

# 利用带流向阀门拓扑模型评价供水管网可靠性

曾文<sup>1</sup>, 汪鼎雄<sup>1</sup>, 陈金娅<sup>2</sup>

(1. 中国地质大学(武汉)信息工程学院, 湖北 武汉 430074; 2. 顺丰科技有限公司武汉分公司, 湖北 武汉 430200)

**摘要:** 为了精细刻画供水管网在事故状态下的可靠性, 提出一种新的供水管网分析模型——考虑流向的单元-阀门图(segment-valve diagram with flow directions, SV-FD). 该模型将供水管网阀门拓扑模型改造为有向图, 用有向边标记阀门处的水流方向, 能够更加精准地描述爆管时需要关闭的阀门, 并有利于获取真实完整的停水区域. 运用该模型进行供水管网拓扑可靠性评价, 面向事故影响、隔离难度和应急时间, 设计了 5 个新的评价指标. 使用这些指标对中国 3 个城市的供水管网进行可靠性分析, 结果显示, 与基于单元阀门图的传统经典指标相比较, 改进指标能更加准确清晰地反映管网事故的实际影响和处置难度.

**关键词:** 供水管网; 网络拓扑; 网络分析; 阀门; 单元-阀门图模型; 管道损坏; 可靠性评价

**中图分类号:** TU991.33

**文献标志码:** A

## Reliability Evaluation of Water Distribution Networks Using a Valve Topology Model

ZENG Wen<sup>1</sup>, WANG Dingxiong<sup>1</sup>, CHEN Jinya<sup>2</sup>

(1. School of Information Engineering, China University of Geosciences(Wuhan), Wuhan 430074, China; 2. Leador Spatial Information Technology Corporation, Wuhan 430223, China)

**Abstract:** A novel water distribution network (WDN) analysis model, segment-valve diagram with flow directions (SV-FD), is proposed to elaborate the reliability of WDNs in case of accident. By transforming a WDN valve topology model into a directed graph and marking directions of water flowing through valves with directed edges, this model can more accurately determine the valves to be closed when a pipe burst occurs, and is conducive to obtaining the really complete outage area. This paper takes advantage of SV-FD to evaluate topological reliability of WDNs, and designs 5 new evaluation indicators oriented to accident impact, isolation difficulty and emergency disposal time. Reliability analysis of WDNs in 3 Chinese cities is conducted with these indicators, which shows that compared with the traditional classic indicators based on

the segment-valve diagram, the improved indicators can reflect the actual impact and disposing difficulty of pipe network accidents more accurately and clearly.

**Key words:** water distribution networks; network topology; network analysis; valves; segment-valve diagram; pipe failures; reliability evaluation

供水管网是城市的基础设施, 由水源、管段和水力控制元素(水泵、阀门、贮水池等)组成, 以合适的水流压力向用户供水<sup>[1]</sup>. 供水管网可靠性是指供水管网在规定的条件下和规定的时间内保量、保压、保质完成供水功能的能力. 可靠性是评价供水管网性能的重要指标, 广泛应用于管网优化和设计<sup>[2]</sup>.

管网可靠性分为水力可靠性和拓扑可靠性<sup>[3]</sup>. 水力可靠性是指供水管网在特定时间段内满足用户流量和压力需求的可能性<sup>[4]</sup>. 水力可靠性计算一般使用模拟法<sup>[5-6]</sup>, 通过水力模型计算来评价供水需求的满足程度. 拓扑可靠性是指供水管网系统满足用户终端与水源点间路径连通的可能性<sup>[7]</sup>.

