文章编号: 0253-374X(2020)03-0349-09

桥梁极值应力的贝叶斯动态耦合线性预测

樊学平^{1,2}, 尚志鹏², 刘月飞^{1,2}

(1. 兰州大学西部灾害与环境力学教育部重点实验室,甘肃 兰州 730000;2. 兰州大学 土木工程与力学学院,甘肃 兰州 730000)

摘要:基于含有趋势性和随机性的监测极值应力时间序列 数据,进行了桥梁极值应力的贝叶斯动态耦合线性预测。将 历史监测耦合极值应力数据解耦,建立解耦极值应力的动态 耦合线性模型(DCLM),并将其分解为有限个动态线性模型 (DLMs)。基于动态监测的解耦极值应力数据,结合贝叶斯 方法,进行动态耦合线性模型的概率递推,进而实现桥梁解 耦极值应力的动态预测,并将预测的解耦极值应力进行相 加,即可实现桥梁极值应力的动态预测。最后,通过在役桥 梁的含有随机性和趋势性的监测极值应力数据,利用 ARIMA(auto-regressive integrated moving average)模型,验 证了所提方法的合理性与有效性。

关键词:桥梁结构;监测数据;动态耦合线性模型(DCLM);
 动态线性模型(DLM);贝叶斯方法;极值应力预测
 中图分类号:TU391;TU392.5
 文献标志码:A

Bayesian Dynamic Coupled Linear Prediction of Bridge Extreme Stresses

FAN Xueping^{1,2}, SHANG Zhipeng², LIU Yuefei^{1,2}

(1. Key Laboratory of Mechanics on Disaster and Environment in Western China of the Ministry of Education, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China; 2. School of Civil Engineering and Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

Abstract: Based on the monitoring extreme stress time series data with trend and randomness, the Bayesian dynamic coupled linear prediction for bridge extreme stresses is studied in this paper. Firstly, with the decoupled historical extreme stress data, the dynamic coupled linear model(DCLM) and the corresponding finite dynamic linear models (DLMs) are respectively built. Then, based on the dynamic monitoring decoupled extreme stress data, the probability recursive processes of the built dynamic coupled linear model are proposed with Bayesian method, which can be used to dynamically predict bridge decoupled extreme stresses. Further, the sums of the predicted decoupled extreme stresses can be considered as the predicted results of the bridge extreme stresses. Finally, based on the monitoring extreme stress data with trend and randomness from an existing bridge, the feasibility and application of the proposed method is verified through comparing with auto-regressive integrated moving average (ARIMA) model.

Key words: bridge structures; monitored data; dynamic coupled linear model(DCLM); dynamic linear model(DLM); Bayesian method; extreme stress prediction

桥梁健康监测(BHM)系统在长期运营过程中 积累了大量的、全方位的监测信息,找寻隐藏在这些 信息中的特定规律,并根据所得规律来预测信息的 变化趋势,进而预估桥梁结构的状态,及早规划桥梁 的养护策略,可以有效避免事故的发生。发展至今, 桥梁健康监测研究主要经历了数据采集和监测数据 的合理应用两个阶段[1]。数据采集阶段主要是传感 器和结构健康监测系统的研制,从而获得动态监测 数据,数据采集阶段的大量研究主要集中在数据传 送系统^[2]、数据压缩系统^[3]、数据恢复系统^[4]、数据获 得技术[5]、测点布置和系统组装技术[6]等,侧重于数 据采集方法、数据实时性和准确性等方面,目前已处 于相对成熟阶段。监测数据的合理应用阶段,目前 大量研究主要集中在车辆荷载建模和荷载效应分 离[7]、结构模态参数识别[8]、结构模型修正[9]、结构损 伤识别[10]、结构可靠性评估及动态预测[11]等领域,但 仍难以结合监测数据对在役桥梁极值应力进行合理 动态预估。由于桥梁可靠性的度量主要依赖于结构



收稿日期: 2019-03-30

基金项目:国家自然科学基金(51608243);甘肃省自然科学基金(1606RJYA246)

第一作者: 樊学平(1983—),男,副教授,工学博士,主要研究方向为桥梁结构安全预后与损伤预后。 E-mail:fxp_2004@163.com

通信作者:刘月飞(1982—),女,讲师,工学博士,主要研究方向为桥梁可靠性和结构健康监测数据处理。 E-mail:yfliu@lzu.edu.cn

抗力与荷载效应,因此荷载效应极值的动态预测可 以为桥梁可靠性预测提供理论基础。考虑到监测数 据的随机性和趋势性等特性,研究在役桥梁极值应 力的动态预测就成为桥梁健康监测的关键问题 之一。

