的抗剪承载力计算式. 在不考虑腹板屈曲的情况下, 苏俭等<sup>[10]</sup>推导了变截面波形钢腹板竖向剪应力和水平剪力的实用计算方法, 并以南京滁河大桥为例, 进行了有限元模型计算分析, 验证了计算方法的正确性. 现有的计算方法主要有以下三种: ① 将截面总剪力除以波形钢腹板面积得到剪应力<sup>[11-12]</sup>, 中国和日本规范均采用这种方法进行计算, 但该方法忽略了顶、底板的承剪比例, 认为剪力仅由波形钢腹板承担, 对于钢腹板来说偏保守, 对于混凝土顶、底板来说偏不安全; ② 利用传统的计算截面静矩的方法来计算剪应力<sup>[13]</sup>, 该方法仅仅考虑由剪力产生的剪应力, 而忽略了弯矩和轴力产生的剪应力, 对于等截面桥梁来说是合适的, 但对于变截面桥梁来说准确性不足; ③ 在方法②的基础上, 同时考虑弯矩和轴力产生的剪应力<sup>[10,14]</sup>, 该方法计算结果较为准确, 但目前尚未推广至单箱多室和变宽桥梁的计算. 随着波形钢腹板桥梁的跨径越做越大, 单箱多室与变宽桥梁越来越常见. 因此, 针对单箱多室波形钢腹板变宽

变高截面剪应力计算理论的空白,以及目前规范中计算方法的不足,提出了一种变宽变高波形钢腹板截面剪应力计算理论,认为剪力、弯矩和轴力均会产生剪应力,并且后两者仅在变截面时产生剪应力.结合有限元分析,给出了顶、底板和腹板的剪力分配比例,为波形钢腹板桥梁抗剪设计提供借鉴.

## 1 剪应力计算方法

### 1.1 计算基本假定

根据波形钢腹板截面的受力特点,给出如下计算基本假定:① 在计算的整个过程中,变形前后截面始终保持平面或近似平面,平截面假定始终成立;② 钢和混凝土为各向同性材料,均处于线弹性受力阶段,在计算过程中结构始终处于弹性阶段,尚未进入塑性,所有变形均为小变形;③ 波形钢腹板不承受轴力,轴力全由混凝土顶、底板承担,而且由于波形钢腹板厚度较小,不考虑弯矩对其造成的轴向应力;④ 不考虑波形钢腹板和顶、底板的轴向滑移;⑤ 计算时不考虑畸变和扭转影响.

### 1.2 波形钢腹板变截面计算理论

图 1a 为一般波形钢腹板箱梁截面图.箱梁腹板数为  $n$ ,上顶板宽度为  $b_1$ ,厚度为  $t_1$ ,下顶板宽度为  $b_2$ ,厚度为  $t_2$ ,箱梁截面高度为  $h$ ,形心距上顶板距离为  $y_c$ ,任意高度处截面距上顶板距离为  $y_0$ ,坐标轴原点取在上顶板左上角,向右为  $z$  轴正方向,向下为  $y$  轴正方向.图 1b 为距上顶板距离  $y_0$  处截取的箱梁截面微元图,沿桥轴向长度为  $dx$ ,左截面受到的轴向合力为  $F$ ,右截面受到的轴向合力为  $F+dF$ , $y_0$  处断面存在的剪应力为  $\tau$ ,由于微元长度很小,因此可以认为在  $dx$  长度内,剪应力大小不变,均为  $\tau$ .化简轴向平衡方程后有

$$\tau = \frac{dF}{dx} \frac{1}{b(y)} \quad (1)$$

式中: $b(y)$  为  $y$  高度处截面总宽度.

根据剪应力互等定理,式(1)所求剪应力  $\tau$  与截面剪应力相等,所以由式(1)所求得的  $\tau$  即可代表截面剪应力.在图 1b 中,轴向合力  $F$  可以看成是轴向力  $F_N$  和由弯矩产生的弯曲轴向力  $F_M$  的线性叠加,即:

$$F = F_N + F_M \quad (2)$$

$$F_N = \int_0^{y_0} \sigma_{yN} b(y) dy = \frac{N}{A} A_{y_0} \quad (3)$$

$$F_M = \int_0^{y_0} \sigma_{yM} b(y) dy = \frac{M}{I} \int_0^{y_0} (y_c - y) b(y) dy \quad (4)$$

式中: $N$  为截面上轴力; $M$  为截面上弯矩; $\sigma_{yN}$  为轴力在截面上产生的正应力; $\sigma_{yM}$  为弯矩在截面上产生的正应力; $A_{y_0}$  为坐标  $0 \sim y_0$  截面总面积; $A$  为截面总面积; $I$  为截面惯性矩.