拓扑可靠性计算一般使用解析法, 面向管网的拓扑结构来分析发生故障时管网的连通性及从水源点到取水点的可达性. Wager 等<sup>[8]</sup>运用可达性和连通性评价供水管网系统的可靠性, 其中可达性是指某个需求节点至少连接一个水源节点的可能性, 连通性是指所有节点都至少连通一个水源节点的可能性. 吴小刚等<sup>[9]</sup>基于管网的节点-连边拓扑模型生成割集, 运用最小割集法对管网结构进行风险评价. Yazdani 等<sup>[10]</sup>从复杂网络的角度, 提出了崩溃临界值、代数连通度和谱隙 3 个指标用于评价供水管网的鲁棒性. 陈芑等<sup>[11]</sup>使用拓扑分析计算管网发生事故时需要关闭的阀门与影响区域, 用以量化供水管网的性能. Walski<sup>[12]</sup>提出单元-阀门图(segment-valve diagram, SV)模型, 运用图论方法来分析阀门

收稿日期: 2018-05-09

基金项目: 武汉市应用基础前沿专项(20180104011293)

第一作者: 曾文(1969—), 男, 教授, 工学博士, 主要研究方向为地理信息系统及其应用. E-mail: zengwen@cug.edu.cn

的数量和位置是否满足管网可靠性需求。

本文改进拓扑可靠性研究中的单元-阀门图模型,提出一种新的供水管网模型——考虑流向的单元-阀门图(segment-valve diagram with flow directions,SV-FD)模型,刻画阀门对不同方向水流的阻断作用,然后基于该模型设计供水管网更为精细的拓扑可靠性评价指标,并应用于 3 个城市的供水管网,验证新指标的价值。

### 1 SV 图模型与可靠性评价

阀门是保障管网可靠性的关键因素,其分布显著影响管道事故的影响范围和处理效率,几乎所有管道事故的处置都要通过关闭若干阀门来形成隔离停水区域. Walski<sup>[12]</sup>指出传统图论中的节点-连边图(node-edge graph,NE 图)难以表达发生事故时需要关闭的阀门,对于可靠性分析有着一定的局限性,因此提出一种新的阀门拓扑(valve topology)网络模型,即单元-阀门图(segment-valve diagram,SV)模型。

SV 模型以关断单元(segment)的定义为基础,设图  $G(V, E)$  为代表某个供水管网的原始节点-连边图(NE)模型,则图  $G$  的关断单元是满足如下条件的极大导出子图:子图中任意两个节点之间至少存在一条不以阀门为内部节点的路径. 该供水管网的单元-阀门图  $G'(V', E')$  是以图  $G$  的全部关断单元为顶点,以关断单元边界的阀门为边构成的原始图  $G$  的伪对偶图. Jun 等<sup>[13]</sup>使用节点-弧段关联矩阵和阀门附属位置矩阵(node-arc incidence and valve location matrices)求解 segment-valve 图. 曾文等<sup>[14]</sup>给出了基于 GIS 的节点-连边网络模型求解 SV 图,以及通过该图进行关阀搜索的算法。

作为例子,图 1a 给出一个供水管网的节点-连边图模型. 该模型可转化成包含 7 个关断单元的 SV 图,如图 1b 所示. 与 NE 图相比,SV 图更加简洁,能更清晰地体现阀门在管网中的关断作用。

Walski 将 SV 图作为管网可靠性分析的工具,把关断单元边界处阀门的平均数量和关断单元内部管段的平均数量作为表征管网可靠性的指标. Jun 等<sup>[13]</sup>进一步提出一系列指标评价管网可靠性. 其中核心指标可描述如下:

(1) 关断单元平均管长规模  $L_s$  为

$$L_s = L_T / N_s$$

式中: $N_s$ 为关断单元总数; $L_T$ 为管网中管段总长。

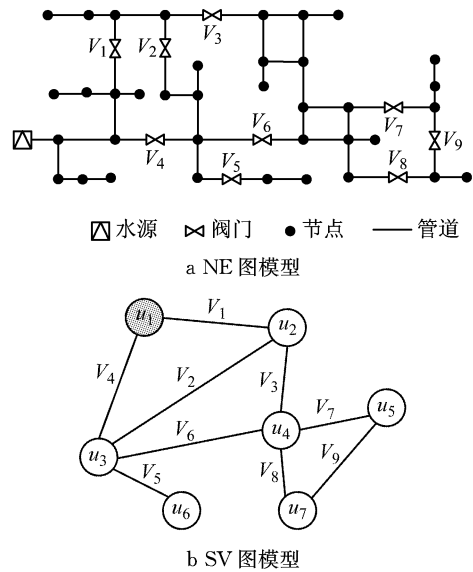


图 1 节点-连边图及其对应的单元-阀门图模型  
Fig.1 Node-edge graph and its corresponding segment-valve diagram