对于在役桥梁结构,鉴于有限元模型精细化建 模复杂、模型动态更新困难以及智能算法耗时等特 点,从动态监测数据的有模型极值应力预测方法到 实际的高精度应用还需要大量的研究,尤其是如何 采用含有随机性和趋势性等特性的监测数据直接预 测桥梁极值应力。因此,有模型方法的特点使得无 模型方法逐渐成为桥梁极值应力预测的发展趋势。

采用无有限元模型的分析方法,基于已有监测 信息建立合理的数学模型,给出模型参数与监测信 息之间的动态变化关系,进而结合动态监测数据,可 实现桥梁信息的动态预测。国内外学者已经给出了 一些无模型分析方法,如基于数据驱动的随机子空 间算法[12]、基于主元分析的故障诊断算法[13]等,这些 方法主要应用于桥梁结构模态参数识别与损伤识 别,无法进行动态预测。鉴于上述算法的不足之处, 基于贝叶斯动态模型的分析方法具有独特的先进 性,能够实现桥梁极值应力的动态预测。目前,桥梁 极值应力预测已取得一些研究成果。对于健康监测 条件下基于混合高斯粒子滤波器的桥梁极值应力贝 叶斯动态线性预测[1],分析过程中假定状态差值为 定值,不考虑动态性和随机性;对于基于均匀监测数 据的桥梁极值应力贝叶斯动态非线性预测方法[14], 分析过程中所建立的状态方程依赖于历史数据的回 归方程,没有普遍性;对于基于非均匀监测数据的桥 梁动力响应贝叶斯动态线性离线预测方法[15],分析 过程中未考虑状态的多峰分布形式;对于动力响应 的解耦及其预测方法[16],分析过程中耦合信息未实 现高精度解耦。鉴于上述已有桥梁极值应力预测方 法存在的缺点,考虑监测数据的随机性、动态性、趋 势性以及状态多样性等特点,建立适合于普遍应用 的动态耦合线性模型(DCLM),并结合贝叶斯方法 实现桥梁极值应力的动态预测,已成为桥梁健康监 测预防性维修决策的关键所在。

对于基于多种荷载效应耦合的含有趋势性和随 机性的监测极值应力时间序列数据,首先采用简单 移动平均法进行解耦,分别对各种荷载效应下的极 值应力数据建立动态耦合线性模型,并将其分解为 有限个动态线性模型(DLM)。然后,对于基于动态 监测的极值应力数据,结合贝叶斯方法,进行动态耦 合线性模型的概率递推,进而实现桥梁解耦极值应 力的动态预测,将预测的解耦极值应力进行相加,即 可得到桥梁极值应力的预测值。最后,通过在役桥 梁的监测极值应力数据对所提模型和方法的合理性 与有效性进行验证。

桥梁极值应力的动态耦合线性模型 及对应动态线性模型

1.1 桥梁极值应力的动态耦合线性模型

桥梁健康监测系统在长期运营过程中积累了大 量监测应力信息,应力是在温度荷载、车辆荷载以及 桥梁自重恒载的耦合作用下产生的,具有随机性、动 态性以及趋势性等特点。采用简单移动平均法来进 行应力监测数据时间序列的趋势项提取,将原始时 程曲线与趋势项曲线的差值作为车辆荷载引起的极 值应力;将趋势项的均值作为由自重恒载作用引起 的极值应力,并认为由自重恒载引起的极值应力在 监测的时间长度内不随时间变化;将剔除均值后趋 势项的剩余部分作为温度引起的极值应力。通过上 述过程实现了车辆荷载效应、温度荷载效应和恒载 效应的解耦。

针对解耦的车辆荷载效应与温度荷载效应数据,经过五点三次平滑处理之后的数据为极值应力状态数据^[1],并定义 $\{X_i, t=1, 2, \cdots\}$ 为极值应力状态时间序列, X_i 为t时刻的极值应力状态。所建动态耦合线性模型基于以下两点假设:

 $(1) \{X_{t}, t=1, 2, \cdots\}$ 具有马尔科夫性。

(2) 监测应力 $\{Z_i, t=1, 2, \cdots\}$ 之间相互独立,并 且 Z_i 仅和状态变量 X_i 相关, Z_i 与 X_i 成线性关系。