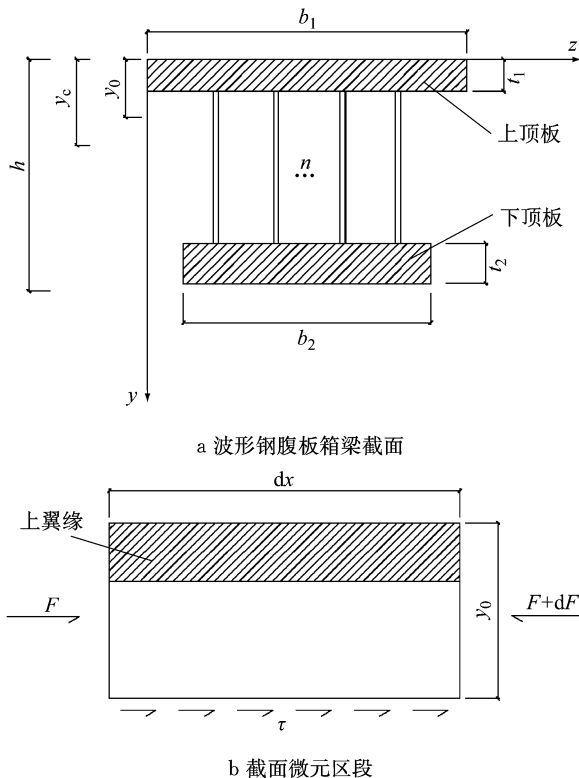


图 1 波形钢腹板箱梁截面和截面微元区段

Fig. 1 Box girder section with corrugated steel webs and microelement sector of section

对于式(4),可作如下变化:

$$\int_0^{y_0} (y_c - y) b(y) dy = y_c \int_0^{y_0} b(y) dy - \int_0^{y_0} y b(y) dy = (y_c - y^*) A_{y_0} = S_{y_0} \quad (5)$$

式中: $y^*$  为坐标  $0 \sim y_0$  截面形心坐标; $S_{y_0}$  为坐标  $0 \sim y_0$  截面的静矩.

将式(3)~(5)代入式(2),可得

$$F = \frac{N}{A} A_{y_0} + \frac{M}{I} S_{y_0} \quad (6)$$

截取全截面轴向的一段小微元,如图 2 所示.图 2 中, $q$  为外荷载, $\alpha$  为轴线与水平线的夹角, $Q$  为剪力.对右截面轴线处取距,由力矩平衡可知

$$N \tan \alpha dx + Q dx - \frac{1}{2} q (dx)^2 = dM \quad (7)$$

略去含高阶微量的  $(dx)^2$  项可得

$$\frac{dM}{dx} = N \tan \alpha + Q \quad (8)$$

将式(6)代入式(1),结合式(8),有

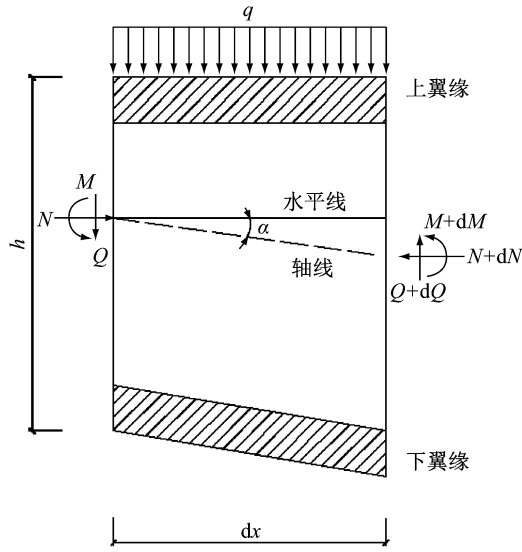


图2 轴向微元区段

Fig.2 Axial segmental infinitesimal element

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{b(y)} \frac{dF}{dx} = \frac{1}{b(y)} \frac{d\left(\frac{N}{A}A_{y_0} + \frac{M}{I}S_{y_0}\right)}{dx} = \\ &= \frac{1}{b(y)} \left[ \frac{\frac{d(NA_{y_0})}{dx}A - \frac{dA}{dx}(NA_{y_0})}{A^2} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\frac{d(MS_{y_0})}{dx}I - \frac{dI}{dx}(MS_{y_0})}{I^2} \right] = \\ &= \frac{1}{b(y)} \left[ \frac{A_{y_0}}{A} \frac{dN}{dx} + \frac{N}{A} \frac{dA_{y_0}}{dx} - \frac{NA_{y_0}}{A^2} \frac{dA}{dx} + \frac{M}{I} \frac{dS_{y_0}}{dx} + \right. \\ &\quad \left. \frac{S_{y_0}}{I} \frac{dM}{dx} - \frac{MS_{y_0}}{I^2} \frac{dI}{dx} \right] = \frac{M}{Ib(y)} \left( \frac{dS_{y_0}}{dx} - \right. \\ &\quad \left. \frac{S_{y_0}}{I} \frac{dI}{dx} \right) + \frac{QS_{y_0}}{Ib(y)} + \frac{N}{b(y)} \left( \frac{S_{y_0} \tan \alpha}{I} + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{A} \frac{dA_{y_0}}{dx} - \frac{A_{y_0}}{A^2} \frac{dA}{dx} \right) + \frac{dN}{dx} \frac{A_{y_0}}{b(y)A} \quad (9) \end{aligned}$$