若关断单元  $i$  内管段总长为  $L_{S_i}$ ,则

$$L_T = \sum_{i=1}^{N_s} L_{S_i}$$

(2) 关断单元平均管段规模  $P_s$  为

$$P_s = \sum_{i=1}^{N_s} P_{S_i} / N_s$$

式中: $P_{S_i}$ 是第  $i$  个关断单元包含的管段数。

(3) 阀门相对于管长的密度(单位长度管段包含的阀门数) $V_{SL}$ 为

$$V_{SL} = N_V / L_T$$

式中: $N_V$ 为管网中阀门总数。

(4) 阀门相对于管段的密度(每管段包含阀门数) $V_{SP}$ 为

$$V_{SP} = N_V / N_P$$

式中: $N_P$ 为管段总数。

(5) 关断单元平均边界阀门数  $V_B$  为

$$V_B = \sum_{i=1}^{N_s} V_{B_i} / N_s$$

式中: $V_{B_i}$ 为第  $i$  个关断单元的边界阀门数。

关断单元规模用来表征爆管造成的停水范围,规模越大表示事故影响越大;阀门密度代表控制事故范围的能力,密度越大,故障越容易限制在局部范围;管段单元边界阀门数量与应急抢修时间密切相关,该值越小,事故越容易在短时间内得到控制。

尽管有上述经典评价指标,Jun 等<sup>[13]</sup>注意到 SV 图用于可靠性分析仍有缺陷:发生爆管的关断单元常常并不代表完整的停水区域,下游的管网也会因

为与水源的隔离而停水,使用关断单元自身的规模及边界阀门数量来评价管网可靠性并不准确.以图 1b 为例,设水源在关断单元  $u_1$  内,若关断单元  $u_5$  内出现爆管,则  $u_6$  和  $u_7$  因为位于下游,也会停水,而且维修时通常只需要关闭上游阀门  $V_3$  和  $V_6$ ,下游阀门  $V_7$  和  $V_8$  并不需要关闭.虽然爆管点下游管网在失压状况下可能发生水流反向,但下游蓄积水量毕竟有限,现场处置时倒流已经发生并持续一段时间,所以一般不需要关闭下游阀门.

可见,SV 图没有考虑水源与各个关断单元的连通关系,将关断单元边界的全部阀门等同对待,对阀门阻断来水作用的描述不够细致,故而基于 SV 的可靠性评价指标仍有不足.

## 2 SV-FD 模型

为了精细描述阀门对水流的实际阻断作用,体现爆管事故对管网的真实影响,本文在 SV 图基础上发展形成一种新的模型——考虑流向的单元-阀门图(segment-valve diagram with flow directions, SV-FD)模型. SV-FD 模型是基于 SV 图改进的有向图,与原始 SV 图具有相同节点集合,每个节点代表一个关断单元,其中包含水源的关断单元被专门标记,称为水源单元. SV-FD 的弧段集合则按照以下原则形成:节点  $u_i$  和  $u_j$  间存在有向边  $\langle u_i, u_j \rangle$ ,当且仅当:①  $u_i$  和  $u_j$  间有公共阀门  $V_k$ ;② 原始 SV 图中存在从水源单元经关断单元  $u_i$  及阀门  $V_k$  到达关断单元  $u_j$ ,并且不以  $u_j$  为中间节点的路径.