桥梁监测解耦极值应力数据存在一定程度的非 线性特征,采用非线性动态模型会得到更好的预测 效果,但是非线性模型存在过程复杂、耗时长等问 题。因此,对于弱非线性数据,可以将其转化为线性 问题,从而能够使用线性预测模型处理^[1]。若监测 极值应力的变化趋势曲线能够用一个简单的二次曲 线*h*(*t*)表示,并将其作为结构变量的状态变化曲线, 则可以产生以下推导:

 $X_t = h(t), X_{t+1} = h(t+1)$

采用泰勒级数展开将h(t+1)在t处展开,可得

 $X_{t+1} \approx X_t + h'(t)((t+1)-t) = X_t + h'(t)$ 式中:h'(t)为h(t)在t时刻的一阶差分。

对于所得的极值应力状态数据,由Augmented

Dickey-Fuller方法^[17]检验可知:状态时间序列为非 平稳时间序列,而状态时间序列的一阶差分时间序 列为平稳时间序列,得到的状态方程所用随机变量 包括状态变量和状态的一阶差分变量,进而可得桥梁解耦极值应力的动态模型。动态模型的状态方程如下所示:

$$X_{t} = X_{t-1} + \beta_{t-1} + w_{t,1}, \beta_{t} = \beta_{t-1} + w_{t,2}, w_{t} \sim N(0, W_{t})$$

$$\Rightarrow \theta_{t} = G\theta_{t-1} + w_{t}, w_{t} \sim N(0, W_{t})$$

$$\boldsymbol{\theta}_{t} = (X_{t}, \beta_{t})^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{w}_{t} = (w_{t,1}, w_{t,2})^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{W}_{t} = \begin{bmatrix} W_{t,1} & 0 \\ 0 & W_{t,2} \end{bmatrix}$$
(1)

动态模型的监测方程为

$$Z_t = X_t + v_t, v_t \sim N(0, V_t)$$
 (2)
动态模型的初始状态信息为

$$p(X_{t-1} | D_{t-1,1}) \approx \alpha_{i_{1},t-1} N(X_{t-1}; \mu_{i_{1},t-1}, \phi_{i_{1},t-1})$$

$$p(\beta_{t-1} | D_{t-1,2}) \approx \alpha_{i_{2},t-1} N(\beta_{t-1}; \mu_{i_{2},t-1}, \phi_{i_{2},t-1})$$
(3)

式(1)~(3)中: v_t 为监测误差; V_t 为监测误差方差; $w_{t,1}$ 为状态误差; $w_{t,2}$ 为状态一阶差分误差; w_t 为包 括 $w_{t,1}$ 和 $w_{t,2}$ 的向量; W_t 为 w_t 的协方差矩阵; $W_{t,1}$ 和 $W_{t,2}$ 为状态误差方差; $p(X_{t-1}|D_{t-1,1})$ 、 $p(\beta_{t-1}|D_{t-1,2})$ 为概率密度函数,可根据极值应力状 态时间序列样本及其一阶差分样本的概率统计得 到; $N(\cdot)$ 为正态概率密度函数(PDF); $\alpha_{i_1,t-1}$ 和 $\alpha_{i_2,t-1}$ 分别为对应正态概率密度函数的权重; $\mu_{i_1,t-1}$ 和 $\mu_{i_2,t-1}$ 分别为对应正态概率密度函数的均值; $\phi_{i_1,t-1}$ 和 $\phi_{i_2,t-1}$ 分别为对应正态概率密度函数的方差; $D_{t-1,1}$ 为(t-1)时刻之前状态信息的向量; $D_{t-1,2}$ 为 (t-1)时刻之前状态一阶差分信息的向量; θ_t 为状态变量; β_t 为状态变化量。

1.2 动态耦合线性模型对应的动态线性模型

基于式(1)~(3),将动态耦合线性模型转化为 $g_1 \times g_2$ 个动态线性模型,每个动态线性模型的状态 方程和监测方程分别与式(1)和式(2)相一致,动态 线性模型与动态耦合线性模型的不同之处在于初始 状态信息的不同。动态线性模型的初始状态信息如 下所示:

$$p(X_{t-1}|D_{t-1,1}) \approx N(X_{t-1}; \mu_{i_{1},t-1}, \phi_{i_{1},t-1}), i_{1} \in \{1, 2, \cdots, g_{1}\}$$

$$p(\beta_{t-1}|D_{t-1,2}) \approx N(\beta_{t-1}; \mu_{i_{2},t-1}, \phi_{i_{2},t-1}), i_{2} \in \{1, 2, \cdots, g_{2}\}$$