对于波形钢腹板桥梁而言,通常梁桥不存在轴力或者轴力可忽略;对于斜拉桥而言,轴力很大,但是仅在斜拉索锚固处可能发生轴力的突变,其余位置轴力均匀,在不考虑斜拉索锚固截面的情况下,轴力关于轴向变化率更小,所以可以将含 $\frac{dN}{dx}$ 项略去,因此式(9)可表示为

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{M}{Ib(y)} \left( \frac{dS_{y_0}}{dx} - \frac{S_{y_0}}{I} \frac{dI}{dx} \right) + \frac{QS_{y_0}}{Ib(y)} + \\ &\quad \frac{N}{b(y)} \left( \frac{S_{y_0} \tan \alpha}{I} + \frac{1}{A} \frac{dA_{y_0}}{dx} - \frac{A_{y_0}}{A^2} \frac{dA}{dx} \right) \quad (10) \end{aligned}$$

若截面为等截面, $\frac{dS_{y_0}}{dx}$ 、 $\frac{dI}{dx}$ 、 $\tan \alpha$ 、 $\frac{dA_{y_0}}{dA_x}$ 、 $\frac{dA}{dx}$ 项均为零,则式(10)退化为

$$\tau = \frac{QS_{y_0}}{Ib(y)} \quad (11)$$

式(11)即为材料力学中截面剪应力的传统计算式.在变截面波形钢腹板箱梁截面中,剪应力由三个部分组成,分别是由弯矩造成的剪应力 $\tau_M$ 、由轴力造成的剪应力 $\tau_N$ 和由剪力造成的剪应力 $\tau_Q$ ,前两者仅存在于变截面剪应力计算中. $\tau$ 可表示为

$$\tau = \tau_M + \tau_Q + \tau_N \quad (12)$$

对于式(12)来说,目前尚未求解的变量有:全截面惯性矩的变化率 $\frac{dI}{dx}$ ,总面积的变化率 $\frac{dA}{dx}$ ,截取截面静矩的变化率 $\frac{dS_{y_0}}{dx}$ 和截取截面面积的变化率 $\frac{dA_{y_0}}{dx}$ .由于波形钢腹板厚度很小,通常远小于顶、底板厚,故计算全截面面积和惯性矩时可忽略波形钢腹板面积的影响.由材料力学基本式可知,全截面面积、惯性矩、截面形心计算式如下所示:

$$A = b_1 t_1 + b_2 t_2 \quad (13)$$

$$I = \frac{1}{12} (b_1 t_1^3 + b_2 t_2^3) + b_1 t_1 \left( y_c - \frac{t_1}{2} \right)^2 + b_2 t_2 \left( h - y_c - \frac{t_2}{2} \right)^2 \quad (14)$$

$$y_c = \frac{b_1 \frac{t_1^2}{2} + b_2 t_2 \left( h - \frac{t_2}{2} \right)}{A} \quad (15)$$

将式(13)对 $x$ 求偏导,可得

$$\frac{dA}{dx} = b_1 \frac{dt_1}{dx} + t_1 \frac{db_1}{dx} + b_2 \frac{dt_2}{dx} + t_2 \frac{db_2}{dx} \quad (16)$$

式中: $\frac{dt_1}{dx}$ 为上顶板厚度沿轴向变化率; $\frac{db_1}{dx}$ 为上顶板宽度沿轴向变化率; $\frac{dt_2}{dx}$ 为下顶板厚度沿轴向变化率; $\frac{db_2}{dx}$ 为下顶板宽度沿轴向变化率.

将式(14)对 $x$ 求偏导,可得

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dx} &= k_1 \frac{db_1}{dx} + k_2 \frac{db_2}{dx} + k_3 \frac{dt_1}{dx} + k_4 \frac{dt_2}{dx} + \\ &\quad k_5 \frac{dy_c}{dx} + k_6 \frac{dh}{dx} \quad (17) \end{aligned}$$