通过以上描述可知,SV 图每个连接关断单元  $u_i$  和  $u_j$  的阀门  $V_k$ ,在 SV-FD 有 1 条或 2 条有向边与其对应.如果有向边  $\langle u_i, u_j \rangle$  存在,当关断单元  $u_j$  内发生爆管时,阀门  $V_k$  处将存在从  $u_i$  到  $u_j$  的水流,为了阻止水流进入  $u_j$ ,需要关闭阀门  $V_k$ .反过来,如果有向边  $\langle u_j, u_i \rangle$  存在,则在  $u_i$  中出现爆管时,需要关闭阀门  $V_k$  以阻止水流进入  $u_i$ .这样,SV 图中一个阀门在考虑可能的水流方向时,在 SV-FD 中转变为 1 条有向边或 2 条反向的有向边.可以把每条有向边看作 1 个只阻挡固定方向水流的阀门,称为单向阀门.

将 SV 图  $G$  转化为 SV-FD 模型  $G'$  的过程如下:

(1) 将 SV 图  $G$  中包含水源的关断单元标记为水源单元,将全部边转化为两条方向相反的弧,形成有向图  $G_1$ .

(2) 求解 SV 的全部割点<sup>[15]</sup>,然后针对每个割

点  $a$ ,检验删除割点后形成的各个连通分量,若连通分量  $c$  不包含水源,则由  $c$  中节点指向  $a$  的所有弧段都代表不可能流向,从  $G_1$  中删除该有向边.

(3) 从  $G_1$  中按照步骤(2)删除所有符合条件的有向边,即得到 SV-FD 模型  $G'$ .

图 2 是在图 1 所示 SV 图基础上形成的 SV-FD 模型,其中灰色填充节点  $u_1$  表示水源单元.可以看到原始 SV 图转化为有向图 SV-FD 后,多数阀门都对应于两条有向边(即两个单向阀门),表示该阀门在两端的关断单元发生爆管时,都需要关断以阻断水流.但是有些阀门,如  $V_5$ ,只对应于一条有向边  $\langle u_3, u_4 \rangle$ (即一个单向阀门),反向有向边  $\langle u_4, u_3 \rangle$  已经被删除.当  $u_4$  中发生爆管时,水流可由  $u_1$  经  $u_3$  到达  $u_4$ ,只有关闭  $V_5$  才能阻止水流.但是当  $u_3$  中发生爆管时,只需要关闭以  $u_3$  为终点的阀门,即  $V_2$ 、 $V_4$  和  $V_6$ ,由于无水流从  $u_4$  流向  $u_3$ ,所以不需要关闭阀门  $V_5$ .将上述需要关闭的 3 个阀门称为关断单元  $u_3$  的关键阀门.

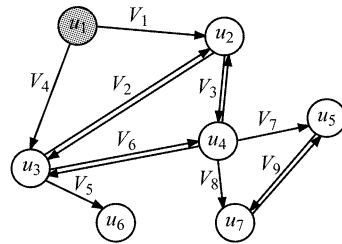


图 2 SV-FD 模型实例

Fig. 2 A sample of SV-FD model

不仅如此,沿着单向边  $\langle u_3, u_4 \rangle$  向下游搜索,将得到更多停水区域,即  $u_4$ .将  $u_3$  和  $u_4$  称为  $u_3$  内爆管的实际停水区域.可见,相较于 SV 模型,SV-FD 能够更精细地刻画阀门对水流的阻止作用,弥补了前者在关键阀门识别以及停水范围确定方面的不足.使用 SV-FD 模型更有利于对管网可靠性的精确评价.

## 3 基于 SV-FD 的可靠性评价

本文采用单向阀门、关键阀门和实际停水区域的概念,改进前述 5 个经典评价指标,面向事故影响、隔离难度和抢修时间,提出基于 SV-FD 的 5 个新指标,用于供水管网的拓扑可靠性评价.

(1) 关断单元平均事故影响管长  $L_c$  为

$$L_c = \frac{\sum_{i=1}^{N_s} L_{c_i}}{N_s}$$

式中: $N_S$  为关断单元总数; $L_{G_i}$  为关断单元  $i$  内爆管实际停水区域的管段总长.

(2) 关断单元平均事故影响管段数  $P_C$  为

$$P_C = \sum_{i=1}^{N_S} P_{G_i} / N_S$$

式中: $P_{G_i}$  为关断单元  $i$  内爆管实际停水区域的管段数量.