$$\Rightarrow (\theta_{t-1,J}|D_{t-1,J}) \sim N(M_{t-1,J}, C_{t-1,J}), J \in \{1, 2, \cdots, g_{1} \times g_{2}\}$$

$$\theta_{t-1,J} = (X_{t-1}, \beta_{t-1})^{\mathrm{T}}, D_{t-1,J} = (D_{t-1,1}, D_{t-1,2})^{\mathrm{T}}, M_{t-1,J} = (\mu_{i_{1},t-1}, \mu_{i_{2},t-1})^{\mathrm{T}}, C_{t-1,J} = \begin{bmatrix} \phi_{i_{1},t-1} & 0 \\ 0 & \phi_{i_{2},t-1} \end{bmatrix}_{J} (4)$$

2 基于贝叶斯方法的动态耦合线性模型概率递推

首先基于式(1)、(2)和式(4),采用贝叶斯方法^[18]对每个动态线性模型进行动态概率递推,然后结合动态线性模型的动态组合权重,实现动态耦合线性模型的概率递推。

2.1 动态线性模型的贝叶斯动态概率递推

(1)利用式 (1)和式(4),可得到状态 θ_ι, 的先 验概率密度函数为

$$(\boldsymbol{\theta}_{t,J} | \boldsymbol{D}_{t-1,J}) \sim N(\boldsymbol{a}_{t,J}, \boldsymbol{R}_{t,J}), J \in \{1, 2, \cdots, g_1 \times g_2\}$$
(5)

$$a_{t,J} = GM_{t-1,J}, R_{t,J} = GC_{t-1,J}G^{1} + W_{t,J}$$

(2)利用式(2)和式(5),可得监测变量的一步 预测概率密度函数为

$$(y_{t,J} | D_{t-1,J}) \sim N(f_{t,J}, Q_{t,J}), J \in \{1, 2, \cdots, g_1 \times g_2\}$$

(6)

$$f_{t,J} = Fa_{t,J}, Q_{t,J} = FR_{t,J}F^{T} + V_{t,J}, V_{t,J} = V_{t,J}$$

式中:F为系数矩阵; $y_{t,J}$ 为t时刻的监测数据。因此, t时刻第J个动态线性模型的含有95%置信率的预 测区间^[18]为 $\left[f_{t,J}-1.645\sqrt{Q_{t,J}},f_{t,J}+1.645\sqrt{Q_{t,J}}\right]$ 。

(3)综合利用贝叶斯方法^[18]和式(5)、(6),基于
 *y_t*_{*j*}=*y_t*,状态*θ_t*, 的后验概率密度函数为

$$(\boldsymbol{\theta}_{\iota,J} | \boldsymbol{D}_{\iota,J}) \sim N(\boldsymbol{M}_{\iota,J}, \boldsymbol{C}_{\iota,J}), J \in \{1, 2, \cdots, g_1 \times g_2\}$$
(7)

$$M_{t,J} = a_{t,J} + A_{t,J}e_{t,J}, C_{t,J} = R_{t,J} - A_{t,J}Q_{t,J}A_{t,J}^{T}, A_{t,J} = R_{t,J}F^{T}Q_{t,J}^{-1}, e_{t,J} = y_{t,J} - f_{t,J}$$

式中: e_{IJ} 为一步预测误差; Q_{IJ}^{-1} 为第J个动态线性模型的预测精度。

基于式(1)和式(2)以及式(4)~(7),即可以得

到每个动态线性模型的循环动态概率修正递推 过程。

2.2 动态耦合线性模型的贝叶斯动态概率递推

利用式(1)~(7),并结合动态监测的解耦极值 应力数据,可得含有时变权重的动态耦合线性模型 的贝叶斯动态概率修正过程。

(1) 状态 θ_{t-1} 的后验概率密度函数为

$$(\boldsymbol{\theta}_{t-1} | \boldsymbol{D}_{t-1}) \sim \sum_{J=1}^{g_1 \times g_2} (p_{t-1,J} N(\boldsymbol{M}_{t-1,J}, \boldsymbol{C}_{t-1,J}))$$
(8)

式中: $p_{t-1,J}$ 由式(3)、(4)来确定。

(2) 状态 θ_i 的先验概率密度函数为

$$(\boldsymbol{\theta}_{t} | \boldsymbol{D}_{t-1}) \sim \sum_{J=1}^{g_{1} \times g_{2}} (p_{t-1,J} N(\boldsymbol{a}_{t,J}, \boldsymbol{R}_{t,J}))$$
(9)

