

高强钢端板连接节点弯矩-转角曲线数学模型

强旭红¹, 陈欢¹, 姜旭¹, 席永慧¹, 陈武龙²

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

摘要: 为预测高强钢端板连接节点在常温、火灾下及火灾后的弯矩-转角曲线,以四参数指数模型为基础,基于组件法和等效T型连接,提出了初始刚度、屈服后刚度和抗弯极限承载力的计算方法,将计算结果代入四参数指数模型得到预测高强钢端板连接节点弯矩-转角曲线的方法;与足尺试验中Q690和Q960高强钢端板连接节点在常温、火灾下及火灾后的共10组试验结果进行对比。结果表明,抗弯极限承载力的计算结果与试验值较吻合,其中Q960的相对误差在5%以内,初始刚度的计算结果比欧洲钢结构设计规范(EN 1993—1-8)的结果更接近试验值,预测的Q960高强钢端板连接节点弯矩-转角曲线与试验结果吻合,而Q690预测结果偏于安全。

关键词: 高强钢;端板连接节点;弯矩-转角曲线;数学模型

中图分类号: TU391

文献标志码: A

exponential function. Moreover, the calculation results and predicted moment-rotation curves are compared with the test results of Q690 and Q960 high strength steel endplate connections at ambient temperature, in fire and after fire. The comparisons demonstrate that the calculation values of flexural resistance are in good agreement with the test values, particularly the relative errors of Q960 are within 5%. Besides, the calculation values of initial stiffness are closer to the test results than those of EN 1993—1-8. Moreover, the predicted moment-rotation curves of Q960 are consistent with the test results and those of Q690 are relatively conservative.

Key words: high strength steel; endplate connection; moment-rotation curve; mathematical model

Mathematical Model for Moment-Rotation Curve of High Strength Steel Endplate Connections

QIANG Xuhong¹, CHEN Huan¹, JIANG Xu¹, XI Yonghui¹, CHEN Wulong²

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: In order to predict the moment-rotation ($M-\theta$) curve of high strength steel endplate connections at ambient temperature, in fire and after fire, a calculation method for initial stiffness, post-yield stiffness, ultimate flexural resistance and shape parameter is proposed based on the four parameter exponential function, the concept of component method, and equivalent T-stubs. The prediction of moment-rotation curve is then obtained by substituting calculation results into the four parameter

1 研究背景

钢结构梁柱端板连接节点具有较高的承载力、一定的延性和较好的抗震耗能能力,是多高层钢结构与钢结构厂房中常用的装配式节点形式之一^[1]。它属于半刚性节点,常采用组件法^[2]研究。我国和欧洲现行钢结构设计规范都建议采用节点的弯矩-转角($M-\theta$)曲线作为半刚性框架结构设计分析的依据^[3-4]。端板连接节点的典型 $M-\theta$ 曲线如图1所示。节点力学性能的主要指标包括:①初始刚度 k_{mi} ;②抗弯承载力 M_y ;③抗弯承载力对应的转角 θ_y ;④屈服后刚度 k_p ;⑤抗弯极限承载力 M_{max} ;⑥抗弯极限承载力对应的转角 θ_{max} ;⑦极限转角 Φ_c 。

我国钢结构设计标准^[4]规定:在内力分析时,应假定半刚性连接节点的 $M-\theta$ 曲线,并在节点设计时,

收稿日期: 2019-04-10

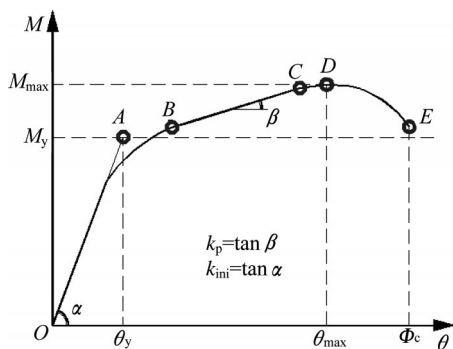
基金项目: 国家重点研发计划重点专项(2017YFB0304701);国家自然科学基金(51408150);国家财政部项目((2013)235);中央高校基本科研业务费专项资金(2014KJ044)

第一作者: 强旭红(1984—),女,副教授,博士生导师,工学博士,主要研究方向为钢结构抗火及高强钢在土木工程领域的应用。E-mail: qiangxuhong@tongji.edu.cn

通信作者: 席永慧(1965—),女,副教授,工学博士,主要研究方向为土木工程施工与管理以及环境岩土。

E-mail: 1295042825@qq.com



图1 端板连接节点的 $M-\theta$ 曲线Fig.1 $M-\theta$ curve of endplate connection

保证其构造与假定的 $M-\theta$ 曲线符合。因此,探究半刚性节点 $M-\theta$ 曲线的数学表达,对于内力分析和节点设计非常必要。最简单的数学表达莫过于线性模型,其包括单线性、双线性和多线性3种形式。单线性模型采用节点的初始刚度 k_{ini} 表征节点全部加载范围的力学特性;双线性模型在某一弯矩处,采用更小的刚度代替连接的初始刚度^[5-9];多线性模型则采用一组直线来逼近节点非线性的 $M-\theta$ 曲线。双线性和多线性模型更接近节点的实际力学行为,但在转折点处刚度存在突变,容易造成计算不收敛。总的来说,线性模型过于简单,很难准确描述 $M-\theta$ 曲线的非线性段,即图1中的 BE 段,而 OA 为线性段。

为寻求节点 $M-\theta$ 曲线更准确的数学表达,Frye等^[10]提出了奇次方多项式数学模型;Jones等^[11-12]采用B样条曲线对节点的 $M-\theta$ 曲线进行拟合,保证了曲线在交点处一、二阶导数连续;Kishi等^[13]和 Attiogbe等^[14]分别提出了三参数和四参数幂函数模型;郭兵等^[15-16]提出了两参数指数模型;Wu等^[17]提出了三参数指数模型,来描述顶、底角钢连接或带双腹板角钢的顶、底角钢连接的 $M-\theta$ 曲线;Yee等^[18]针对端板无加劲肋的外伸式端板连接提出了四参数指数模型,参数分别为节点的初始刚度 k_{ini} 、屈服后刚度 k_p 、抗弯极限承载力 M_{max} 和形状参数 c ,如下式:

$$M = M_{max} \left\{ 1 - \exp \left[\frac{-(k_{ini} - k_p + c\theta)\theta}{M_{max}} \right] \right\} + k_p \theta \quad (1)$$

因此,现有研究针对节点 $M-\theta$ 曲线提出的数学模型主要有:线性模型、多项式模型、B样条模型、幂函数模型和指数模型。

目前,对于高强钢的定义,欧洲钢结构设计规范 Eurocode 3 (EC3)^[19]定义高强钢的名义屈服强度不小于460 MPa;澳大利亚规范 AS 4100^[20]定义高强钢的名义屈服强度大于450 MPa;香港规范^[21]定义高