(3) 单向阀门相对于管长的密度(单位长度管段包含的单向阀门数) $V_{FSL}$  为

$$V_{FSL} = N_{VF} / L_T$$

式中: $N_{VF}$  为单向阀门总数.

(4) 单向阀门相对于管段的密度(每管段包含单向阀门数) $V_{FSP}$  为

$$V_{FSP} = N_{VF} / N_P$$

式中: $N_P$  为管段总数.

(5) 关断单元平均关键阀门数  $V_C$  为

$$V_C = \sum_{i=1}^{N_S} V_{G_i} / N_S$$

式中: $V_{G_i}$  为第  $i$  个关断单元的关键阀门数.

### 4 可靠性评价实例

本文选用中国 3 个城市的口径 300 mm 以上实际供水主干管网作为研究对象(记为 GW1、GW2 和 GW3),对比分析基于 SV 的经典可靠性评价指标和本文提出的基于 SV-FD 的改进指标的评价结果. 3 个城市的 NE 图(部分)如图 3 所示. GW1 所在城市位于江苏省,地形平坦,管网分布均匀,整体呈网格状分布;GW2 与 GW1 的空间分布面积相近,但所在城市位于广西省,多山地和丘陵,城市分布受地形限制,管网分布不均匀,呈放射状,局部呈块状分区分布,环状管网主要分布在各分区内部;GW3 是江苏省某市供水管网,空间分布面积明显大于前两者,在主城区密集,多呈网格状,环状管网较多,周边新城区分区向市郊延伸了许多管径较大的干管,这些干管同时连接成较大的环.

3 个管网基于 NE 图生成的 SV-FD 模型如图 4 所示. 为了清晰展示,图中用一条双向边表示两条方向相反的有向边.

3 个管网原始 NE 图及相应 SV 图的基本信息如表 1 所示. 表中割点占比是 SV 图中割点占顶点的比例,可以表达管网拓扑的成环程度,数值越小,管网连通性越强.