(3) t时刻的一步向前预测概率密度函数为

$$(y_t | \boldsymbol{D}_{t-1}) \sim \sum_{J=1}^{g_1 \times g_2} (p_{t-1,J} N(f_{t,J}, \boldsymbol{Q}_{t,J}))$$
 (10)

可得预测值、预测精度分别为

$$f_{t} = \sum_{J=1}^{g_{1} \wedge g_{2}} (p_{t-1,J}f_{t,J})$$
$$Q_{t,J} = \left((y_{t} - f_{t})^{2} \sum_{J=1}^{g_{1} \times g_{2}} (p_{t-1,J}N(f_{t,J}, Q_{t,J})) \, \mathrm{d}y_{t} \right)^{-1}$$

含有95%置信率的预测区间为

$$\left[\sum_{J=1}^{g_1 \times g_2} (p_{t-1,J}f_{t,J}) - 1.645 \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (y_t - f_t)^2} \sum_{J=1}^{g_1 \times g_2} (p_{t-1,J}N(f_{t,J}, Q_{t,J})) dy_t, \sum_{J=1}^{g_1 \times g_2} (p_{t-1,J}f_{t,J}) + 1.645 \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (y_t - f_t)^2} \sum_{J=1}^{g_1 \times g_2} (p_{t-1,J}N(f_{t,J}, Q_{t,J})) dy_t\right]$$

(4)综合利用贝叶斯方法和式(5)、(6),基于监测值 y_i,状态θ_i的后验概率密度函数为

$$(\boldsymbol{\theta}_{t} | \boldsymbol{D}_{t}) \sim \sum_{J=1}^{g_{1} \times g_{2}} p_{t,J} N(\boldsymbol{M}_{t,J}, \boldsymbol{C}_{t,J}) \quad (11)$$

$$p_{t,J} = \frac{p_{t-1,J}p(y_{t,J} | \boldsymbol{D}_{t-1,J})}{\sum_{J=1}^{g_1 \times g_2} (p_{t-1,J}p(y_{t,J} | \boldsymbol{D}_{t-1,J}))} = \frac{p_{t-1,J}N(f_{t,J}, \boldsymbol{Q}_{t,J})}{\sum_{J=1}^{g_1 \times g_2} (p_{t-1,J}N(f_{t,J}, \boldsymbol{Q}_{t,J}))}$$

3 动态耦合线性模型参数的确定方法

动态耦合线性模型需要确定的参数主要有 V_t 、 $W_{t,1}$ 、 $W_{t,2}$ 、 $(\mu_{i_1,t-1}, \phi_{i_1,t-1})$ 、 $(\mu_{i_2,t-1}, \phi_{i_2,t-1})$ 、 $\alpha_{i_1,t-1}$ 以及 $\alpha_{i_2,t-1}$ 。

监测误差方差 V_t可通过监测数据五点三次平滑 处理后的数据与监测数据之间差值序列的方差估计 得到;由于状态变量的不可监测性,状态误差方差 W_{4.1}、W_{4.2}由初始状态信息的方差结合折扣因子来近 似确定,如下所示:

$$W_{t,J} = -GC_{t-1,J}G^{\mathrm{T}} + \frac{C_{t-1,J}}{\delta} \qquad (12)$$

式中:W_{LJ}为第J个动态线性模型的状态误差和状态 一阶差分误差所估计的方差矩阵;δ为折扣因子,一 般取0.48~0.98^[11],此处取值为0.98。

对于初始状态信息和状态一阶差值信息的均值

 $\mu_{i_1,t-1},\mu_{i_2,t-1}$ 与方差 $\phi_{i_1,t-1},\phi_{i_2,t-1}$,可以对平滑后的数据及其一阶差分序列进行处理,即可得到初始状态信息和状态一阶差分信息的概率分布。

(1)由核密度估计方法^[19]近似得到平滑后数据 (状态信息)实际概率密度函数的点估计为*f*(*X*_{*t*-1}), 可以利用高斯函数^[20]进行*g*₁阶拟合并依据最小二乘 原理确定参数,如下所示:

$$f(X_{t-1}) = a_{i_1} \exp\left(-\left(\frac{X_{t-1} - b_{i_1}}{c_{i_1}}\right)^2\right) \quad (13)$$