式中: $\frac{dy_c}{dx}$ 为形心位置沿轴向变化率; $\frac{dh}{dx}$ 为箱梁高度沿轴向变化率; $k_1 \sim k_6$ 为各项变化率系数. $k_1 \sim k_6$ 分别为

$$\begin{aligned}
 k_1 &= t_1^3 + \left(y_c - \frac{t_1}{2}\right)^2 t_1, k_2 = t_2^3 + \left(h - y_c - \frac{t_2}{2}\right)^2 t_2, \\
 k_3 &= \frac{b_1 t_1^2}{4} + b_1 \left(y_c - \frac{t_1}{2}\right)^2 - b_1 t_1 \left(y_c - \frac{t_1}{2}\right), \\
 k_4 &= \frac{b_2 t_2^2}{4} + b_2 \left(h - y_c - \frac{t_2}{2}\right)^2 - b_2 t_2 \left(h - y_c - \frac{t_2}{2}\right), \\
 k_5 &= 2b_1 t_1 \left(y_c - \frac{t_1}{2}\right) - 2b_2 t_2 \left(h - y_c - \frac{t_2}{2}\right), \\
 k_6 &= 2b_2 t_2 \left(h - y_c - \frac{t_2}{2}\right) \quad (18)
 \end{aligned}$$

当所取的  $y_0$  点处于不同位置时,  $\frac{dA_{y_0}}{dx}$  和  $\frac{dS_{y_0}}{dx}$  的计算方法不同, 应分类考虑, 如下所示:

(1)  $y_0$  处于上翼缘板内 ( $0 < y_0 < t_1$ )

$$\begin{aligned}
 S_{y_0} &= b_1 y_0 \left(y_c - \frac{y_0}{2}\right), A_{y_0} = b_1 y_0, \frac{dA_{y_0}}{dx} = \frac{db_1}{dx} y_0, \\
 \frac{dS_{y_0}}{dx} &= y_0 \left(y_c - \frac{y_0}{2}\right) \frac{db_1}{dx} + b_1 y_0 \frac{dy_c}{dx} \quad (19)
 \end{aligned}$$

(2)  $y_0$  处于腹板内 ( $t_1 \leq y_0 \leq h - t_2$ )

$$\begin{aligned}
 S_{y_0} &= b_1 t_1 \left(y_c - \frac{t_1}{2}\right), A_{y_0} = b_1 t_1, \frac{dA_{y_0}}{dx} = \frac{db_1}{dx} t_1 + \frac{dt_1}{dx} b_1, \\
 \frac{dS_{y_0}}{dx} &= t_1 \left(y_c - \frac{t_1}{2}\right) \frac{db_1}{dx} + b_1 t_1 \frac{dy_c}{dx} + \\
 &\quad (y_c b_1 - b_1) \frac{dt_1}{dx} \quad (20)
 \end{aligned}$$

(3)  $y_0$  处于下翼缘板内 ( $h - t_2 < y_0 < h$ )

$$\begin{aligned}
 A_{y_0} &= b_1 t_1 + b_2 (y_0 + t_2 - h), \\
 \frac{dA_{y_0}}{dx} &= t_1 \frac{db_1}{dx} + b_1 \frac{dt_1}{dx} + (y_0 + t_2 - h) \frac{db_2}{dx} + b_2 \frac{dt_2}{dx} - b_2 \frac{dh}{dx}, \\
 S_{y_0} &= b_1 t_1 \left(y_c - \frac{t_1}{2}\right) - b_2 (y_0 + t_2 - h) \frac{(h - t_2 + y_0 - 2y_c)}{2}, \\
 \frac{dS_{y_0}}{dx} &= \frac{dS_{y_0}}{dx} \Big|_{(y_0=t_1)} + \frac{1}{2} (y_0 + t_2 - h) (h - t_2 + y_0 - \\
 &\quad 2y_c) \frac{db_2}{dx} + b_2 \left( (h - y_c - t_2) \frac{dt_2}{dx} - \right. \\
 &\quad \left. (h - y_c - t_2) \frac{dh}{dx} - (y_0 + t_2 - h) \frac{dy_c}{dx} \right) \quad (21)
 \end{aligned}$$

将式(13)~(21)代入式(10)即可求得截面上任意位置的剪应力大小。

## 2 有限元模型

为了验证上述计算模型的正确性, 本文利用 Abaqus 软件建立了悬臂梁模型并进行有限元仿真。梁长 20 m, 截面为变宽变高波形钢腹板截面, 有限元模型如图 3 所示。自由端截面上顶板长 6.00 m, 宽 0.25 m, 下顶板长 4.00 m, 宽 0.25 m, 为了与工程相

仿, 腹板厚度取 0.02 m, 截面总高度取 2.75 m; 固定端截面上顶板长 8.0 m, 宽 0.4 m, 下顶板长 6.0 m, 宽 0.5 m, 腹板厚度 0.02 m, 截面总高度 4.0 m, 中间截面各参数由自由端向固定端线性变化。截面示意图如图 4a 所示, 波形钢腹板示意图如图 4b 所示。在悬臂梁自由端施加竖向集中力 1 000 kN, 同时在自由端截面顶、底板施加轴向均布荷载, 合力为 1 000 kN。在悬臂梁取自由端靠里 1 m 位置为截面 A (为排除集中力附近应力集中干扰), 中跨为截面 B, 固定端为截面 C, 作为计算截面。