强钢的名义屈服强度在460~690 MPa之间;我国国家标准《钢分类》^[22]定义屈服强度大于等于420 MPa的钢材为高强钢。

高强钢已经在国内外土木工程中得到较广泛应用^[23],但因其力学性能与普通钢材存在差异,高强钢端板连接节点的力学性能也与普通钢端板连接节点不同。另一方面,高温会使钢材性能发生退化,火灾对钢结构建筑的影响一直是钢结构研究领域的一个关键问题^[23]。然而,上述已有研究中节点 $M-\theta$ 曲线的数学模型仅针对普通钢常温时的情况。Al-Jabri等^[24]对普通钢端板连接节点高温试验研究成果进行了总结,并采用Ramberg-Osgood模型拟合了不同温度下节点 $M-\theta$ 曲线;王卫永等^[25]在Yee等^[18]研究的基础上,通过引入钢材高温下力学性能折减系数,以式(1)为基础,提出了普通钢端板连接节点火灾下 $M-\theta$ 曲线的数学模型。然而,目前高强钢端板连接节点在常温、火灾下及火灾后 $M-\theta$ 曲线的数学模型尚未见报道。

本文提出了高强钢端板连接节点在常温、火灾下及火灾后的初始刚度 k_{ini} 、屈服后刚度 k_p 和抗弯极限承载力 M_{max} 的计算方法,与作者前期的试验结果^[26-29]进行对比,验证了所提 k_{ini} 和 M_{max} 计算方法的准确性;将计算得到的 k_{ini} 、 k_p 、 M_{max} 和 c 代入式(1),得到节点 $M-\theta$ 曲线的预测结果,将其与试验结果作对比,验证了 k_p 和 c 计算方法的准确性,以及采用式(1)预测高强钢端板连接节点 $M-\theta$ 曲线的合理性。

2 初始刚度计算方法

2.1 各组件初始刚度计算方法

根据组件法,将节点拆分为多个基本组件,每个组件采用线性或非线性弹簧模拟,通过弹簧的串、并联组合计算,获得节点整体的力学行为^[2],如图2所示。EN 1993—1—8^[3]采用等效T型连接模拟端板连接节点受拉区的力学行为,根据EN 1993—1—8^[3],T型连接的失效模式有3种:翼缘在螺栓处和腹板处屈服(失效模式1)、翼缘在腹板处屈服的同时螺栓拉断(失效模式2)和螺栓拉断(失效模式3),如图3所示。图中, T_y 为外荷载作用, Q 为撬力, M_p 为端板的全截面塑性抗弯承载力, B 为螺栓受到的拉力, B_y 为螺栓的屈服承载力, n 为螺栓轴线至翼缘板边缘的距离, m 为螺栓轴线至翼缘板根部的距离。为计算端板连接节点的初始转动刚度 k_{ini} ,需求得以下组件的初始刚度:①柱腹板抗压刚度 $k_{cw,c}$;②柱腹板抗剪刚度 $k_{cw,v}$;③柱腹板抗拉刚度 $k_{cw,t}$;④柱翼缘抗弯刚度

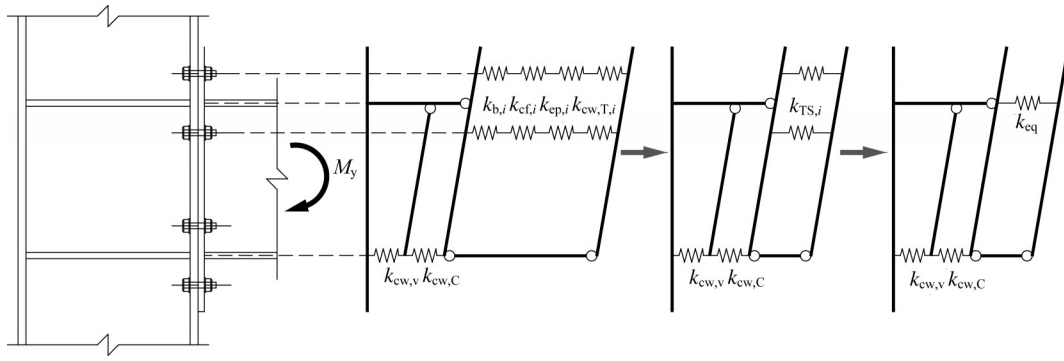


图2 初始刚度的计算模型

Fig.2 Calculation model for initial stiffness

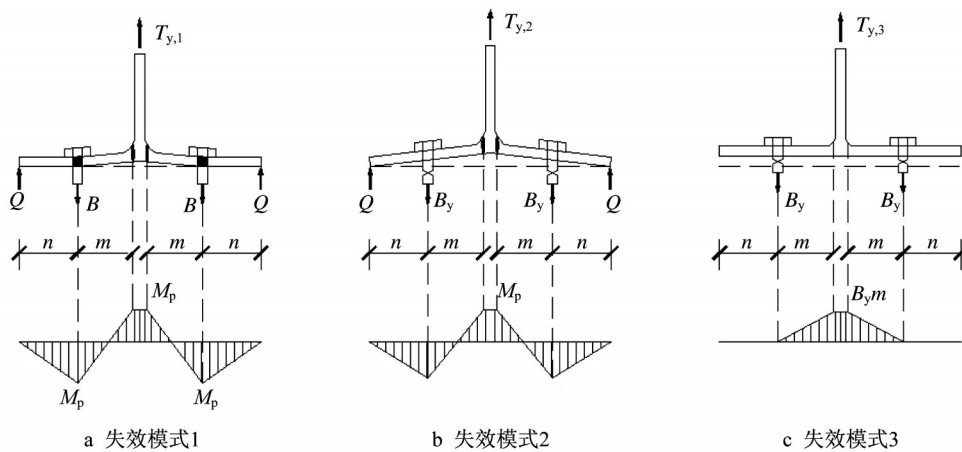


图3 T型连接的失效模式

Fig.3 Failure mode of T-stubs

k_{cf} ;⑤端板抗弯刚度 k_{ep} ;⑥螺栓抗拉刚度 k_b 。

2.1.1 柱腹板抗压刚度 $k_{cw,C}$

对于无横向加劲肋的柱腹板,EN 1993—1-8^[3]给出其抗压刚度 $k_{cw,C}$ 的计算方法为

$$k_{cw,C} = \frac{0.7Eb_{cw,C,eff}t_{cw}}{h_{cw}} \quad (2)$$

式中: E 为材料的弹性模量; h_{cw} 为柱腹板的高度, $h_{cw} = h_c - 2t_{cf}$; h_c 为柱截面高度; t_{cf} 为柱翼缘厚度; t_{cw} 为柱腹板厚度; $b_{cw,C,eff}$ 为柱腹板受压区的有效高度,若为热轧型钢柱,其计算方法为

$$b_{cw,C,eff} = t_{bf} + 2t_{ep} + 2\sqrt{2}h_{f,ep} + 5(t_{cf} + r_c) \quad (3)$$

若为焊接型钢柱,其计算方法为

$$b_{cw,C,eff} = t_{bf} + 2t_{ep} + 2\sqrt{2}h_{f,ep} + 5(t_{cf} + h_{f,cf}) \quad (4)$$

式(3)、(4)中: t_{bf} 为梁翼缘厚度; t_{ep} 为端板厚度; $h_{f,ep}$ 为钢梁与端板连接焊缝的有效高度; $h_{f,cf}$ 为柱翼缘与腹板连接焊缝的有效高度; r_c 为柱翼缘根部半径。