式中: a_{i_1} 为对应单峰分布的峰值; b_{i_1} 为对应单峰分布的均值; c_{i_1} 是与峰宽相关的值。

(2) 假定 $c_{i_1} = \sqrt{2} \sigma_{i_1}$, 对式(13)的右项进行变换, 变换后计算式如下所示:

$$\sum_{i_{1}=1}^{g_{1}} a_{i_{1}} \exp\left(-\left(\frac{X_{t-1}-b_{i_{1}}}{c_{i_{1}}}\right)^{2}\right) = \sum_{i_{1}=1}^{g_{1}} \sqrt{2\pi} \sigma_{i_{1}} a_{i_{1}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{i_{1}}} \exp\left(-\left(\frac{X_{t-1}-b_{i_{1}}}{\sqrt{2} \sigma_{i_{1}}}\right)^{2}\right) = \sum_{i_{1}=1}^{g_{1}} \sqrt{2\pi} \sigma_{i_{1}} a_{i_{1}} \phi\left(\frac{X_{t-1}-b_{i_{1}}}{\sigma_{i_{1}}}\right)$$
(14)

式中: σ_{i_1} 为标准差, $\sigma_{i_1} = c_{i_1}/\sqrt{2}$; $\phi(\cdot)$ 为标准正态概 率密度函数。由式(14)即可得到n个正态概率密度 函数的均值 b_{i_1} 与标准差 σ_{i_1} 。

(3) 对高斯函数式中的各项分别进行积分,可 将各项积分值近似作为各项分布的权重,如下所示:

$$s_{i_{1}} = \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2\pi} \, \sigma_{i_{1}} a_{i_{1}} \phi \left(\frac{X_{t-1} - b_{i_{1}}}{\sigma_{i_{1}}} \right) \mathrm{d}x = \sqrt{2\pi} \, \sigma_{i_{1}} a_{i_{1}}$$
(15)

式中:s_{i1}为对应项的积分值。

(4)考虑到拟合误差以及计算误差,归一化权
 重,即可得α_{i,i},-1,如下所示:

$$\alpha_{i_1,t-1} = \frac{s_{i_1}}{\sum_{j=1}^{g_1} s_{i_1}}$$
(16)

(5) 将 g₁个正态概率密度函数加权组合,即可 得到初始状态信息的概率分布,如下所示:

$$f(X_{t-1}) = \sum_{i_1=1}^{g_1} \alpha_{i_1,t-1} N(b_{i_1},\sigma_{i_1}^2)$$
(17)

基于状态一阶差分信息, $f(X_{t-1})$ 可以参考式 (13)~(17)近似得到。

结合第1~3节,将解耦极值应力的动态预测值 进行相加,即可实现桥梁极值应力的动态预测。

4 算例分析

采用天津富民桥主梁危险截面(D截面)监测数 据对所提算法进行验证。天津富民桥结构示意图、 D截面位置示意图以及D截面传感器布置示意图分 别如图1~3所示。图2中,A~F分别表示主梁截面 的编号。天津富民桥总长340.3 m,桥宽40.0 m。 桥梁动力响应十分复杂,主梁受温度荷载和车辆随 机荷载影响较大,同时也存在自重恒载,即极值应力 主要是由温度荷载和车辆荷载、自重恒载耦合产生 的,满足研究动态模型的数据要求。

在D截面横梁截面部分安装3个FBG应变传感器(FBG01015、FBG01005、FBG01012),对应变进行动态监测,然后结合钢材的弹性模量,即可得到对应3个监测点的应力,进而可得极值应力数据。根据材料力学的基本原理可知,FBG01012监测的部位为最为危险的位置,因而本算例主要基于D截面FBG01012的监测极值应力数据对极值应力进行动态预测分析。

极值应力数据为每小时极值应力所形成的时间 序列数据,总时长为2905h。对1~2000h监测极 值应力数据(见图4)进行解耦,然后分别建立动态耦 合线性模型,进而基于2000~2904h的解耦极值应 力数据动态预测2001~2905h的极值应力,最后进 行耦合。结合对应差分整合移动平均自回归模型, 采用均方误差(MSE)进行准确度比较。



图 1 天津富民桥 Fig.1 Tianjin Fumin Bridge

4.1 基于动态耦合线性模型的极值应力预测分析

对测点处1~2000h的极值应力数据利用简单 移动平均法取5个时点进行平滑,得到解耦之后的 车辆荷载效应和温度荷载效应时程曲线,如图5、6 所示。监测点的自重恒载效应为43.08 MPa。