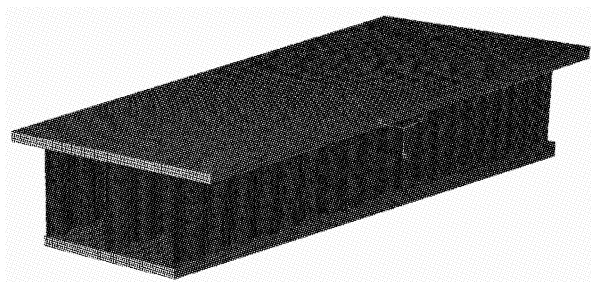


图 3 有限元模型

Fig. 3 Finite element model

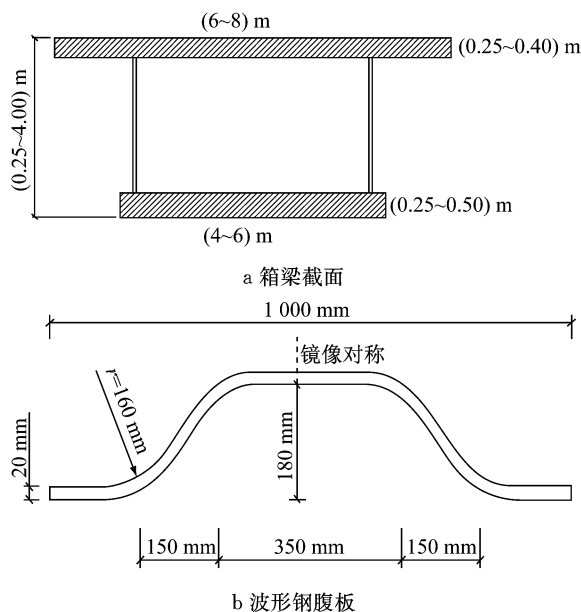


图 4 箱梁截面及波形钢腹板

Fig. 4 Box girder section and corrugated steel web

模型中采用的材料为钢和混凝土, 使用线性应力-应变关系。由前述假定认为波形钢腹板与混凝土顶、底板间不存在相对滑移, 故在有限元模型里, 将接触面间所有自由度耦合, 并遵从共同变形原则。同时, 定义混凝土和钢为各向同性材料。模型网格划分采用扫略划分, 为了保证精度, 波形钢腹板和混凝土顶、底板均采用空间六面体 C3D8 网格, 共计 345 523 个节点和 210 279 个单元。各参数设置如表 1 所示。

表1 悬臂梁参数设置

Tab.1 Parameters of cantilever girder

| 材料  | 密度/(kg·m <sup>-3</sup> ) | 弹性模量/GPa | 泊松比 | 单元类型 |
|-----|--------------------------|----------|-----|------|
| 混凝土 | 2 600                    | 34.5     | 0.2 | C3D8 |
| 钢   | 7 800                    | 210.0    | 0.3 | C3D8 |

### 3 结果分析

#### 3.1 有限元正确性验证

提取有限元模型(FEM)中梁的内力和挠度,与解析解进行对比.通过解析的方法进行模型挠度的计算.根据欧拉梁理论,弯矩产生的挠度计算式为

$$\delta_M = \int_0^l \frac{M_0(x)M_F(x)}{EI(x)} dx \quad (22)$$

考虑变截面情况,分母中惯性矩为  $x$  的函数,沿梁轴向进行积分,分别计算出距固定端 1 m, 2 m, 3 m, ..., 20 m 间距处梁挠度.

当杆件在两相邻的横截面处有一对垂直于杆轴,但方向相反的横向力作用时,杆件发生的变形为该两截面沿横向力方向发生的相对错动,此变形称为剪切变形.波形钢腹板在受力过程中发生明显的剪切变形,从而引起波形钢腹板梁变形明显增大.进一步增加剪切变形产生的挠度计算,根据铁木辛柯梁理论,剪切应变能

$$U_s = \int_0^l \frac{Q^2}{2AG} dx = \int_0^l \frac{\tau^2}{2G} dx dy dz \quad (23)$$

式中:  $G$  为剪切模量.

由于目前尚未有完善的变截面变宽波形钢腹板剪应力计算理论,  $\tau$  按照本文所提出理论计算,对剪切应变能求偏微分可得剪力产生挠度,如下所示:

$$\delta_Q = \frac{\partial U_s}{\partial Q} \quad (24)$$

将有限元挠度计算结果和解析解计算结果列于图5中.悬臂端有限元挠度计算结果为 6.60 mm,解析解挠度计算结果为 6.27 mm,解析解与有限元解误差为 5%,证明了有限元模型的正确性.