对于有横向加劲肋的柱腹板,文献[30]给出其抗压刚度计算方法为

$$k_{cw,C} = \frac{E(0.7b_{cw,C,eff}t_{cw} + t_s b_s)}{h_{cw}} \quad (5)$$

式中: t_s 为横向加劲肋的厚度; b_s 为横向加劲肋的宽度。

2.1.2 柱腹板抗拉刚度 $k_{cw,T}$

与柱腹板抗压刚度的计算方法相似,对于无横向加劲肋的柱腹板,其抗拉刚度 $k_{cw,T}$ 的计算方法为

$$k_{cw,T} = \frac{0.7Eb_{cw,T,eff}t_{cw}}{h_{cw}} \quad (6)$$

式中: $b_{cw,T,eff}$ 为柱腹板受拉区的有效高度, $b_{cw,T,eff} = h_{cw} - b_{cw,C,eff}$ 。若为热轧型钢柱,其计算方法见式(3);若为焊接型钢柱,其计算方法见式(4)。

对于有横向加劲肋的柱腹板,其抗拉刚度计算方法为

$$k_{cw,T} = \frac{E(0.7b_{cw,T,eff}t_{cw} + t_s b_s)}{h_{cw}} \quad (7)$$

2.1.3 柱腹板抗剪刚度 $k_{cw,v}$

EN 1993—1-8^[3]给出柱腹板抗剪刚度 $k_{cw,v}$ 的计算方法为

$$k_{cw,v} = \frac{0.38Eh_{cw}t_{cw}}{h_{bf}} \quad (8)$$

式中: h_{bf} 为梁上、下翼缘中心间的距离, $h_{bf} = h_b - t_{bf}$; h_b 为梁截面高度。

2.1.4 端板抗弯刚度 k_{ep}

采用作者前期基于连续梁模型推导的考虑螺栓抗弯刚度的 T 型连接初始刚度计算方法^[31-33]计算端板的抗弯刚度, 对于螺栓无预紧力的端板连接节点, 其端板抗弯刚度 k_{ep} 的计算方法为

$$k_{ep} = \frac{48}{Z_{ep} [1 - \rho_2 (3\alpha_{ep} - 4\alpha_{ep}^3) - \rho_1 \rho_2 (3 - 12\alpha_{ep}^2)]} \quad (9)$$

$$Z_{ep} = \frac{l_{ep}^3}{EI_{ep}} = \frac{12l_{ep}^3}{El_{eff,ep}t_{ep}^3}, \quad l_{ep} = 2(m_{ep} + n_{ep}),$$

$$\alpha_{ep} = \frac{n_{ep}}{l_{ep}}, \alpha_{ep1} = \frac{\alpha_{ep}}{8} - \frac{\alpha_{ep}^3}{6}, \alpha_{ep2} = \frac{\alpha_{ep}^2}{2} - \frac{2\alpha_{ep}^3}{3},$$

$$\alpha_{ep3} = \frac{\alpha_{ep}}{2} - \alpha_{ep}^2, \alpha_{ep4} = \frac{1}{8} - \frac{\alpha_{ep}^2}{2}, \alpha_{ep5} = \frac{1}{2} - \alpha_{ep},$$

$$\rho_1 = \frac{Z_{ep}\alpha_{ep2} + \frac{1}{k_b} - Z_{ep}\frac{\alpha_{ep1}\alpha_{ep3}}{\alpha_{ep4}}}{Z_{ep}\frac{\alpha_{ep1}\alpha_{ep5}}{\alpha_{ep4}} + \frac{l_{ep}^2\alpha_{ep1}}{k_{bb}\alpha_{ep4}} - Z_{ep}\alpha_{ep3}},$$

$$\rho_2 = \frac{Z_{ep}\alpha_{ep1}}{Z_{ep}\alpha_{ep2} + Z_{ep}\rho_1\alpha_{ep3} + \frac{1}{k_b}}$$

式中: l_{ep} 为与端板等效的 T 型连接的连续梁模型的梁长; I_{ep} 为梁模型的截面惯性矩; $l_{eff,ep}$ 为梁模型塑性铰线的计算长度; m_{ep} 为与端板等效的 T 型连接的螺栓轴线至翼缘根部的距离; n_{ep} 为梁模型中用于模拟螺栓的弹簧至支座约束的距离; k_b 和 k_{bb} 分别为螺栓的轴向刚度和抗弯刚度。 m_{ep} 及 $l_{eff,ep}$ 的确定方法见 EN 1993—1-8^[3]; n_{ep} 根据文献[32]给出的 n 的确定方法计算得到。

对于螺栓有预紧力的端板连接节点, 需依据文献[33]求得栓板单元的割线刚度 k_{bs} , 将 k_{bs} 替代 k_b 代入式(9), 即可求得螺栓有预紧力的端板连接节点的端板抗弯刚度。

2.1.5 柱翼缘抗弯刚度 k_{cf}

与端板抗弯刚度的计算方法相似, 对于螺栓无预紧力的端板连接节点, 其柱翼缘抗弯刚度 k_{cf} 的计算方法为

$$k_{cf} = \frac{48}{Z_{cf} [1 - \rho_2 (3\alpha_{cf} - 4\alpha_{cf}^3) - \rho_1 \rho_2 (3 - 12\alpha_{cf}^2)]} \quad (10)$$

$$Z_{cf} = \frac{l_{cf}^3}{EI_{cf}} = \frac{12l_{cf}^3}{El_{eff,cf}t_{cf}^3}, \quad l_{cf} = 2(m_{cf} + n_{cf}),$$

$$\alpha_{cf} = \frac{n_{cf}}{l_{cf}}, \alpha_{cf1} = \frac{\alpha_{cf}}{8} - \frac{\alpha_{cf}^3}{6}, \alpha_{cf2} = \frac{\alpha_{cf}^2}{2} - \frac{2\alpha_{cf}^3}{3},$$

$$\alpha_{cf3} = \frac{\alpha_{cf}}{2} - \alpha_{cf}^2, \alpha_{cf4} = \frac{1}{8} - \frac{\alpha_{cf}^2}{2}, \alpha_{cf5} = \frac{1}{2} - \alpha_{cf},$$

$$\rho_1 = \frac{Z_{cf}\alpha_{cf2} + \frac{1}{k_b} - Z_{cf}\frac{\alpha_{cf1}\alpha_{cf3}}{\alpha_{cf4}}}{Z_{cf}\frac{\alpha_{cf1}\alpha_{cf5}}{\alpha_{cf4}} + \frac{l_{cf}^2\alpha_{cf1}}{k_{bb}\alpha_{cf4}} - Z_{cf}\alpha_{cf3}},$$

$$\rho_2 = \frac{Z_{cf}\alpha_{cf1}}{Z_{cf}\alpha_{cf2} + Z_{cf}\rho_1\alpha_{cf3} + \frac{1}{k_b}}$$

式中: l_{cf} 为与柱翼缘等效的 T 型连接的连续梁模型的梁长; I_{cf} 为梁模型的截面惯性矩; $l_{eff,cf}$ 为梁模型塑性铰线的计算长度; m_{cf} 为与柱翼缘等效的 T 型连接的螺栓轴线至翼缘根部的距离; n_{cf} 为梁模型中用于模拟螺栓的弹簧至支座约束的距离。 m_{cf} 及 $l_{eff,cf}$ 的确定方法见 EN 1993—1-8^[3]; n_{cf} 根据文献[33]给出的 n 的确定方法计算得到。