首先使用基于 SV 图的 5 个经典评价指标进行

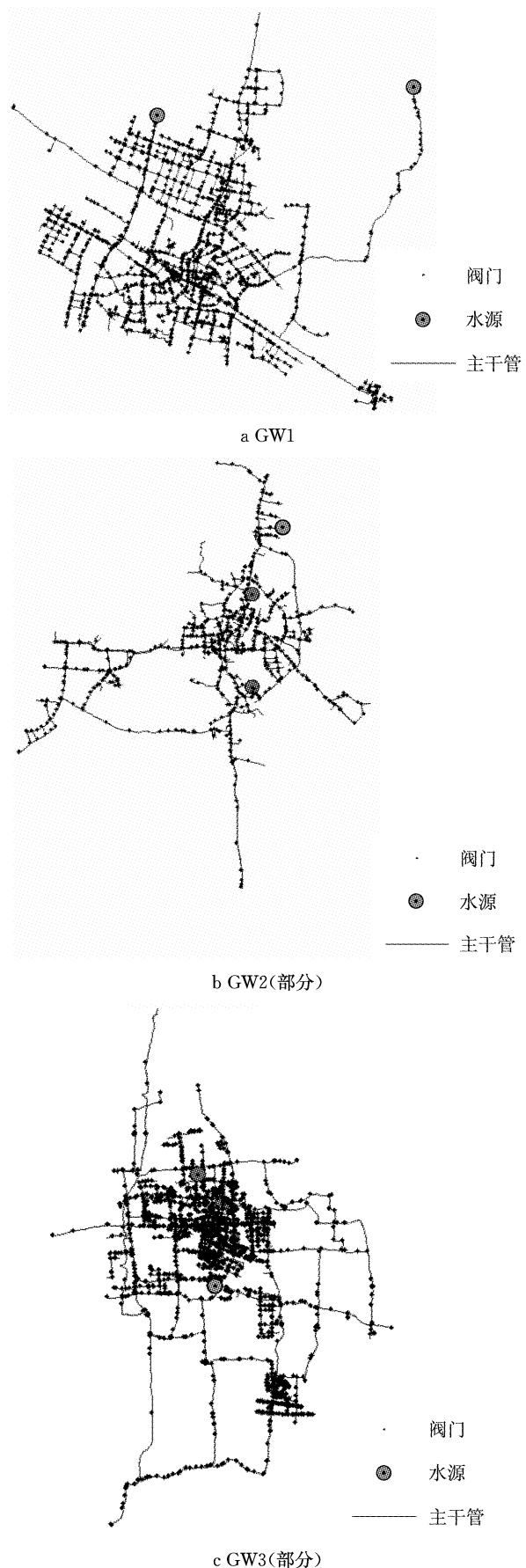


图 3 管网的 NE 图

Fig.3 Node-edge graphs of WDNs

可靠性评价. 结果如表 2 所示.

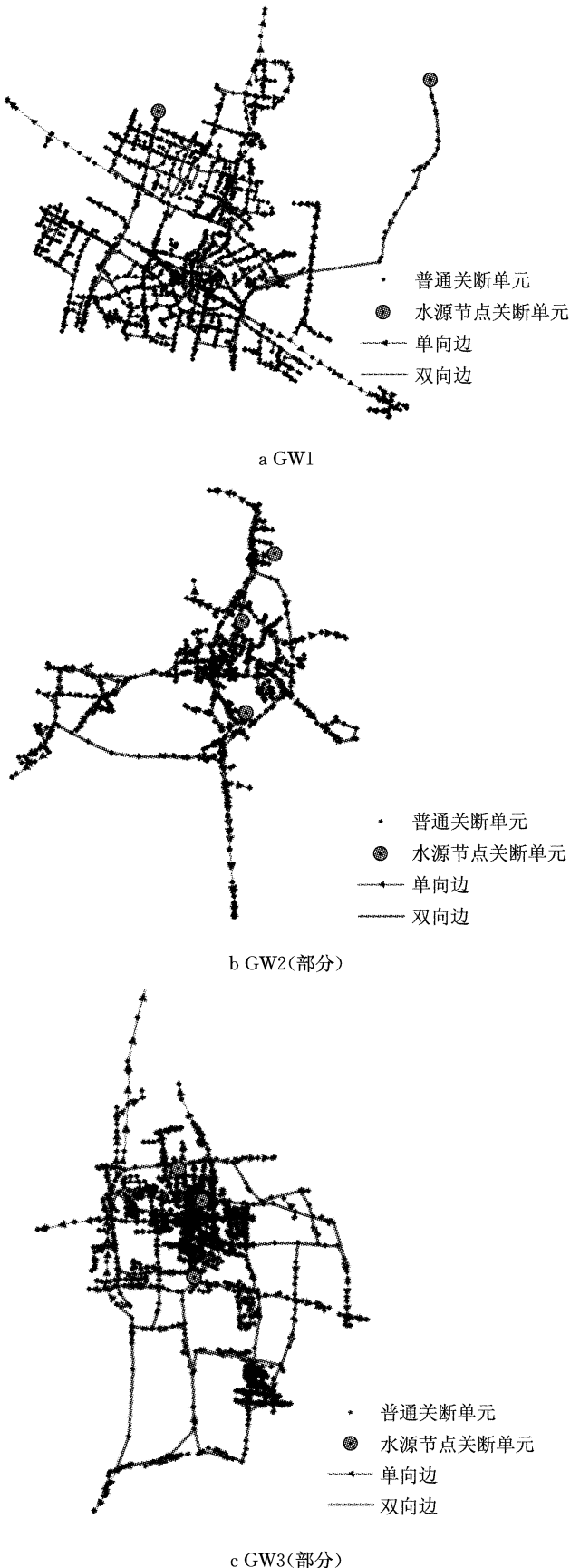


图 4 管网的 SV-FD 模型  
Fig.4 SV-FD models of WDNs

表 1 3 个管网实例的总体信息

**Tab.1 General information of 3 WDNs**

供水管网	水源数	阀门数	管点数	管段数	关断单元数	SV 边数	割点占比/%
GW1	2	2 248	15 445	15 640	1 917	2 101	36.8
GW2	3	1 058	15 118	15 199	861	936	39.0
GW3	3	3 243	29 498	29 684	2 516	2 695	39.5