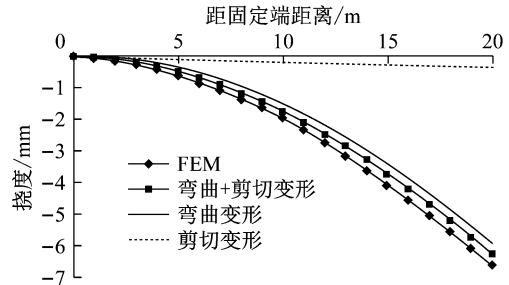


图5 各种挠度计算方法对比

Fig.5 Comparison of various deflection calculation methods

#### 3.2 整体应力分析

悬臂梁剪应力云图如图6所示.从图6可以看出:①悬臂梁在自由端竖向集中力和轴向均布力作用下,剪应力从自由端向固定端递减,一个原因是截面由自由端向固定端逐渐变高、变宽,从而使截面的惯性矩  $I$  增大,导致剪应力减小,另一个原因是弯矩和轴力产生的剪应力对总剪应力有影响;②波形钢腹板褶皱处剪应力较小,平直处剪应力较大,轴向应力分布不仅呈现出从自由端向固定端逐渐减小的趋势,在局部还呈现出大一小一大的分布;③顶、底板的剪应力远远小于腹板的剪应力,主要原因是顶、底板的  $b$  过大,是腹板的上百倍,从而导致很小的剪应力;④波形钢腹板剪力分配不均匀,中腹板的剪应力小于边腹板,不考虑连接处局部效应,中腹板最大剪应力为 6.14 MPa,边腹板最大剪应力为 7.70 MPa,相差约 20%.

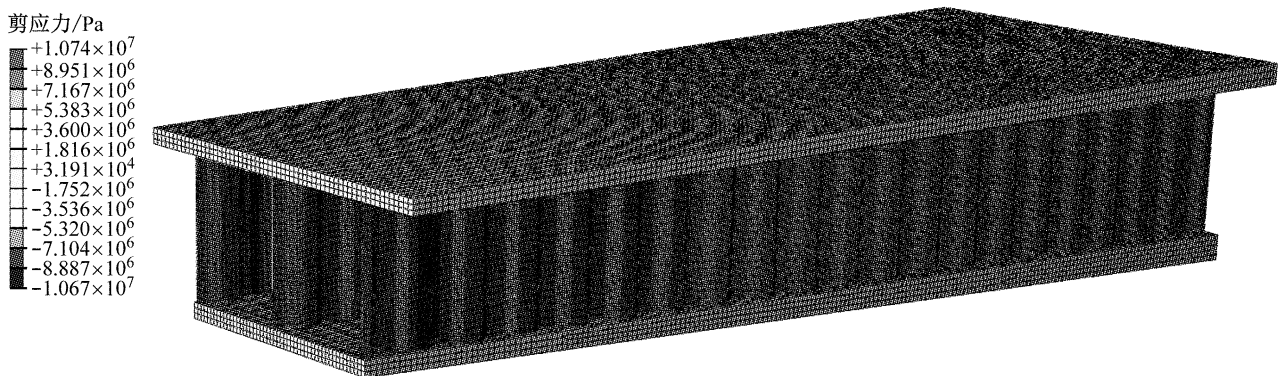


图6 悬臂梁剪应力云图

Fig.6 Shear stress nephogram of cantilever girder

#### 3.3 截面剪应力分析

对于该悬臂梁,给出本文提出的变截面计算理

论(VCM)(见式(9))、传统计算理论(TCM)(见式(11))和有限元(FEM)方法的计算结果用以精度对

比. 三个截面的计算结果如图 7 所示, 其中腹板截面 应力取边腹板的应力.

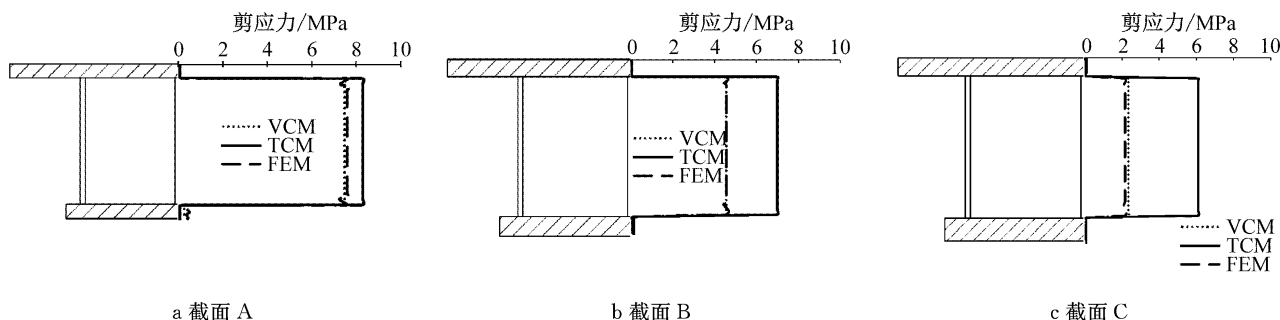


图 7 截面剪应力分布

Fig.7 Sectional shear stress distribution

从图 7 可以看出:① 从截面 A 到截面 B 再到截面 C, 腹板和顶、底板的剪应力逐渐衰减;② 顶、底板剪应力相比腹板来说很小;③ 本文提出的变截面计算理论和有限元模型计算结果误差很小, 最大误差不足 5%, 而传统计算理论由于忽略弯矩和轴力产生的剪应力, 误差较大, 误差从自由端到固定端递增, 最大可达 200%. 由于波形钢腹板的特殊性, 从数值模拟结果来看, 传统计算理论由于误差较大, 已不再适用于计算, 本文提出的变截面计算理论误差很小, 对变宽变高波形钢腹板截面适用性很强.