对于螺栓有预紧力的端板连接节点, 可依据文献[33]求得栓板单元的割线刚度 k_{bs} , 将 k_{bs} 替代 k_b 并代入式(10), 即可求得螺栓有预紧力的端板连接节点的柱翼缘抗弯刚度。

2.1.6 螺栓抗拉刚度 k_b

由于采用基于连续梁模型推导的 T 型连接初始刚度计算方法^[31-33]计算端板和柱翼缘的抗弯刚度, 计算得到的端板和柱翼缘抗弯刚度中已包含螺栓的抗拉刚度, 因此无需单独计算螺栓的抗拉刚度。

2.2 节点初始刚度的计算方法

对于常用的梁受拉翼缘上、下各一排螺栓的端板连接节点, 其各排螺栓处的等效抗拉刚度 $k_{TS,i}$ 为

$$k_{TS,i} = \frac{1}{\frac{1}{k_{ep,i}} + \frac{1}{k_{cf,i}} + \frac{1}{k_{cw,T,i}}} \quad (11)$$

式中: $k_{ep,i}$ 为第 i 排螺栓处的端板抗弯刚度; $k_{cf,i}$ 为第 i 排螺栓处的柱翼缘抗弯刚度; $k_{cw,T,i}$ 为第 i 排螺栓处的柱腹板抗拉刚度。

在弯矩 M 作用下, 可建立如下平衡方程:

$$k_{eq}h_{eq}\theta = \sum_{i=1}^2 k_{TS,i}h_i\theta \quad (12)$$

$$k_{eq}h_{eq}^2\theta = \sum_{i=1}^2 k_{TS,i}h_i^2\theta \quad (13)$$

式中: h_i 为第 i 排螺栓的螺栓轴线至梁下翼缘中面的距离; k_{eq} 为等效抗拉弹簧的刚度; h_{eq} 为等效抗拉弹簧距梁下翼缘中面的距离。

联立式(12)和(13)可得

$$h_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^2 k_{TS,i} h_i^2}{\sum_{i=1}^2 k_{TS,i} h_i} \quad (14)$$

$$k_{eq} = \frac{\sum_{i=1}^2 k_{TS,i} h_i}{h_{eq}} = \frac{\left(\sum_{i=1}^2 k_{TS,i} h_i \right)^2}{\sum_{i=1}^2 k_{TS,i} h_i^2} \quad (15)$$

在 h_{eq} 处,由于柱腹板受拉、柱翼缘受弯、端板受弯和螺栓受拉而产生的变形 δ_T 为

$$\delta_T = \frac{M}{h_{eq} k_{eq}} \quad (16)$$

柱腹板受压产生变形 δ_C 为

$$\delta_C = \frac{M}{h_{eq} k_{cw,C}} \quad (17)$$

柱腹板由于剪切变形而在 h_{eq} 高度范围内产生的变形量 δ_v 为

$$\delta_v = \frac{M}{h_{eq} k_{cw,v}} \quad (18)$$

由式(16)~(18)可得节点的转角 θ 为

$$\theta = \frac{\delta_T + \delta_C + \delta_v}{h_{eq}} = \frac{1}{h_{eq}} \left(\frac{M}{h_{eq} k_{eq}} + \frac{M}{h_{eq} k_{cw,C}} + \frac{M}{h_{eq} k_{cw,v}} \right) \quad (19)$$

综上可得,节点初始刚度 k_{ini} 为

$$k_{ini} = \frac{M}{\theta} = \frac{h_{eq}^2}{\frac{1}{k_{eq}} + \frac{1}{k_{cw,C}} + \frac{1}{k_{cw,v}}} \quad (20)$$

3 抗弯极限承载力计算方法

3.1 各组件抗弯极限承载力计算方法

端板连接节点的抗弯极限承载力取决于节点中最薄弱组件的极限承载力,故为计算节点的抗弯极限承载力,需计算:①柱腹板抗拉极限承载力 $F_{cw,T,u}$;②柱腹板抗压极限承载力 $F_{cw,C,u}$;③柱腹板抗剪极限承载力 $F_{cw,v,u}$;④柱翼缘抗弯极限承载力 $T_{cf,u}$;⑤端板抗弯极限承载力 $T_{ep,u}$;⑥螺栓抗拉极限承载力 B_u 。

3.1.1 柱腹板抗压极限承载力 $F_{cw,C,u}$

对于无横向加劲肋的柱腹板,其抗压极限承载力 $F_{cw,C,u}$ 的计算方法为

$$F_{cw,C,u} = f_u b_{cw,C,eff} t_{cw} \quad (21)$$

对于有横向加劲肋的柱腹板,其抗压极限承载力 $F_{cw,C,u}$ 的计算方法为

$$F_{cw,C,u} = f_u b_{cw,C,eff} t_{cw} + f_{us} t_s b_s \quad (22)$$

式中: f_u 为节点所用钢材的抗拉强度; f_{us} 为加劲肋所用钢材的抗拉强度。

3.1.2 柱腹板抗拉极限承载力 $F_{cw,T,u}$

对于无横向加劲肋的柱腹板,其抗拉极限承载力 $F_{cw,T,u}$ 的计算方法为

$$F_{cw,T,u} = f_u b_{cw,T,eff} t_{cw} \quad (23)$$

对于有横向加劲肋的柱腹板,其抗拉极限承载力 $F_{cw,T,u}$ 的计算方法为

$$F_{cw,T,u} = f_u b_{cw,T,eff} t_{cw} + f_{us} t_s b_s \quad (24)$$

3.1.3 柱腹板抗剪极限承载力 $F_{cw,v,u}$

柱腹板抗剪极限承载力 $F_{cw,v,u}$ 的计算方法为

$$F_{cw,v,u} = \frac{f_u}{\sqrt{3}} h_{cw} t_{cw} \quad (25)$$

式中: h_{cw} 为柱腹板的高度, $h_{cw} = h_c - 2t_{cf}$; h_c 为柱截面高度; t_{cf} 为柱翼缘厚度; t_{cw} 为柱腹板厚度。

3.1.4 端板抗弯极限承载力 $T_{ep,u}$

根据 EN 1993—1—8^[3],节点受拉区端板对应失效模式1和模式2(如图3a和3b所示)的抗弯承载力 $T_{ep,y,f1}$ 和 $T_{ep,y,f2}$ 的计算方法为

$$T_{ep,y,f1} = \frac{4M_{p,ep}}{m_{ep}} \quad (26)$$

$$T_{ep,y,f2} = \frac{2M_{p,ep} + n_{ep,r} \sum B_y}{m_{ep} + n_{ep,r}} \quad (27)$$

$$M_{p,ep} = \frac{l_{eff,ep}^2 f_y}{4} \quad (28)$$

$$B_y = f_{by} A_s \quad (29)$$

式中: $M_{p,ep}$ 为端板的全截面塑性抗弯承载力; f_{by} 为螺栓钢材屈服强度; A_s 为螺栓的净截面面积; $l_{eff,ep}$ 为塑性铰线的计算长度; m_{ep} 和 $n_{ep,r}$ 分别为与端板等效的T型连接的螺栓轴线至翼缘根部的距离和螺栓轴线至翼缘边缘的距离。 m_{ep} 、 $n_{ep,r}$ 及 $l_{eff,ep}$ 的确定方法见 EN 1993—1—8^[3]。