五点三次平滑处理后,即可近似得到初始状态 信息,并将平滑后的数据进行一阶差分处理,可得状 态一阶差分信息,如图7、8所示。 对初始状态信息及其一阶差分信息(即趋势信息)进行核密度估计^[19],基于式(13)~(17)即可近似得到状态变量和状态一阶差分值的概率密度分布函数,如式(18)~(21)和图9~12所示。

(1)车辆荷载效应 $X_{t-1}|D_{t-1,1}=0.42N(X_{t-1},-0.0209,0.1397^2/2)+$ $0.58N(X_{t-1},0.0130,0.2213^2/2)$ (18)



图2 主梁的监测截面 Fig.2 Monitoring sections for main girder







图4 1~2 000 h 监测极值应力



 $\beta_{t-1}|D_{t-1,2}=0.46N(\beta_{t-1}, 0.0026, 0.1268^2/2)+$ $0.54N(\beta_{t-1}, -0.0028, 0.1872^2/2)$ (19)













图7 车辆荷载效应监测数据、状态数据以及状态一阶差分值 Fig.7 Moritoring data, state data and the firstorder differential data of vehicle load effects



图8 温度荷载效应监测数据、状态数据以及状态一阶差分值

Fig.8 Moritoring data, state data and the firstorder differential data of temperature load effects





(2)温度荷载效应

(1) 状态方程

$$\boldsymbol{\theta}_{t} = \boldsymbol{G}\boldsymbol{\theta}_{t-1} + \boldsymbol{w}_{t}, \boldsymbol{w}_{t} \sim N(0, \boldsymbol{W}_{t}) \qquad (22)$$
$$\boldsymbol{\theta}_{t} = (X_{t}, \beta_{t})^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{w}_{t} = (w_{t,1}, w_{t,2})^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{W}_{t} = \begin{bmatrix} W_{t,1} & 0 \\ 0 & W_{t,2} \end{bmatrix}$$

(2) 监测方程

牛捆何執效应为
$$Z_t = X_t + v_t, v_t \sim N(0, 0.1287)$$
 (23)

温度荷载效应为
$$Z_t = X_t + v_t, v_t \sim N(0, 1.4126)$$
 (24)



图10 车辆荷载效应状态一阶差分值的概率密度

Fig.10 Probability density of the first-order differencial data for the state of vehicle load effects



Fig.11 Probability density of state variables of temperature load effects

初始状态信息如式(18)~(21)所示。进一步, 结合式(1)、(2)和式(4)以及式(18)~(21),动态耦 合线性模型可转化为4个动态线性模型,并且4个动 态线性模型的状态方程和监测方程均相同。

(1) 车辆荷载效应 第1~4个动态线性模型的初始信息分别为 $X_{t-1,1}|D_{t-1,1} = N(X_{t-1}, 0.0209, 0.1397^2/2)$ $\beta_{t-1,1}|D_{t-1,2} = N(\beta_{t-1}, 0.0026, 0.1268^2/2)$ (25) $X_{t-1,2}|D_{t-1,1} = N(X_{t-1}, -0.0209, 0.1397^2/2)$ $\beta_{t-1,2}|D_{t-1,2} = N(\beta_{t-1}, -0.0028, 0.1872^2/2)$ (26) $X_{t-1,3}|D_{t-1,1} = N(X_{t-1}, 0.0126, 0.2213^2/2)$ $\beta_{t-1,3}|D_{t-1,2} = N(\beta_{t-1}, 0.0026, 0.1268^2/2)$

(27)



$$W_{i,J} = -\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} C_{i-1,J} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} + \frac{C_{i-1,J}}{0.98}$$
(33)

采用式(25)~(33),参考式(1)~(11),对 2000~2904h的监测极值应力数据采用简单移动 平均法逐步进行解耦,动态预测2001~2905h的极 值应力,得到如图13、14所示的一步预测结果。可 以看出,预测值与实时监测值相接近,预测效果较 好。将车辆荷载效应、温度荷载效应和自重恒载效 应的预测结果进行相加,得到最终的耦合预测结果, 如图15所示。可以看出,耦合后的预测值与实时监 测值相接近,预测效果较好。