表 2 3 个管网基于 SV 模型的可靠性评价指标值

**Tab.2 Reliability evaluation indices of 3 WDNs based on SV model**

供水管网	$L_S$	$P_S$	$V_{SL}$	$V_{SP}$	$V_B$
GW1	257.445	8.158 10	0.004 6	0.143 7	2.271 3
GW2	396.881	17.651 6	0.003 1	0.069 5	2.318 2
GW3	330.917	11.797 7	0.003 9	0.109 2	2.362 9

从表 2 中  $L_S$ 、 $P_S$  指标可以看到,关断单元规模为  $GW1 < GW3 < GW2$ ,显示 GW1 的事故影响范围最小,GW2 影响范围最大.  $V_{SL}$ 、 $V_{SP}$  指标反映出阀门密度为  $GW1 > GW3 > GW2$ ,显示 GW1 最容易将事故控制在局部范围,GW2 则最不容易完成局部化控制. 指标  $V_B$  表示事故时需关闭阀门数,有  $GW1 < GW2 < GW3$ ,对 GW1 中的事故,封闭关断单元的时间最短,GW3 中关断单元封闭时间最长.

使用基于 SV-FD 模型的 5 个新指标评价 3 个管网的可靠性,结果如表 3 所示.

表 3 3 个管网基于 SV-FD 模型的可靠性评价指标值

**Tab.3 Reliability evaluation indices of 3 WDNs based on SV-FD model**

供水管网	$L_C$	$P_C$	$V_{FSL}$	$V_{FSP}$	$V_C$
GW1	677.35	20.133	0.006 7	0.210 4	1.564 4
GW2	1 184.27	52.483	0.004 4	0.099 4	1.475 0
GW3	1 235.35	38.729	0.005 7	0.160 2	1.456 7

从表 3 可见,平均事故影响管段数  $P_C$  的排序为  $GW1 < GW3 < GW2$ ,与表 2 中关断单元平均规模  $L_S$  和  $P_S$  的排序一致,但是平均事故影响管长  $L_C$  则不同,呈现出  $GW1 < GW2 < GW3$  的排序. 排序的差异性显示,GW3 的事故实际影响管道范围比 GW2 更大,可能的原因:一是 GW3 割点占比最高(见表 1),枝状形态更明显;二是 GW3 存在较多长距离管段输送的情况,而 GW2 中的管段比较细碎.

表 3 中单向阀门密度指标  $V_{FSL}$ 、 $V_{FSP}$ ,与表 2 中 SV 模型下阀门密度指标  $V_{SL}$ 、 $V_{SP}$  的排序一致,即  $GW1 > GW3 > GW2$ . 但是  $V_{FSL}$ 、 $V_{FSP}$  指标间的差异更大,区分度更好.

SV-FD 模型下关断单元平均关键阀门数  $V_C$  呈现  $GW1 > GW2 > GW3$  的排序,与表 2 中平均边界阀门数  $V_B$  的排序  $GW1 < GW2 < GW3$  正好相反. 关键阀门是爆管事故时实际需要关闭的阀门, $V_C$  指标

值反映了关阀停水真实的时间长短。 $V_C$  和  $V_B$  排序的明显差异,正体现出改进指标的价值。

从表3的5个指标值可以看到,管网GW1阀门密集,事故影响范围小,但应急关阀时间较长。管网GW2、GW3阀门较稀疏,事故影响范围大,但应急关阀时间较短。从事故后果看,GW1可靠性最高;从应急时间看,GW3的可靠性最高。