其抗弯承载力 $T_{ep,y}$ 取 $T_{ep,y,f1}$ 和 $T_{ep,y,f2}$ 中的较小值,即

$$T_{ep,y} = \min(T_{ep,y,f1}, T_{ep,y,f2}) \quad (30)$$

若考虑螺栓头与端板接触面之间的均布面应力对节点承载能力的影响,则节点受拉区端板对应失效模式1的抗弯承载力为

$$T_{ep,y,f1} = \frac{32n_{ep,r} - 2d_w}{8m_{ep}n_{ep,r} - d_w(m_{ep} + n_{ep,r})} M_{p,ep} \quad (31)$$

式中: d_w 为螺栓垫片的直径。

Jaspart^[34]和 Piluso 等^[35]基于材料的真实应力-应变本构关系(如图4所示)和节点受拉区端板抗弯承载力的计算方法,推导了端板对应失效模式1和失

效模式2的抗弯极限承载力 $T_{ep,u,f1}$ 和 $T_{ep,u,f2}$ 的计算公式为

$$T_{ep,u,f1} = \frac{4M_{u,ep}}{m_{ep}}$$

$$\text{或 } T_{ep,u,f1} = \frac{32n_{ep,r} - 2d_w}{8m_{ep}n_{ep,r} - d_w(m_{ep} + n_{ep,r})} M_{u,ep} \quad (32)$$

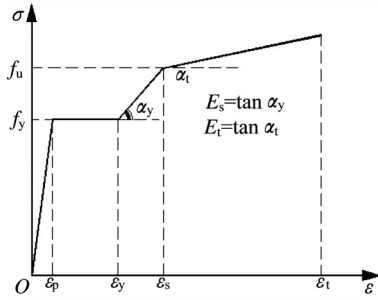


图4 材料的真实应力-应变曲线

Fig.4 True stress-strain curve of material

$$T_{ep,u,f2} = \frac{2M_{u,ep} + n_{ep,r} \sum B_u}{m_{ep} + n_{ep,r}} \quad (33)$$

$$M_{u,ep} = \frac{\xi l_{eff,ep} t_{ep}^2 f_y}{6} \quad (34)$$

$$B_u = \frac{B_y}{0.9} = \frac{f_{by} A_s}{0.9} \quad (35)$$

$$\xi = \frac{1}{2} \left[3 - \left(\frac{\epsilon_p}{\epsilon_t} \right)^2 \right] + \frac{E_s}{2E} \left(\frac{\epsilon_t - \epsilon_y}{\epsilon_p} \right) \left(1 - \frac{\epsilon_y}{\epsilon_t} \right) \left(2 + \frac{\epsilon_y}{\epsilon_t} \right) - \frac{E_s - E_t}{2E} \left(\frac{\epsilon_t - \epsilon_s}{\epsilon_p} \right) \left(1 - \frac{\epsilon_s}{\epsilon_t} \right) \left(2 + \frac{\epsilon_s}{\epsilon_t} \right) \quad (36)$$

其抗弯极限承载力 $T_{ep,u}$ 取 $T_{ep,u,f1}$ 和 $T_{ep,u,f2}$ 中的较小值,即

$$T_{ep,u} = \min(T_{ep,u,f1}, T_{ep,u,f2}) \quad (37)$$

3.1.5 柱翼缘抗弯极限承载力 $T_{cf,u}$

与端板抗弯极限承载力的计算方法相似,其抗弯极限承载力的计算方法为

$$T_{cf,u,f1} = \frac{4M_{u,cf}}{m_{cf}}$$

$$\text{或 } T_{cf,u,f1} = \frac{32n_{cf,r} - 2d_w}{8m_{cf}n_{cf,r} - d_w(m_{cf} + n_{cf,r})} M_{u,cf} \quad (38)$$

$$T_{cf,u,f2} = \frac{2M_{u,cf} + n_{cf,r} \sum B_u}{m_{cf} + n_{cf,r}} \quad (39)$$

$$M_{u,cf} = \frac{\xi l_{eff,cf} t_{cf}^2 f_y}{6} \quad (40)$$

$$T_{cf,u} = \min(T_{cf,u,f1}, T_{cf,u,f2}) \quad (41)$$

式中: $l_{eff,cf}$ 为塑性铰线的计算长度; m_{cf} 和 $n_{cf,r}$ 分别为

与柱翼缘等效的T型连接的螺栓轴线至翼缘根部的距离和螺栓轴线至翼缘边缘的距离。 m_{cf} 、 $n_{cf,r}$ 及 $l_{eff,cf}$ 的确定方法详见EN 1993—1-8^[3]。

3.1.6 螺栓抗拉极限承载力 B_u

螺栓的抗拉极限承载力计算方法见式(35)。

3.2 节点抗弯极限承载力的计算方法

对于常用的梁受拉翼缘上、下各一排螺栓的端板连接节点,各排螺栓处的抗拉极限承载力 $F_{u,T,i}$ 为

$$F_{u,T,i} = \min(T_{ep,u,i}, T_{cf,u,i}, 2B_{u,i}) \quad (42)$$

式中: $T_{ep,u,i}$ 、 $T_{cf,u,i}$ 和 $2B_{u,i}$ 分别为第*i*排螺栓处的端板抗弯极限承载力、柱翼缘抗弯极限承载力和螺栓抗拉极限承载力。

则节点受拉区的极限承载力 $F_{u,T}$ 为

$$F_{u,T} = \min \left(F_{cw,T,u}, \sum_{i=1}^2 F_{u,T,i} \right) \quad (43)$$

节点受压区的极限承载力 $F_{u,C}$ 为

$$F_{u,C} = F_{cw,C,u} \quad (44)$$

节点受剪区的极限承载力 $F_{u,v}$ 为

$$F_{u,v} = F_{cw,v,u} \quad (45)$$

若节点的失效模式为节点受拉区破坏,则节点的抗弯极限承载力 $M_{max,T}$ 可由下式计算:

$$M_{max,T} = \min \left(F_{cw,T,u} h_{bf}, \sum_{i=1}^2 F_{u,T,i} h_i \right) \quad (46)$$

若节点的失效模式为节点受压区破坏,则节点的抗弯极限承载力 $M_{max,C}$ 可由下式计算:

$$M_{max,C} = F_{cw,C,u} h_{bf} \quad (47)$$

若节点的失效模式为节点受剪区破坏,则节点的抗弯极限承载力 $M_{max,v}$ 可由下式计算:

$$M_{max,v} = F_{cw,v,u} h_{bf} \quad (48)$$

节点抗弯极限承载力 M_{max} 取 $M_{max,T}$ 、 $M_{max,C}$ 和 $M_{max,v}$ 中的最小值,即

$$M_{max} = \min(M_{max,T}, M_{max,C}, M_{max,v}) \quad (49)$$

4 屈服后刚度的计算方法

对于端板连接节点屈服后刚度 k_p ,王卫永等^[25]假定节点在受力变形过程中不发生应变强化,即假定 $k_p=0$ 。然而,从节点的 $M-\theta$ 曲线(图1)可看出,曲线存在明显的应变强化段;Yee等^[18]也明确指出,当节点的失效模式为柱腹板受压区破坏时,节点往往具有明显的后屈服强度,即节点会发生应变强化,故假定 $k_p=0$ 不甚合理。Yee等^[18]给出了节点屈服后刚度 k_p 的计算方法,但该计算方法较为复杂。并