### 3.4 顶、底板剪力分配

目前, 大部分设计均不考虑顶、底板的抗剪能力, 认为所有剪力由波形钢腹板承受, 但实际上由于混凝土顶、底板具有部分承剪能力, 这样的设计对波形钢腹板来说过于保守, 对于混凝土顶、底板来说偏不安全. 对悬臂梁截面 A、B 和 C 的腹板应力进行积分, 可得腹板承受的剪力大小, 再除以总剪力  $Q$  即可得腹板承剪比例, 如下所示:

$$\rho_w = \frac{\int \tau_w dA}{Q} \quad (20)$$

式中:  $\rho_w$  为腹板承剪比例;  $\tau_w$  为腹板剪应力. 顶、底板承剪比例为  $(1 - \rho_w)$ . 截面 A、B 和 C 各部分承剪比例如图 8 所示.

离自由端越远, 悬臂梁受到的弯矩越大, 弯矩对顶、底板和腹板剪应力产生的影响越大. 对于有限元计算结果, 波形钢腹板承剪比例在自由端达到了近 87.1%, 后逐渐减小, 在固定端达到谷值 42.3%, 而顶、底板在自由端承剪比例为 12.9%, 后逐渐增大, 在固定端达到峰值 57.7%. 这说明传统假定仅仅在无弯矩或弯矩很小区域适用, 在弯矩较大区域, 由于顶、底板承剪比例很大, 因此忽视顶、底板承剪是不合理的. 有限元模型计算结果和本文提出的变截面计算理论的计算结果很相近, 说明了本文计算理论

的有效性.

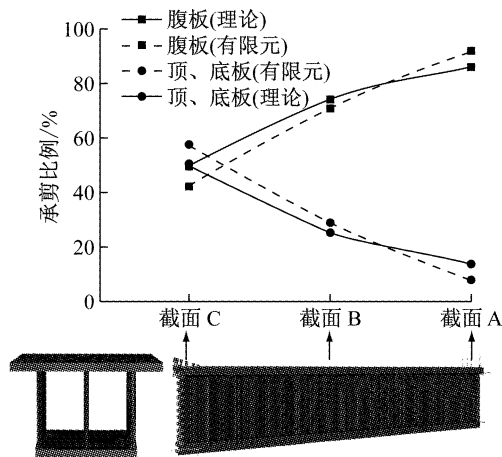


图 8 剪力分配比例

Fig.8 Distribution ratio of shear force

### 3.5 剪力、轴力、弯矩剪应力分布

根据前述计算式, 变截面波形钢腹板梁某一截面上钢腹板的剪应力可以看成由以下三个部分组成: 弯矩剪应力  $\tau_M$ , 轴力剪应力  $\tau_N$ , 剪力剪应力  $\tau_Q$ . 利用式 (20), 计算出悬臂梁截面 A、B 和 C 的钢腹板剪应力分配比例, 如图 9 所示.

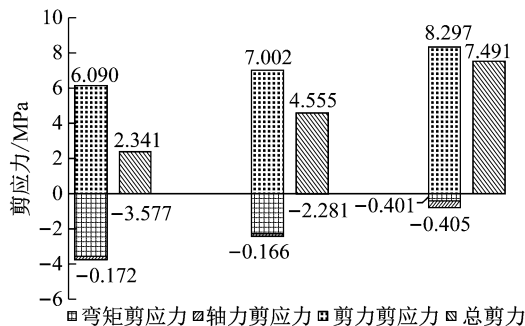


图 9 剪应力分配比例

Fig.9 Distribution proportion of shear stress

从图 9 可以看出:① 由弯矩和轴力产生的剪应

力方向和剪力产生的剪应力方向相反,而截面总剪应力为三部分的叠加,所以总剪应力数值小于剪力产生的剪应力;②从自由端到固定端,剪力剪应力逐渐减小,弯矩剪应力逐渐增大;③从自由端到固定端,弯矩和轴力产生的剪应力与剪力剪应力的比值从0.096 0增大到0.615 6,说明传统计算方法只计算剪力剪应力是不正确的。

## 4 结论

(1)提出了一种针对变宽变高波形钢腹板桥梁的剪应力计算方法,认为剪力、弯矩和轴力均会产生剪应力,并且后两者仅仅在变截面时产生剪应力。本文方法计算结果与有限元模型计算结果吻合程度高,可为波形钢腹板桥梁的抗剪设计提供依据。