分析不同管网评价指标值的差异,可以找出影响管网可靠性的关键因素,采取有针对性的措施来提高可靠性。对于GW2、GW3,由于管网分布不均匀,成环程度低,支段多,导致事故影响范围大,即 $L_C$ 、 $P_C$ 指标大。欲降低这两个指标,应增加管网成环程度,降低割点占比,同时增加阀门密度,提高 $V_{FSL}$ 、 $V_{FSP}$ 指标值,减小关断单元规模。GW1管网分布均匀,成环程度高,阀门密集,关断单元规模小,但是关键阀门数量多,事故应急时间长,应该对阀门布局进行优化。

## 5 结论

本文基于供水管网阀门拓扑模型SV图,提出一种改进的管网模型——SV-FD,标记了阀门处的水流方向,可以更加精准地判定爆管时需要关闭的阀门,得到真实完整的停水区域。基于该模型设计了5个评价指标,从事务影响、隔离难度和应急时间等角度量化评价管网拓扑可靠性。运用这些指标分析了中国3个城市的供水干管,发现与基于SV图的传统经典指标相比较,改进指标能够更准确更清晰地反映管网事故的实际影响和处置难度。利用SV-FD模型评价供水管网可靠性,可以发现阀门布局和成环程度方面存在的问题,对管网的规划设计和优化改造具有重要参考价值。

### 参考文献:

- [1] SHA Z, PANCHAL J H. Towards the design of complex evolving networks with high robustness and resilience[J]. *Procedia Computer Science*, 2013, 16(4):522.
- [2] GHEISI A, FORSYTH M, NASER G. Water distribution systems reliability: a review of research literature[J]. *Journal of Water Resources Planning & Management*, 2016, 142(11):04016047.
- [3] GHEISI A R, NASER G. On the significance of maximum number of components failures in reliability analysis of water distribution systems[J]. *Urban Water Journal*, 2013, 10(1):16.
- [4] ORMSBEE L, KESSLER A. Optimal upgrading of hydraulic-network reliability[J]. *Journal of Water Resources Planning & Management*, 1990, 116(6):784.
- [5] BAO Y, MAYS L W. Model for water distribution system reliability[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1991, 116(9):1119.
- [6] FUJIWARA O, GANESHARAJAH T. Reliability assessment of water supply systems with storage and distribution networks[J]. *Water Resources Research*, 1993, 29(8):2917.
- [7] YAZDANI A, JEFFREY P. Water distribution system vulnerability analysis using weighted and directed network models[J]. *Water Resources Research*, 2012, 48(6):6517.
- [8] WAGNER J M, SHAMIR U, MARKS D H. Water distribution reliability: analytical methods[J]. *Journal of Water Resources Planning & Management*, 1988, 114(3):253.
- [9] 吴小刚, 张土乔. 城市给水管网的故障风险评价决策技术[J]. *自然灾害学报*, 2006, 15(2):73.  
WU Xiaogang, ZHANG Tuqiao. Technology of risk evaluation and decision-making for fault risk of water supply net system[J]. *Journal of Natural Disasters*, 2006, 15(2): 73.
- [10] YAZDANI A, JEFFREY P. Complex network analysis of water distribution systems[J]. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2011, 21(1):016111.
- [11] 陈芃, 庄宝玉, 赵新华. 事故状态下供水管网的拓扑分析[J]. *中国给水排水*, 2012, 28(9):48.  
CHENG Peng, ZHUANG Baoyu, ZHAO Xinhua. Topological analysis for water distribution system under failure state[J]. *China Water & Wastewater*, 2012, 28(9):48.
- [12] WALSKI T M. Water distribution valve topology for reliability analysis[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 1993, 42(1):21.
- [13] JUN H, LOGANATHAN G V. Valve-controlled segments in water distribution systems[J]. *Journal of Water Resources Planning & Management*, 2007, 133(2):145.
- [14] 曾文, 敖卿鑫, 杨之江. 适用于关阀分析算法的供水管网单元-阀门图模型[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2014, 39(12):1441.  
ZENG Wen, AO Qingxin, YANG Zhijiang. The unit-valve graph model of water supply networks for valve-closing analysis algorithm[J]. *Geomatics & Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(12):1441.
- [15] TARJAN R E. Depth-first search and linear graph algorithms[J]. *SIAM Journal on Computing*, 1972, 1(2): 146.