泉^[36]采用Yee等^[18]提出的四参数指数模型(如式(1)所示)对普通钢端板连接节点的 $M-\theta$ 曲线进行拟合,结果表明, k_p 取初始刚度 k_{ini} 的1/50较为合理。因此,本文采用文献^[36]的建议,取 $k_p=0.02k_{ini}$ 。

由文献^[21,32]可知,形状参数 c 对式(1)计算结果的影响较小,可忽略,故取 $c=0$ 。

5 弯矩-转角曲线截断方法

式(1)描述的是节点承受的弯矩 M 与节点转角 θ 间的关系, θ 无限大时,式(1)计算得到的 M 也会无限大,从而使 $M-\theta$ 曲线的预测结果无限长。然而,节点的承载能力和转动能力都是有限的。为准确模拟节点的实际力学行为,有必要在预测曲线上确定截断点 L ,预测曲线在该点截断,如图5所示。

从节点承载能力的角度出发,截断点的纵坐标 M_{lim} 不应大于按第3节计算方法得到的节点抗弯极

限承载力 M_{max} ;现有研究认为, θ 达到0.05 rad可视为节点拥有足够的转动能力^[25,37],所以从变形的角度出发,截断点的横坐标 θ_{lim} 不应超过0.05 rad。

因此,本文提出预测曲线的截断方法如下:①按第3节计算方法得到节点的抗弯极限承载力 M_{max} ;②将 $\theta=0.05$ rad代入式(1),求得节点弯矩 $M_{0.05}$,若 $M_{0.05}\leq M_{max}$,则 $\theta_{lim}=0.05$ rad, $M_{lim}=M_{0.05}$;若 $M_{0.05}>M_{max}$,则 $M_{lim}=M_{max}$,将 M_{max} 代入式(1),即可求得 θ_{lim} ;③由①和②确定了截断点 $L(\theta_{lim}, M_{lim})$,预测曲线在该点截断。

6 模型准确性验证

为验证所提出的 k_{ini} 、 M_{max} 、 k_p 和 c 计算方法的准确性,以及采用式(1)预测高强钢端板连接节点在常温、火灾下、火灾后 $M-\theta$ 曲线的合理性,与3组常温下^[26-27]、3组火灾下^[30-31]及4组火灾后^[26]的Q690和Q960高强钢端板连接节点足尺试验结果进行了对比。

6.1 试验的 k_{ini} 、 M_{max} 和 k_p

采用提出的初始刚度 k_{ini} 和抗弯极限承载力 M_{max} 计算方法计算文献^[26-29]各试验试件,得到计算值 $k_{ini,cal}$ 和 $M_{max,cal}$,如表1所示。表1同时列出节点初始刚度 k_{ini} 和抗弯极限承载力 M_{max} 的试验值 $k_{ini,ep}$ 和 $M_{max,ep}$,以及采用EN 1993—1—8^[3]计算得到的节点初始刚度 $k_{ini,EN}$ 。

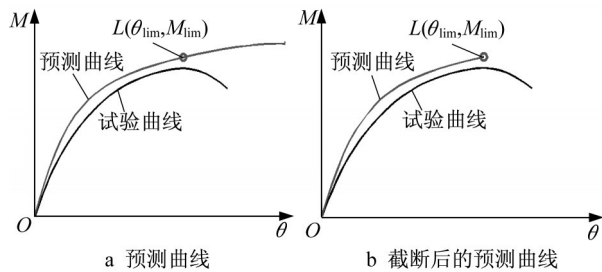


图5 $M-\theta$ 曲线的截断

Fig.5 Truncation of $M-\theta$ curve

表1 文献^[26-29]各试验试件的 k_{ini} 和 M_{max} 试验和计算结果

Tab.1 Test and calculation results of k_{ini} and M_{max} of various test specimens in Refs. ^[26-29]

试验状态	编号	$M_{max}/(\text{kN}\cdot\text{m})$			$k_{ini}/(\text{N}\cdot\text{mm}^{-1})$				
		$M_{max,ep}$	$M_{max,cal}$	$M_{max,ep}/M_{max,cal}$	$k_{ini,ep}$	$k_{ini,EN}$	$k_{ini,cal}$	$k_{ini,ep}/k_{ini,EN}$	$k_{ini,ep}/k_{ini,cal}$
常温下	Q690A1	406.32	346.79	1.17	20 439	34 271	27 608	0.60	0.74
	Q690A2	394.98	346.79	1.14	22 142	34 271	27 608	0.65	0.80
	Q960A1	332.70	329.22	1.01	15 201	24 526	19 480	0.62	0.78
火灾下	Q690F1	207.39	161.63	1.28	12 121	17 733	13 463	0.68	0.90
	Q960F1	148.73	147.18	1.01	10 344	12 414	9 310	0.83	1.11
	Q960F2	152.44	147.18	1.04	9 375	12 414	9 310	0.76	1.01
火灾后	Q690P1	385.10	310.96	1.24	17 484	34 253	27 056	0.51	0.65
	Q690P2	387.56	310.96	1.25	18 632	34 253	27 056	0.54	0.69
	Q960P1	321.79	307.35	1.05	12 695	24 135	18 820	0.53	0.67
	Q960P2	311.46	307.35	1.01	13 209	24 135	18 820	0.55	0.70

从表1可看出,Q960高强钢端板连接节点的 $M_{max,cal}$ 和 $M_{max,ep}$ 较接近,相对误差在5%以内;Q690高强钢端板连接节点的 $M_{max,ep}$ 大约是 $M_{max,cal}$ 的1.2倍,这与 ξ 的计算结果有关,即与钢材本构模型的选取有关;除了Q960高强钢在火灾下的情况,其余节点的 $k_{ini,cal}$ 高于试验值 $k_{ini,ep}$,但都比 $k_{ini,EN}$ 更接近试验

值 $k_{ini,ep}$ 。因此,提出的节点初始刚度 k_{ini} 和抗弯极限承载力 M_{max} 的计算方法能够较为准确地预测高强钢端板连接节点在常温、火灾下及火灾后的力学行为。同时由第4节可知,各试验试件的 $k_{p,cal}=0.02k_{ini,cal}$, $c_{cal}=0$ 。

6.2 M - θ 曲线的对比

将第6.1节得到的作者前期足尺试验研究中^[26-29]各试验试件的初始刚度计算值 $k_{\text{ini,cal}}$ 、抗弯极限承载力计算值 $M_{\text{max,cal}}$ 、屈服后刚度计算值 $k_{\text{p,cal}}$ 和形

状系数计算值 c_{cal} 代入式(1),得到 M 与 θ 的表达式。然后,采用第5节的曲线截断方法确定截断点 L ,并在该点截断曲线,从而绘出各试验试件 M - θ 曲线的预测结果,其与试验结果的对比如图6所示。