(2)针对变截面波形钢腹板桥梁,传统剪应力计算理论适用性较差。在腹板断面上,弯矩和轴力产生的剪应力方向与剪力剪应力方向相反,并且在弯矩较大时,弯矩和轴力产生的剪应力与剪力剪应力的比值可达0.6以上,从而导致实际剪应力数值小于剪力剪应力,这也是传统剪应力计算理论误差较大的原因。

(3)波形钢腹板截面顶板剪应力很小,底板剪应力相对顶板而言较大,主要来源于底板受到的压应力的竖向分力。在无弯矩或弯矩很小区域认为仅由腹板承剪是可以接受的,但当弯矩较大时,顶、底板承剪比例能达到50%以上,因此应考虑顶、底板的承剪能力。传统计算理论、计算模型和规范认为剪力全部由钢腹板承担而不考虑混凝土顶、底板作用,容易造成波形钢腹板浪费,顶、底混凝土板不足的情况。

(4)对单箱双室波形钢腹板桥梁进行有限元分析,发现腹板间存在剪应力分配,中腹板剪应力较小,边腹板剪应力较大。本文提出的计算理论对边腹板吻合程度高,在一定程度上提高了结构安全性。

## 参考文献:

- [1] ELGAALY M. Shear strength of beams with corrugated webs [J]. Journal of Structural Engineering, 1996, 122(4):390.
- [2] ELGAALY M. Bridge girders with corrugated webs [J]. Journal of the Transportation Research Board, 2000, 1696(1): 162.
- [3] ABBAS H H, SAUSE R, DRIVER R G. Behavior of corrugated web i-girders under in-plane loads[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2006, 132 (8): 806.
- [4] CAFOLLA J. Corrugated webs in plate girders for bridges[J]. Structures & Buildings, 1997, 122 (2) : 157.
- [5] 李立峰,刘志才,王芳.波形钢腹板组合箱梁弹性阶段弯曲理论及模型试验研究[J].公路交通科技,2008(1):69.  
LI Lifeng, LIU Zhicai, WANG Fang. Research on flexure theory at elastic stage and model test of composite box-girder with corrugated steel webs[J]. Highway Traffic Science and Technology, 2008(1): 69.
- [6] 侯立超.波形钢腹板抗剪性能的研究[D].长沙:湖南大学,2015.  
HOU Lichao. Study on shear resistance of corrugated steel web [D]. Changsha: Hunan University, 2015.
- [7] 周绪红,孔祥福,侯健,等.波纹钢腹板组合箱梁的抗剪受力性能[J].中国公路学报,2007,20(2):77.  
ZHOU Xuhong, KONG Xiangfu, HOU Jian, et al. Shear mechanical property of composite box girder with corrugated steel webs [J]. China Journal of Highway and Transport, 2007, 20(2):77.
- [8] 聂建国,李法雄.考虑腹板剪切行为的波形钢腹板梁理论模型[J].中国公路学报,2011,24(6):40.  
NIE Jianguo, LI Faxiong. Theory model of corrugated steel web girder considering web shear behavior[J]. China Journal of Highway and Transport, 2011, 24(6):40.
- [9] DRIVER R G, ABBAS H H, SAUSE R. Shear behavior of corrugated web bridge girders [J]. Journal of Structural Engineering, 2006, 132(2):195.
- [10] 苏俭,刘钊.变截面波形钢腹板组合箱梁剪应力计算及分布规律研究[J].结构工程师,2010,26(6):32.  
SU Jian, LIU Zhao. Shear stress calculation and distribution in non-prismatic box girders with corrugated steel webs [J]. Structural Engineers, 2010,26(6):32.
- [11] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB50917—2013 钢-混凝土组合桥梁设计规范 [S]. 北京:中国计划出版社,2013.  
Ministry of Housing and Urban and Rural Construction of the People's Republic of China. GB50917—2013 Design specification for steel-concrete composite bridges [S]. Beijing: China Planning Publishing House, 2013.
- [12] 刘玉擎,陈艾荣.组合折腹桥梁设计模式指南[M].北京:人民交通出版社股份有限公司,2015.  
LIU Yuqing, CHEN Airong. Guide to design model of combination folding bridge [M]. Beijing: China Communications Press Co., Ltd., 2015.
- [13] 同济大学材料力学教研室.材料力学:上册[M].上海:同济大学出版社,1987.  
Department of Materials Mechanics of Tongji University. Material mechanics: volume one [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1987.
- [14] 李杰.变截面波形钢腹板组合箱梁腹板剪应力实用计算方法研究[J].铁道科学与工程学报,2017,14(1):80.  
LI Jie. Research on practical shear stress calculation of variable cross-section composited box-girder with corrugated steel webs[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2017, 14(1):80.