图13 车辆荷载效应监测极值应力与一步预测值

Fig.13 Monitoring and predicted extreme stress of vehicle load effects



图14 温度荷载效应监测极值应力与一步预测值

Fig.14 Monitoring and predicted extreme stress of temperature load effects





Fig.15 Monitoring and predicted extreme stress of three load effects

4.2 极值应力预测精度比较分析

为验证所建动态耦合线性模型的合理性和优越性,采用ARIMA(auto-regressive integrated moving average)模型,对预测精度进行比较分析。

利用ARIMA模型进行预测时,为了与动态耦

合线性模型的预测结果进行比较,采用先差分再预测后还原的办法进行一步动态预测,两组数据预测结果如图16所示。可以看出,ARIMA模型预测值距离实时监测值较远,预测效果不如动态耦合线性模型。



图16 监测极值应力、ARIMA(10,1,15)与动态耦合线性 模型预测值

Fig.16 Monitoring extreme stresses and predicted extreme stresses based on ARIMA(10,1,15) and dynamic coupled linear model

为进一步验证动态耦合线性模型的预测准确 度,采用均方误差(MSE)进行比较。动态耦合线性 模型的均方误差为0.1172,ARIMA模型的均方误 差为0.2979。由预测结果可知,动态耦合线性模型 具有较好的预测准确度。

5 结语

建立了解耦极值应力的动态耦合线性模型,并 将其转化为有限个动态线性模型,然后采用贝叶斯 方法对动态线性模型及其相关权重进行动态概率递 推,进而实现动态耦合线性模型的动态概率递推。 将动态预测的解耦极值应力进行相加,即可得到动 态预测的桥梁极值应力,并利用实际桥梁监测数据 进行验证分析。结果表明,动态耦合线性模型能够 对由温度荷载和车辆荷载耦合产生的桥梁极值应力 进行合理预测,预测值和监测值的变化趋势一致,大 小近似相等。因此,动态耦合线性模型具有较好的 预测准确度,可为桥梁预防性养护维修决策提供一 定的理论基础。

参考文献:

[1] 樊学平.基于验证荷载和监测数据的桥梁可靠性修正与贝叶

斯预测[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2014.

FAN Xueping. Bridge reliability updating and Bayesian prediction based on proof loads and monitored data [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014.

[2] 李惠,鲍跃全,李顺龙,等.结构健康监测数据科学与工程 [M].北京:科学出版社,2016.

LI Hui, BAO Yuequan, LI Shunlong, *et al.* Data science and engineering for structural health monitoring [M]. Beijing: Science Press, 2016.

- [3] ZHANG Y, LI J. Wavelet-based vibration sensor data compression technique for civil infrastructure condition monitoring [J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 2006, 20(6): 390.
- [4] TROPP J A, GILBERT A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655.
- [5] 陈智成.大跨度桥梁荷载和响应的空间监测数据处理与建模 方法[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2018.
 CHEN Zhicheng. Processing and modeling methods for spatial monitoring data of loads and responses of long-span bridges[J].
 Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018.
- [6] 李爱群, 缪长青, 李兆霞, 等. 润扬长江大桥结构健康监测系统研究[J]. 东南大学学报:自然科学版, 2003, 33(5): 544.
 LI Aiqun, MIAO Changqing, LI Zhaoxia, *et al.* Health monitoring system for the Runyang Yangtse River Bridge[J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 2003, 33(5): 544.
- [7] 宗周红,杨泽刚,夏叶飞,等.拥堵运行状态下新沂河大桥车 辆荷载模型[J].中国公路学报,2016,29(2):44.
 ZONG Zhouhong, YANG Zegang, XIA Yefei, *et al.* Vehicle load model for Xinyihe River Bridge under congested running status[J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29 (2):44.
- [8] 李顺龙.基于健康监测技术的桥梁结构状态评估和预警方法 研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2009.
 LI Shunlong. Approaches of condition assessment and damage alarming of bridges based on structural health monitoring [D].
 Harbin: Harbin Institute of Technology, 2009.
- [9] WAN H P, REN W X. Stochastic model updating utilizing Bayesian approach and Gaussian process model[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 70/71: 245.
- [10] WU B T, WU G, YANG C Q. Damage identification method for continuous girder bridges based on spatially-distributed longgauge strain sensing under moving loads [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 104: 415.
- [11] FAN X P, LIU Y F. Use of monitored daily extreme stress data for performance prediction of steel bridges: dynamic linear models and Gaussian mixed particle filter [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 121: 841.
- [12] 高俊亮,王国清,彭彦忠,等.改进的数据驱动的随机子空间 算法在桥梁监测中的应用[J].河北工业大学学报,2012,41

(下转第435页)