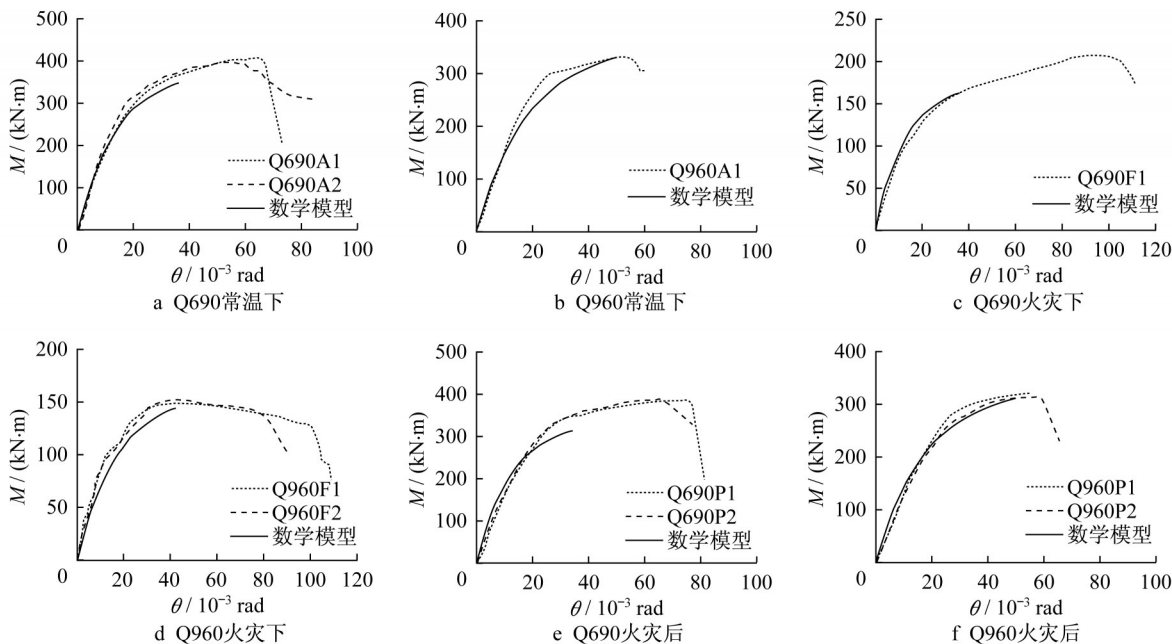


图6 M - θ 曲线预测模型与试验结果的对比

Fig.6 Comparisons of M - θ curves between prediction models and test results

由图6可知,高强钢端板连接节点的数学模型和试验结果较吻合;火灾后Q690高强钢端板连接节点的 $M_{\text{max,cal}}$ 略低于 $M_{\text{max,ep}}$,即数学模型预测的 M - θ 曲线峰值低于试验结果,因此模型对火灾后Q690的预测结果偏于安全,这可能与Q690钢材材性的离散性和Q690钢材火灾后材性试验(本文模型的材性输入数据)的准确性有关。综上所述,本文提出的节点屈服后刚度 k_{p} 和形状系数 c 的计算方法以及采用式(1)预测高强钢端板连接节点在常温、火灾下及火灾后的 M - θ 曲线是合理的。

7 结论

本文提出了高强钢端板连接节点在常温、火灾下及火灾后的初始刚度 k_{ini} 、屈服后刚度 k_{p} 和抗弯极限承载力 M_{max} 的计算方法,将 k_{ini} 、 k_{p} 、 M_{max} 和 c 代入Yee等提出的四参数指数模型,得到节点 M - θ 曲线的预测结果,将初始刚度 k_{ini} 和抗弯极限承载力 M_{max} 的计算结果以及节点 M - θ 曲线的预测结果,与作者前期的Q690与Q960节点足尺试验结果进行对比,研究结果表明:

(1) M_{max} 的计算结果与试验值较吻合,其中Q960的相对误差在5%以内; k_{ini} 的计算结果比EN 1993—1-8的结果更接近试验值。所提出的节点初始刚度 k_{ini} 和抗弯极限承载力 M_{max} 的计算方法能够较为准确地预测Q690与Q960高强钢端板连接节点在常温、火灾下及火灾后的力学行为。

(2) 对于Q960高强钢端板连接节点,预测曲线与试验曲线较吻合;对于Q690高强钢端板连接节点,预测曲线的峰值略低于试验曲线的峰值,该预测结果偏于安全。由此可见,本文提出的屈服后刚度 k_{p} 的计算方法以及采用Yee等提出的四参数指数模型预测高强钢端板连接节点在常温、火灾下及火灾后的 M - θ 曲线是合理的。

本文研究成果可为Q690与Q960高强钢端板连接节点在常温下、火灾下及火灾后力学性能的预测与评定提供参考,为Q690与Q960高强钢梁柱节点的抗火设计、优化设计及火灾后评估,乃至高强钢在土木工程领域的合理应用提供理论依据。

参考文献:

- [1] 强旭红,武念铎,任楚超,等. 高强钢工程应用及梁柱端板连接

- 节点研究进展[C]//钢结构建筑工业化与新技术应用.北京:中国建筑工业出版社,2016:65-73.
- QIANG Xuhong, WU Nianduo, REN Chuchao, *et al.* Research progress in engineering application of high strength steel and beam-column endplate connections[C]//Proceedings of Industrialization of Steel Structure Building and Application of New Technology. Beijing: China Architecture & Building Press, 2016: 65-73.
- [2] 陈颖智,童乐为,陈以一.组件法用于钢结构节点性能分析的研究进展[J].建筑科学与工程学报,2012,29(3):81.
- CHEN Yingzhi, TONG Lewei, CHEN Yiyi. Research developments of component method for behavior of joints in steel structures [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2012, 29(3): 81.
- [3] European Committee for Standardization. Eurocode 3, design of steel structures, part 1-8: design of joints: EN 1993-1-8 [S]. Brussels: CEN, 2005.
- [4] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 钢结构设计标准: GB 50017—2017[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2017.
- Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Standard for design of steel structures: GB 50017—2017 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2017.
- [5] 王素芳,陈以一. 梁柱端板连接节点的初始刚度计算[J]. 工程力学, 2008, 25(8): 109.
- WANG Sufang, CHEN Yiyi. Calculation of initial stiffness of beam-to-column end-plate joint [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(8): 109.
- [6] LUI E, CHEN W. Strength of H-columns with small end restraints[J]. Structural Engineer-Part B, 1983, 61(1): 17.
- [7] 丁洁民,沈祖炎. 一种半刚性节点的实用计算模型[J]. 工业建筑, 1992(11): 29.
- DING Jiemin, SHEN Zuyan. A practical calculation model for semi-rigid connections [J]. Industrial Construction, 1992 (11): 29.
- [8] 郭兵. 钢框架梁柱端板连接在循环荷载作用下的破坏机理及抗震设计对策[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2002.
- GUO Bing. Collapse mechanism and design criterion of steel beam-to-column end-plate connections under cyclic load [D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2002.
- [9] 郭兵,顾强. 多层钢框架中梁柱端板连接的强度和刚度[J]. 建筑结构学报, 2004, 25(2): 27.
- GUO Bing, GU Qiang. The strength and stiffness of beam-to-column end-plate connections in multi-story frames[J]. Journal of Building Structures, 2004, 25(2): 27.
- [10] FRYE M, MORRIS G. Analysis of flexibly connected steel frames [J]. Canadian Journal of Civil Engineering, 1975, 2 (3): 280.
- [11] JONES S, KIRBY P, NETHERCOT D. Effect of semi-rigid connections on steel column strength [J]. Journal of Constructional Steel Research, 1980, 1(1): 38.
- [12] JONES S, KIRBY P, NETHERCOT D. Columns with semirigid joints [J]. Journal of the Structural Division-ASCE, 1982, 108(2): 361.
- [13] KISHI N, CHEN W. Moment-rotation relations of semirigid connections with angles [J]. Journal of Structural Engineering-ASCE, 1991, 117(9): 2811.
- [14] ATTIOGBE E, MORRIS G. Moment-rotation functions for steel connections [J]. Journal of Structural Engineering-ASCE, 1991, 117(6): 1703.
- [15] 郭兵,柳锋,顾强. 梁柱端板连接的破坏模式及弯矩转角关系 [J]. 土木工程学报, 2002, 35(5): 24.
- GUO Bing, LIU Feng, GU Qiang. Failure mode and moment-rotation relationship for end-plate beam-column connections [J]. China Civil Engineering Journal, 2002, 35(5): 24.
- [16] 郭兵,郭秉山,张洪伟. 梁柱外伸式端板螺栓连接的 $M-\theta$ 关系 [J]. 山东建筑工程学院学报, 2001, 16(3): 1.
- GUO Bing, GUO Bingshan, ZHANG Hongwei. $M-\theta$ relations for extended end-plate beam-column bolted connections [J]. Journal of Shandong Institute of Architecture and Engineering, 2001, 16(3): 1.
- [17] WU F, CHEN W. A design model for semi-rigid connections [J]. Engineering Structures, 1990, 12(2): 88.
- [18] YEE Y, MELCHERS R. Moment-rotation curves for bolted connections [J]. Journal of Structural Engineering-ASCE, 1986, 112(3): 615.
- [19] European Committee for Standardization. Eurocode 3, design of steel structures, part 1-2: general rules-structural fire design: EN 1993-1-2[S]. Brussels: CEN, 2005.
- [20] Council of Standards Australia. Australia standards: steel structures: AS 4100[S]. Homebush: Standards Association of Australia, 1998.
- [21] Hong Kong Buildings Department. Code of practice for the structural use of steel: SUOS 2005 [S]. Hong Kong: The Government of the Hong Kong Special Administrative Region, 2005.
- [22] 中国国家标准化管理委员会. 钢分类: GB/T 13304—2008 [S]. 北京: 中国标准出版社, 2008.
- Standardization Administration of China. Steel classification: GB/T 13304—2008 [S]. Beijing: Standards Press of China, 2008.
- [23] 罗永峰,任楚超,强旭红,等. 高强钢结构抗火研究进展[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2016, 49(增刊1): 104.
- LUO Yongfeng, REN Chuchao, QIANG Xuhong, *et al.* State-of-the-art on fire-resistance behavior of high strength steel structures [J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2016, 49(S1): 104.
- [24] AL-JABRI K, BURGESS I, PLANK R. Prediction of the degradation of connection characteristics at elevated temperature [J]. Journal of Constructional Steel Research, 2004, 60(3/4/5): 771.
- [25] 王卫永,李国强,于克强. 外伸端板节点在火灾下的转角-温度

- 关系[J]. 钢结构, 2006, 21(3): 92.
- WANG Weiyong, LI Guoqiang, YU Keqiang. Rotation-temperature relationship of extended end-plate connection in fire [J]. Steel Construction, 2006, 21(3): 92.
- [26] QIANG X, WU N, LUO Y, *et al.* Experimental and theoretical study on high strength steel extended endplate connections after fire [J]. International Journal of Steel Structures, 2018, 18(2): 609.
- [27] 强旭红, 武念铎, 罗永峰, 等. 高强钢外伸式端板节点性能试验与有限元分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2018, 45(7): 1.
- QIANG Xuhong, WU Nianduo, LUO Yongfeng, *et al.* Experimental and numerical analysis on high strength steel extended endplate connections[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2018, 45(7): 1.
- [28] 武念铎, 罗永峰, 强旭红, 等. 高强钢外伸式端板节点火灾性能试验与数值分析[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2018, 48(1): 138.
- WU Nianduo, LUO Yongfeng, QIANG Xuhong, *et al.* Experimental and numerical analysis on high strength steel extended endplate connections in fire[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2018, 48(1): 138.
- [29] QIANG X, WU N, JIANG X, *et al.* Experimental and numerical analysis on full high strength steel extended endplate connections in fire[J]. International Journal of Steel Structures, 2018, 18(4): 1350.
- [30] 李国强, 石文龙, 王静峰. 半刚性连接钢框架结构设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009.
- LI Guoqiang, SHI Wenlong, WANG Jingfeng. Design of steel frames with semi-rigid connections [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2009.
- [31] 武念铎, 强旭红, 刘晓, 等. 考虑螺栓抗弯刚度的T型连接初始刚度计算方法[J]. 上海交通大学学报, 2018, 52(12): 1571.
- WU Nianduo, QIANG Xuhong, LIU Xiao, *et al.* Calculation of initial stiffness of T-stubs under consideration of bending stiffness of bolts[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2018, 52(12): 1571.
- [32] 强旭红, 武念铎, 罗永峰, 等. 考虑撬力作用位置的T型连接初始刚度计算方法[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2018, 51(12): 1230.
- QIANG Xuhong, WU Nianduo, LUO Yongfeng, *et al.* Theoretical analysis of initial stiffness of T-stubs considering the location of prying force [J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2018, 51(12): 1230.
- [33] 强旭红, 武念铎, 罗永峰. 有螺栓预紧力的T型连接初始刚度计算方法[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2019, 49(1): 9.
- QIANG Xuhong, WU Nianduo, LUO Yongfeng. Calculation method of initial stiffness of T-stubs involved bolt pretension [J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2019, 49(1): 9.
- [34] JASPART J. Contributions to recent advances in the field of steel joints. Column bases and further configurations for beam-to-column joints and column bases [D]. Liège: Université de Liège, 1997.
- [35] PILUSO V, FAELLA C, RIZZANO G. Ultimate behavior of bolted T-stubs. I: theoretical model [J]. Journal of Structural Engineering-ASCE, 2001, 127(6): 686.
- [36] 井泉. 钢框架外伸端板连接节点 $M-\theta$ 关系研究[D]. 上海: 同济大学, 2004.
- JING Quan. Research on $M-\theta$ relationship of steel frame extended endplate connection [D]. Shanghai: Tongji University, 2004.
- [37] 孙飞飞, 孙密, 李国强, 等. Q690 高强钢端板连接梁柱节点抗震性能试验研究[J]. 建筑结构学报, 2014, 35(4): 116.
- SUN Feifei, SUN Mi, LI Guoqiang, *et al.* Experimental study on seismic behavior of high-strength steel beam-to-column endplate connections [J]. Journal of Building Structures, 2014, 35(4): 116.